IL NUOVO CIMENTO

GIORNALE FONDATO PER LA FISICA E LA CHIMICA

DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

CONTINUATO

PER LA FISICA ESPERIMENTALE E MATEMATICA

da E. BETTI e R. FELICI

Terza serie Tomo XXVI.

LUGLIO e AGOSTO

Pubblicato il 30 Agosto 1889.

1889

PISA

TIP. PIERACCINI DIR. DA P. SALVIONI

INDICE

Di alcune proprietà fisiche dei sali idrati e della loro costituzione — Nota di STEFANO PAGLIANI . . . . „ 5
Su l'energia cinetica dei sistemi che ammettono una funzione potenziale e si conservano in moto stabile — Nota del Prof. P. DONNINI . . „ 30
Azione di una vibrazione elettrica rettilinea su un circuito ad essa vicino. — Fenomeni d'induzione provocati nei coibenti dai processi elettrici. — Sulla velocità di propagazione delle azioni elettrodinamiche. — Sulle onde elettrodinamiche nell'aria e sulla loro riflessione. — Le forze che si presentano nelle vibrazioni elettriche, trattate secondo la teoria di Maxwell — H. HERTZ „ 37
Sulla caloricità specifica delle soluzioni acquose dell'acido solforico — Nota del Dott. Prof. CARLO CATTANEO . . . . . „ 50
Lettera del Prof. A. STOLETOW alla Direzione del giornale *Il Nuovo Cimento* „ 58
Osservazioni alla precedente lettera — A. RIGHI . . . „ 59
Sulla diversa resistenza elettrica opposta da alcuni circuiti metallici alla scarica dei condensatori ed alla corrente della pila — Ricerche del Prof. EMILIO VILLARI. *(Continuazione)* . . . . . . „ 90

RIVISTA

Comptes Rendus, 1889. — M. MASCART. Sopra il principio di Huyghens e la teoria dell'arco celeste . . . . . . „ 60
G. BERSON. Influenza dell'urto sulla magnetizzazione permanente del nichel „ 62
H. RESAL. Sopra un punto della questione delle lamine elastiche omogenee „ ivi
A. CROVA ed HOUDAILLE. Osservazioni fatte in cima al monte Ventoux sopra la intensità calorifica della radiazione solare . . . „ 63
A. CROVA. Sulla distribuzione del vapor d'acqua nell'atmosfera . „ 64
LOUIS PERROT. Verificazione esperimentale del metodo di C. Soret, per la misura degl'indici di refrazione dei cristalli a due assi. . . „ 65
LUCIEN POINCARÉ. Sulla conducibilità elettrica dei sali fusi . . „ ivi
CH. ANTOINE. Dilatazione e compressione dell'aria atmosferica . . „ 66
A. ETARD. Relazione fra le solubilità ed il punto di fusione . . „ ivi
E. H. AMAGAT. Compressibilità del mercurio ed elasticità del vetro . „ 67
JAMES MOSER. Sull'elettrometro capillare e gli elettrodi a goccie di mercurio „ ivi
H. BECQUEREL. Sugli spettri di assorbimento dell'epidoto . . „ 68
VIOLLE e CHASSAGNY. Sulla elettrolisi . . . . . „ ivi
R. SAVELIEF. Sopra le osservazioni actinometriche fatte a Kief. . „ 69
M. GOUY. Sopra una legge generale relativa agli effetti delle trasformaz. reversibili „ ivi
E. MERCADIER. Studi esperimentali sulla elasticità dinamica e statica dei fili metallici „ 70
E. L. TROUVELOT. Studio dei fenomeni d'induzione per mezzo della fotografia „ ivi
CH. E. GUYE. Sul potere rotatorio del clorato di soda cristallizzato . „ ivi
E. BOUTY. Osservazioni sulla conducibilità e il modo di elettrolisi delle soluzioni concentrate di acido solforico . . . . . „ 71
A. POTIER. Sulla misura elettrochimica della intensità delle correnti . „ 72
PAOLO JANET. Sulla influenza reciproca di due magnetizzazioni rettangolari nel ferro „ 73
W. OSTWALD. Su gli elettrodi a mercurio — *X*. . . . „ ivi

IL NUOVO CIMENTO

ANNO XXXV.

IL NUOVO CIMENTO

GIORNALE FONDATO PER LA FISICA E LA CHIMICA

DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

CONTINUATO

PER LA FISICA ESPERIMENTALE E MATEMATICA

da E. BETTI e R. FELICI

Terza serie Tomo XXVI.

PISA

TIP. PIERACCINI DIR. DA P. SALVIONI

1889

DI ALCUNE PROPRIETÀ FISICHE DEI SALI IDRATI E DELLA LORO COSTITUZIONE; NOTA DI STEFANO PAGLIANI.

La proprietà presentata da molti sali di fissare, cristallizzando, dell' acqua, la così detta acqua di cristallizzazione, ha soventi formato oggetto di studio dei fisici e dei chimici. È un fenomeno, come dice il Wurtz [1]), d' ordine chimico, come d' ordine fisico; d' ordine chimico perchè l' affinità chimica si esplica in questo fenomeno, d' ordine fisico perchè la forma esterna ed il cambiamento di stato non vi sono estranei. E due ipotesi distinte si sono formate intorno al modo di essere di quest' acqua di cristallizzazione; l' una che considera i sali idrati come semplici combinazioni molecolari, la cui molecola sarebbe costituita da una molecola di sale anidro, la quale avrebbe attratte a sè nell' atto della cristallizzazione delle molecole d' acqua libere, le quali, come tali, entrerebbero a formare la molecola del sale; l' altra che considera quest' acqua di cristallizzazione fissata sulla molecola del sale anidro in un modo, diremo, più intimo, poichè si ammetterebbe che le molecole d' acqua si uniscano al sale in grazia delle valenze supplementari dell' ossigeno, che vi si comporterebbe come tetravalente (Friedel). La prima ipotesi

1) Wurtz, *La theorie atomique.*

avrebbe il suo appoggio principale nella facilità colla quale queste molecole d'acqua si separano e si uniscono alla molecola del sale anidro secondo le condizioni di temperatura, per cui vediamo che uno stesso sale può cristallizzare con un numero diverso di molecole d'acqua ed anche con una forma cristallina diversa, od anche deporsi anidro, secondo la temperatura alla quale avviene la cristallizzazione; per cui si potrebbe ammettere che per ogni temperatura si abbia una condizione d'equilibrio particolare, per la quale solo un dato numero di molecole d'acqua od anche nessuna può rimanere fissata al sale. Questo fatto però potrebbe anche trovare la sua spiegazione nella seconda ipotesi.

Le ricerche più importanti, che riguardano la costituzione dei sali idrati, sono quelle del Thomsen ed altri sul calore di idratazione dei sali, e quelle sulla dissociazione dei sali idrati di Debray, G. Wiedemann, E. Wiedemann, Naumann, Precht e Kraut, Müller, Erzbach, Parreau, Frowein e Lescoeur.

I risultati principali delle ricerche del Thomsen [1]) sono che il calore di idratazione medio per una molecola d'acqua varia molto da sale a sale; che i calori di combinazione delle singole molecole d'acqua nello stesso sale idrato non sono uguali; che molto soventi troviamo lo stesso calore di idratazione presentato dalle molecole d'acqua due a due. Quindi il Thomsen dedurrebbe che queste molecole d'acqua siano simmetricamente disposte nella molecola del sale, oppure, e crede questo più probabile, che il peso molecolare dell'acqua, da assumersi sia doppio di quello che corrisponde alla densità di vapore. Quest'ultima ipotesi porterebbe ad ammettere una valenza maggiore di due per l'ossigeno, e sarebbe anche corroborata dal fatto che il numero delle molecole di acqua di cristallizzazione è generalmente un numero pari.

Le conclusioni dedotte dagli studi sulla dissociazione dei sali idrati sono ancora alquanto incerte. Il Parreau dalle sue determinazioni e da quelle di G. Wiedemann conchiudeva che le tensioni di dissociazione dei sali idrati dipendono soltanto dalla temperatura e dal numero delle molecole d'acqua e non dalla

1) *Thermochemische Untersuchungen*, Vol. III.

natura del sale. W. Müller Erzbach dalle sue determinazioni deduceva che la tensione di dissociazione dei diversi sali è in generale tanto più piccola quanto più grande è la contrazione di volume nella formazione dell'idrato. Seguendo il concetto del Mitscherlich si volle anche dalla differenza fra la tensione massima del vapor d'acqua e quella dell'acqua di cristallizzazione dedurre l'affinità chimica fra il sale e l'acqua; ma si verrebbe così alla conclusione non attendibile che questa affinità aumenti col crescere della temperatura. Riguardo alle relazioni che fondandosi sulla termodinamica, furono dedotte fra la tensione massima di vapore nei sali ed il calore di idratazione, le verifiche che di esse si tentò di fare coi dati sperimentali del Debray, del Wiedemann e del Parreau da una parte, e del Thomsen dall'altra non portarono a risultati soddisfacenti, bensì invece le recenti ricerche di P. C. F. Frowein (*Zeits. f. Phys. Chemie* 1887, I, 5). Queste relazioni sono state dedotte supponendo che nella molecola di un sale idrato le molecole dell'acqua sussistano in uno stato particolare di equilibrio, come nell'acqua stessa, per cui la quantità di calore sviluppato nella idratazione del sale viene espressa in funzione della temperatura assoluta T e della variazione colla temperatura del rapporto F fra la tensione massima del vapor acqueo nel sale e quella dell'acqua, come indica l'espressione: $Q = 2\,T^2 \frac{dl\,F}{dT}$. Non sembrano però attendibili i risultati, che si ottengono da una formola proposta dal van't Hoff per calcolare la forza di affinità colla quale i sali ritengono la loro acqua di cristallizzazione (E. Wiedemann, *Dissociation* nella *Encicl. Naturwiss.* II, p. 405).

Mi parve che potesse portare un po' di luce in questa questione lo stabilire dei confronti fra i volumi molecolari dei sali anidri e quelli dei sali idrati corrispondenti, fra i calori molecolari delle due serie di sali, fra le variazioni che avvengono nei volumi molecolari dei sali idrati nel passaggio dallo stato solido allo stato liquido. Scopo della presente Nota si è quello di esporre i risultamenti di un tale studio e di alcune indagini fatte sopra la influenza della pressione sulla temperatura di fusione dei sali idrati, per i quali si conoscono finora il calore di fusione e la variazione di volume nella fusione.

2. *Confronto fra i volumi molecolari dei sali anidri e degli idrati corrispondenti.* — Playfair e Joule avevano dedotto dalle loro ricerche che il volume molecolare di un sale con acqua di cristallizzazione non è uguale alla somma dei volumi del sale anidro e dell'acqua; che in certi sali ricchi in acqua, il volume di quest'acqua (supposta solida) è uguale al volume della molecola del sale cristallizzato, cosichè le molecole del sale anidro sembrerebbero interposte fra le molecole d'acqua senza che il volume di questa sia aumentato (Wurtz, *loc. cit.*). F. W. Clarke (*Amer. Journ. Scienc* [3] VIII, 1874) dal confronto dei volumi molecolari di una trentina di sali anidri e quelli dei loro idrati corrispondenti dedusse poi che il volume molecolare medio dell'acqua di cristallizzazione è 13,76, e che quindi il volume molecolare di un sale idrato è uguale alla somma del volume del sale anidro e di quello delle molecole d'acqua, ciascuna condensata al volume 13,76. Thorpe e Watts (*Journ. Chem. Soc.* 37, 102, 1880) avendo fatto lo stesso confronto per i solfati della serie magnesiaca a diversi gradi di idratazione, trovarono che il volume occupato dalle singole molecole di acqua varia col grado di idratazione da 10,7 per la prima molecola fino a 16,2 per la settima.

I dati sulla densità dei sali sono ora notevolmente aumentati ed io ho desunto quelli, che mi erano necessari, dalla copiosa e diligente raccolta pubblicata recentemente dal Clarke nelle *Smithsonian Miscellaneous Collections* (XXXII, 1888).

Nelle tabelle seguenti nella colonna (1) abbiamo la formola del sale anidro, nella (2) il numero delle molecole di acqua nell'idrato corrispondente considerato, nelle (3) e (4) la densità ed il volume molecolare del sale anidro, nelle (5) e (6) le stesse grandezze pel sale idrato, nella (7) il volume molecolare dell'acqua di cristallizzazione calcolato.

Sali aloidi.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$BaCl_2$	2	3,879[1])	53,6	3,045[1])	80,1	13,2
$NiFl_2$	3	2,855[4])	33,8	2,014[4])	74,8	13,7
$FeCl_2$	4	2,528[5])	50,2	1,926[5])	103,3	13,3
$MnCl_2$	4	2,478[1])	50,8	1,913[1])	103,5	13,2
$NaBr$	4	3,198[6])	32,1	2,165[6])	48,6	12,1
$CaCl_2$	6	2,240[5])	49,6	1,635[5])	133,9	14,0
$SrCl_2$	6	3,035[6])	52,2	1,932[6])	137,9	14,3
$MgCl_2$	6	2,177[7])	43,6	1,562[7])	130,0	14,6
$CoCl_2$	6	2,937[7])	44,3	1,840[8])	129,3	14,2
$SrBr_2$	6	3,985[6])	61,9	2,358[6])	150,4	14,7
					medio .	13,73

Solfati.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
Li_2SO_4	1	2,210[9])	49,8	2,020[10])	63,4	13,6
Am_2SO_4	1	1,773[1])	74,4	1,725[11])	86,9	12,5
$CaSO_4$	2	3,102[5])	43,8	2,331[5])	73,8	15,0
$CuSO_4$	5	3,707[6])	43,0	2,248[6])	111,0	13,6
$MnSO_4$	5	3,282[12])	45,0	2,103[12])	114,4	13,9
$K_2Mg(SO_4)_2$	6	2,676[7])	97,9	2,076[7])	178,2	13,4
$Am_2Mg(SO_4)_2$	6	2,105[1])	122,6	1,725[1])	212,2	14,8
$K_2Zn(SO_4)_2$	6	2,860[1])	117,1	2,237[1])	198,0	13,5
$Am_2Zn(SO_4)_2$	6	2,273[1])	131,5	1,922[1])	211,8	13,3
$K_2Fe(SO_4)_2$	6	3,042[1])	107,2	2,202[7])	197,1	15,0
$K_2Co(SO_4)_2$	6	3,105[1])	105,8	2,209[13])	197,6	15,0
$K_2Cu(SO_4)_2$	6	2,784[6])	119,7	2,186[6])	201,9	13,7
$Am_2Cu(SO_4)_2$	6	2,197[7])	132,7	1,891[7])	211,2	13,1
$MgSO_4$	7	2,709[12])	44,8	1,678[12])	146,6	14,5
$ZnSO_4$	7	3,6235[12])	45,6	1,974[12])	146,8	14,4
$FeSO_4$	7	3,346[12])	44,5	1,895[12])	146,7	14,6
$NiSO_4$	7	3,418[12])	44,6	1,949[12])	144,6	14,3
$CoSO_4$	7	3,472[12])	44,7	1,918[12])	146,0	14,4
$Di_2(SO_4)_3$	8	3,735[14])	155,5	2,878[14])	251,9	12,0

$Th(SO_4)_2$	9	4,225[15])	93,6	2,767[3])	201,5	12,0
$Be_2(SO_4)_3$	12	2,443[1])	125,3	1,713[1])	304,7	14,9
$Cr_2(SO_4)_3$	15	2,743[6])	143,2	1,867[6])	212,0	14,1
$Al_2(SO_4)_3$	18	2,672[6])	128,3	1,767[6])	377,5	13,8
$K_2Al_2(SO_4)_4$	24	2,228[7])	232,0	1,726[7])	552,0	13,3
$Rb_2Al_2(SO_4)_4$	24	2,787[13])	218,4	1,890[13])	525,2	13,8
$Am_2Al_2(SO_4)_4$	24	2,039[7])	235,6	1,625[7])	532,0	13,6
$Am_2Cr_2(SO_4)_4$	24	1,994[13])	263,0	1,728[13])	553,8	12,1
$Am_2Fe_2(SO_4)_4$	24	2,540[13])	209,4	1,723[13])	559,4	14,6
					medio .	13,80

Selcniati, cromati, volframati e borati.

$CoSeO_4$	5	4,037[13])	49,9	2,512[3])	116,1	13,3
»	6	»	»	2,251[13])	137,5	14,6
»	7	»	»	2,135[3])	153,4	14,8
$Am_2Al_2(SeO_4)_4$	24	2,368[13])	139,9	1,895[13])	288,8	12,4
$MgCrO_4$	1—7	2,259[16])	70,1	1,761[16])	151,2	13,4
$Na_6W_7O_{24}$	16	5,498[17])	329,0	3,987[17])	526,2	12,3
$Na_2Bo_4O_7$	10	2,367[5])	85,3	1,692[5])	225,8	14,0
					medio .	13,54

Nitrati, fosfati, arseniati e carbonati.

$Ca(NO_3)_2$	4	2,504[6])	65,5	1,878[6])	125,7	15,0
$Sr(NO_3)_2$	4	2,857[5])	78,2	2,113[5])	148,3	14,0
Na_3PO_4	12	2,536[18])	64,5	1,622[7])	234,5	14,2
$Na_4P_2O_7$	10	2,373[18])	112,0	1,773[18])	251,6	14,0
Na_3AsO_4	12	2,835[19])	73,4	1,804[7])	235,0	14,3
Na_2CO_3	10	2,407[6])	44,0	1,456[6])	196,4	15,2
$CaCO_3$	5	2,697[20])	37,0	1,783[21])	106,6	13,9
$KNaCO_3$	12	2,546[2])	48,0	1,621[2])	208,6	13,4
					medio .	14,25

Sali organici.

$SrC_2H_2O_4$	2	2,667[1])	66,4	2,244[1])	95,0	14,3
$MnC_2H_2O_4$	2	2,205[1])	65,7	1,953[1])	92,6	13,5
$Sr_2Cu(CHO_2)_6$	8	2,612[1])	194,4	2,132[1])	305,7	13,9
$NaC_2H_3O_2$	3	1,520[22])	53,9	1,437[22])	94,6	13,6
»	»	1,500[23])	54,7	1,402[23])	97,0	14,1
$Zn(C_2H_3O_2)_2$	2	1,839[1])	99,5	1,735[1])	126,2	13,4
»	3	»	»	1,717[8])	137,9	12,8
$Ba(C_2H_3O_2)_2$	1	2,480[1])	110,0	2,190[8])	124,5	14,5
»	3	»	»	2,020[1])	152,8	14,3
$Cu(C_2H_3O_2)_2$	1	1,930[1])	94,0	1,882[1])	106,0	12,0
$Di(C_2H_3O_2)_3$	4	2,157[24])	148,8	1,882[24])	208,7	15,0
$Di(C_3H_5O_2)_3$	3	1,861[24])	195,1	1,741[24])	239,5	14,8
					medio .	13,85

[1]) Schroëder, [2]) Stolba, [3]) Topsoë, [4]) Clarke, [5]) Filhol, [6]) Favre e Valson, [7]) Playfair e Joule, [8]) Boedeker, [9]) Kremers, [10]) Troost, [11]) Dana, [12]) Thorpe e Watts, [13]) Petterson, [14]) Nilson e Petterson, [15]) Kruss e Nilson, [16]) Abbot, [17]) Scheibler, [18]) Mohr, [19]) Stallo, [20]) Karsten, [21]) Pelouze, [22]) a 18°,8 e [23]) a 58°,2 Pagliani, [24]) Clève.

Per brevità ho qui citato solo i dati per quei sali per i quali il volume molecolare dell'acqua di cristallizzazione varia fra 12 e 15. Gli altri, che presentano divergenze maggiori dal medio 13,83 sono pochi e per la maggior parte sali di metalli rari, o di non facile preparazione e quindi poco conosciuti. Meritano però di essere ricordati i seguenti coi valori relativi:

Na_2SO_4, $10H_2O$ (15,8)[1]). Na_2SeO_4, $10H_2O$ (17,2). Na_2CrO_4, $10H_2O$ (17,1). Na_2WO_4, $10H_2O$ (15,9). $Pb(C_2H_3O_2)_2$, $3H_2O$ (16,2).

Considerando che i sali citati sono in grande numero, che appartengono a serie assai diverse, con un numero di molecole d'acqua che varia fra 1 e 24, che le differenze che si riscontrano in due determinazioni per uno stesso sale sono soventi relativamente maggiori di quella che esiste fra i detti due valori

1) Clarke assumendo altri due valori di due sperimentatori diversi ha trovato 14,2.

estremi 12 e 15, si può dall'insieme di questi risultati dedurre che il volume molecolare medio dell'acqua di cristallizzazione, oppure l'incremento nel volume molecolare di un sale anidro dovuto a ciascuna molecola d'acqua si può ritenere uguale a 13,8.

3. *Confronto fra i calori molecolari dei sali anidri e quelli degli idrati corrispondenti.* — Pochi sono i dati che abbiamo sui calori specifici dei sali anidri e degli idrati corrispondenti. Nella tabella seguente nelle colonne (1), (2), (3), (4) sono scritti rispettivamente la formola, il peso molecolare, il calore specifico ed il calore molecolare del sale anidro, nelle colonne (5), (6), (7), (8) il numero delle molecole di acqua di cristallizzazione, il peso molecolare, il calore specifico ed il calore molecolare del sale idrato, nella (9) il rapporto fra la differenza dei due calori molecolari e il detto numero delle molecole d'acqua.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
$CaSO_4$	136	0,178[1])	24,2	2	172	0,259[1])	44,6	10,2
$CuSO_4$	159	0,184[2])	29,3	5	249	0,316[2])	78,7	9,9
$MnSO_4$	151	0,182[2])	27,5	5	241	0,338[2])	81,4	10,4
$CaCl_2$	111	0,164[3])	18,2	6	219	0,347[3])	75,5	9,5
$MgSO_4$	120	0,224[2])	26,9	7	246	0,407[2])	100,0	9,1
$ZnSO_4$	161	0,174[2])	28,1	7	287	0,329[2])	94,4	9,5
$NiSO_4$	155	0,216[2])	33,5	7	281	0,341[2])	96,0	8,7
$Y_2(SO_4)_3$	514,8	0,129[4])	66,4	8	611	0,226[4])	137,9	9,4
$Er_2(SO_4)_3$	620	0,104[4])	64,5	8	764	0,181[4])	138,1	9,2
$Yb_2(SO_4)_3$	634	0,104[4])	65,9	8	778	0,179[4])	139,1	9,15
$Di_2(SO_4)_3$	581	0,119[4])	69,0	8	725	0,195[4])	141,2	9,0
$La_2(SO_4)_3$	566	0,118[4])	66,9	9	728	0,208[4])	151,6	9,4
$Na_4Bo_4O_7$	202	0,229[1])	46,3	10	382	0,385[1])	147,1	10,1
							medio .	9,5

[1]) Kopp, [2]) Pape, [3]) Person, [4]) Nilson e Petterson.

Vediamo dunque come per ogni molecola di acqua di cristallizzazione abbiamo un aumento nel calore molecolare del sale anidro poco differente da 9,5.

Fanno eccezione i sali seguenti:

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
$BaCl_2$	208	0,090[1])	18,8	2	244	0,171[1])	41,7	11,5
$C_2H_3NaO_2$	82	0,350[5])	28,7	3	136	0,485[5])	66,0	12,6
$Na_2S_2O_3$	158	0,221[2])	35,0	5	248	0,445[6])	110,0	15,0
$Ce_2(SO_4)_3$	567	0,117[4])	66,2	5	657	0,200[4])	131,3	13,0

[5]) Pagliani [6]) Trentinaglia.

Queste eccezioni sono troppo poche perchè possano infirmare la regola sopraenunciata, almeno per tutta una serie di sali, quali sono i solfati.

4. *Variazione di volume nella fusione dei sali idratati.* — Poche sono le determinazioni che avevamo finora sulla variazione di volume nella fusione dei sali e sono quelle dovute al Kopp (*Ann. Pharm.* 93, 129, 1855) per i seguenti sali: iposolfito sodico, cloruro di calcio e fosfato di sodio. Mi parve interessante l'aumentare il numero dei dati intorno a questo fenomeno. Ho misurato quella variazione in un modo diverso affatto da quelli usati finora, determinando la densità del sale solido e del sale fuso a temperature prossime a quella della fusione con un metodo fondato sul principio di ottenere mediante la mescolanza di due liquidi convenientemente scelti un liquido, il quale presenti la stessa densità del corpo, che si vuol misurare, e determinare quindi il peso specifico di questo liquido alla stessa temperatura a cui si è fatto il miscuglio.

Buona parte delle mie esperienze erano già fatte quando nel 4° fascicolo del *Zeitschrift. f. physikalische Chemie* dell'anno corrente ho letto una estesa memoria di J. W. Retzgers, il quale appunto propone lo stesso metodo come eccellente per la determinazione del peso specifico dei sali solubili nell'acqua; egli però lo applicò soltanto a determinazioni fatte alla temperatura ordinaria. Tuttavia la sua memoria mi dispensa dall'insistere sulla bontà di questo metodo, poichè molte delle osservazioni, che in essa si trovano, erano state anche da me fatte e non avrei che a ripeterle.

Dirò subito come io applicai tale metodo al mio scopo. Ho adottato come liquidi da mescolarsi per i sali il Ioduro di Metilene ed il Cumolo, il primo per il suo peso specifico molto alto 3,3, il secondo perchè presenta un punto di ebollizione piuttosto alto (151°), il che era indispensabile nelle mie esperienze, perchè il miscuglio riuscisse sufficientemente stabile.

Il recipiente nel quale faceva la mescolanza è costituito da un grosso tubo da saggio di vetro, chiuso con un tappo di caoutchouc a tre fori, nell'uno dei quali passa un termometro in modo che vada a pescare nel liquido; nel secondo passa, penetrando poco nel tubo, il cannello di una pipetta, che contiene uno dei liquidi, e che è chiusa superiormente con un tubetto di caoutchouc ed una pinzetta di Mohr; nel terzo foro passa un tubetto di vetro, aperto alle due estremità e portante superiormente un imbutino, dentro a questo tubo scorre liberamente una bacchettina di vetro, che ripiegata all'estremità, a modo di anello, colla punta rivolta allo ingiù, serve di agitatore del liquido, e per staccare il sale aderente al fondo del tubo. Nella pipetta si mette il liquido più leggiero, il quale si potrà così far cadere goccia a goccia nel miscuglio in cui è immerso il sale; nel caso in cui si oltrepassasse la quantità necessaria per ottenere il peso specifico voluto si può per il tubetto di vetro in cui scorre l'agitatore aggiungere qualche goccia del liquido più pesante. E così operando secondo i casi si poteva raggiungere lo scopo prefisso, di ottenere un liquido che abbia la stessa densità del corpo, che vi è immerso.

Il recipiente così preparato si introduceva in un bagno di acqua a pareti di vetro, in modo da rimanere immerso non solo il tubo ma anche la parte grossa della pipetta, cosicchè il liquido contenutovi assumeva la temperatura stessa del miscuglio, e tutto il termometro, cosicchè non si aveva a fare correzioni per la colonna sporgente. Non occorre dire che il bagno veniva agitato in modo continuo, e si pose ogni cura perchè la determinazione della temperatura riuscisse esatta.

I sali o si prepararono direttamente o si ottennero per cristallizzazioni successive di prodotti della fabbrica Trommsdorff. Si adoperarono soltanto quelle masse di cristallini che presentavano maggior omogeneità, e le determinazioni si fecero general-

mente sul sale già fuso una volta nel miscuglio stesso, appunto per ovviare ad alcuni inconvenienti indicati anche dal Retzgers. Per i sali solidi si deduceva che si era raggiunta la densità del miscuglio voluta quando si osservava che le particelle del sale stavano sospese nell'interno della massa del liquido; per i sali liquidi quando si osservava che le goccie sferiche di sale fuso, che si staccavano agitando il miscuglio rimanevano sospese nel liquido. Se il sale fuso aderiva al vetro se ne sollevava una goccia sulla punta dell'agitatore, e quella poi cadendo doveva rimanere sospesa nel liquido. Naturalmente non era da aspettarsi che nelle determinazioni a temperature superiori alla ordinaria si ottenesse la stessa approssimazione che alla temperatura ordinaria. Si direbbe però che il metodo dia una maggior approssimazione per i corpi allo stato liquido che non per quelli allo stato solido a quelle temperature, perchè nelle mie determinazioni ebbi per i sali liquidi una differenza minima fra due determinazioni 0,0002, per l'acetato di sodio a 59°,3 ($d = 1,2427$), ed una massima 0,0082 per il cloruro di cobalto a 50°,6 ($d = 1,6905$); per i sali solidi invece ebbi una differenza minima 0,0022 per il Nitrato di Nichel a 55°,0 ($d = 1,8491$) ed una massima 0,012 per il Nitrato di Cadmio a 54° ($d = 2,3248$).

La determinazione della densità del miscuglio si faceva col metodo dello Sprengel, riempiendo il tubo per aspirazione alla temperatura ordinaria, allo scopo di non variare la composizione del miscuglio stesso.

Prima di applicare il metodo ai sali da studiarsi, ho fatto alcune determinazioni di confronto sopra sostanze già studiate da altri con metodi diversi. Cito due esempi.

Difenilamina. — Questa sostanza è stata studiata dai Dott. L. Palazzo ed A. Battelli (*Mem. R. Acc. Lincei* [4] I, anno 1885), i quali adoperarono il metodo idrostatico. Essi ottennero per densità della difenilamina (punto di fusione 50°,9) a 51°,35: $d = 1,0649$; a 53°,15: $d = 1,0625$; a 54°,7 $d = 1,0623$. Le determinazioni da me fatte, adoperando in questo caso un miscuglio di acqua e di soluzione di joduro potassico, sopra una difenilamina fondente a 52°,0, diedero per medio valore $d = 1,0671$ a 52°,2, riferita all'acqua a 52°.

Iposolfito di sodio. — Questo sale è stato studiato, come si

disse, dal Kopp, il quale adoperò il metodo del dilatometro. Egli trovò per punto di fusione 45° e per densità del sale solido a questa temperatura $d = 1,726$ e del sale fuso $d' = 1,642$. Il campione di sale da me adoperato in questa determinazione cominciava a fondere a 49°,3 e la fusione era completa solo a 50°. Il medio risultato delle determinazioni della densità del sale solido fu 1,7225 ad una temperatura media 49°,13, e per il sale fuso $d = 1,6452$ a 50°,2. Alla temperatura di 16°,2 si trovò per il sale solido $d = 1,7384$ (Kopp 1,736 a 10°, U. Schiff 1,734). Per mezzo di questi dati ho calcolato l'aumento di volume nella fusione ed ho trovato 4,7 p. 100; Kopp trovò 5,1 p. 100. Se si considera la difficoltà di queste misure e la differenza nei punti di fusione dei due sali, che dimostrerebbe trattarsi di campioni con proprietà fisiche un po' diverse, mi sembra che l'accordo sia abbastanza soddisfacente. L'iposolfito di sodio difatti, secondo le esperienze di Parmentier ed Amat (*Compt. Rend.* 1884, 98, 735) presenta il dimorfismo ed i cristalli delle due forme presentano punti di fusione affatto differenti; il punto di fusione dei fini e lunghi aghi che si ottengono per raffreddamento lento delle soluzioni soprasature sarebbe 32°, mentre quello dei cristalli ordinarii sarebbe secondo Kopp 45°, secondo Kremers e Debray 48°, secondo Mulder 50°, secondo Parmentier e Amat 47,9. Io ho trovato per il campione ora indicato 49,3 per un altro campione 44°,33. La differenza nei punti di fusione dipenderà molto probabilmente dalla presenza simultanea di quantità relative diverse delle due specie di cristalli.

I sali da me studiati fondono tutti a temperatura inferiore a 60°. Essi sono i nitrati di Calcio, di Cadmio, di Rame, di Nickel, di Manganese, il cloruro di Cobalto, l'acetato di sodio. In generale tutti questi sali impiegano un certo tempo nella fusione di tutta la massa, ancorchè piccola, e prima che incominci la fusione il sale presenta già, talvolta 3 o 4 gradi prima, una modificazione alla superficie dei cristalli, che dinota uno stato particolare di esso, forse il pastoso, per cui si credette utile in qualche caso di determinare la densità del sale solido qualche grado al disotto del punto di fusione.

Ciascun valore delle densità, riferite all'acqua a 4°, qui sotto riportato, è il medio dei risultati ottenuti da almeno tre determinazioni.

Nitrato di Calcio. $Ca(NO_3)_2 + 4H_2O$. — Il sale comincia a fondere a 42° circa e la fusione è completa a 44°. Ordway trovò pure 44°.

Sale solido a 17°,2 $d = 1,8645$. Favre e Valson 1,878 a 18°. Ordway 1,90 a 15,5.

Sale solido a 40°,24: 1,8163.

Sale liquido a 44°,2: 1,7132.

Calcolando con questi dati l'aumento dell'unità di volume nella fusione a 44° si trova 0,0553.

Nitrato di Cadmio, $Cd(NO_3)_2 + 4H_2O$. — La fusione comincia a 58°,0 ed è completa a 58°,8. Secondo Ordway 59°,5.

Densità del sale solido a 18°,3: $d = 2,3995$. (Laws, 2,450 a 14° e 2,460 a 20°).

Densità del sale solido a 54°,0: 2,3248

» » liquido a 59°,0: 2,2109.

Aumento dell' unità di volume nella fusione (59°) $v = 0,0468$.

Nitrato di Rame $Cu(NO_3)_2 + 6H_2O$. — Il sale fuse a 26°,4 come pure indica l' Ordway.

Densità del sale solido a 16°,0: $d = 2,0566$. Playfair e Joule 2,047.

Densità del sale solido a 25°,9: 2,0066

» » liquido a 26°,5: 1,8184.

Aumento dell'unità di volume nella fusione (26°,5) $v = 0,102$. La grandezza di questo aumento di volume si avvicina a quella trovata dal Kopp per il Cloruro di Calcio: 0,0965.

Nitrato di Nickel $Ni(NO_3)_2 + 6H_2O$. — Cominciò a fondere a 55°,4 ed era fuso completamente a 56°. Ordway trovò 56,7.

Densità del sale solido a 16°,8: $d = 1,9987$. (Laws 2,037 a 22° e 2,065 a 14°).

Densità del sale solido a 55°,0 1,8491

» » liquido a 56°,2 1,7964.

Aumento dell' unità di volume nella fusione (56°,2) $v = 0,0267$.

Nitrato di Manganese. $Mn(NO_3)_2 + 6H_2O$. — Fuse completamente a 25°,6 Ordway trovò 25°,8.

Densità del sale solido a 16°,8 $d = 1{,}8144$. Ordway 1,8199 a 21°.

Densità del sale solido a 24°,9 1,7642
» » liquido a 25°,75 1,7286

Aumento dell'unità di volume nella fusione (25°,75), $v = 0{,}0176$.

Cloruro di Cobalto. $CoCl_2 + 6H_2O$. — Cominciò a fondere a 48° ed era fuso completamente a 50°. Questo sale liquido presenta una grande adesione ai solidi, che rende un po' difficile la determinazione. Secondo Politzin i cristalli di Cloruro di Cobalto cominciano a diventare opachi verso 30° a 35°, quando si scaldano fuori del contatto dell'aria, vanno in efflorescenza a 45 - 50° con formazione dell'idrato con $2H_2O$; entrano poi in fusione a 54° circa producendosi anche qui il biidrato e cambiando colore.

Densità del sale solido a 15°,8 $d = 1{,}8404$. Boedeker, ed Ehlers: 1,84 a 13°.

Densità del sale solido a 46°,0 1,7740
» » liquido a 50°,6 1,6946.

Aumento dell'unità di volume nella fusione (50°,6), $v = 0{,}0409$.

Acetato di Sodio. $NaC_2H_3O_2 + 3H_2O$. — Fuse completamente a 59°,1.

Densità del sale solido a 18°,8: $d = 1{,}4374$. Schroëder 1,431 a temperatura ordinaria.

Densità del sale solido a 58°,1 1,4020
» » liquido a 59°,3 1,2427.

Aumento dell'unità di volume nella fusione (59,3): $v = 0{,}127$.

Per l'acetato di sodio determinai pure la densità del sale anidro a 58°,4 e 18°,8 ed i valori ottenuti ho già indicati sopra.

Se per mezzo dei risultati sopra ottenuti e di quelli del Kopp si calcola la variazione del volume molecolare per i diversi sali non si riscontra alcuna relazione fra questa variazione ed il numero delle molecole di acqua di cristallizzazione o colla frazione del volume molecolare spettante a queste. Un fatto generale però risulta che, fatta eccezione per l'acetato di sodio, per gli altri sali la variazione di volume è sempre molto infe-

riore alla differenza fra il volume che compete alle molecole dell'acqua prese alla temperatura di fusione e quello che loro compete allo stato di acqua di cristallizzazione. Questa differenza si calcola sottraendo il numero 13,8 che rappresenta, come abbiamo veduto il volume molecolare dell'acqua di cristallizzazione solida, dal volume molecolare dell'acqua liquida, calcolato per la temperatura di fusione, e moltiplicando la differenza per il numero delle molecole di acqua di cristallizzazione. Per l'acetato di sodio la differenza così calcolata sarebbe 12,9 mentre la variazione di volume trovata sarebbe 12,3. Per gli altri sali il massimo rapporto fra la seconda e la prima quantità sarebbe $^5/_8$ per il nitrato di rame, il minimo $^1/_8$ per il nitrato di manganese. Questo risultamento potrebbe forse indicare che nella fusione acquosa, come vien chiamata, di un sale idrato si abbia dissociazione del sale idrato totale o parziale e soluzione o del sale anidro o di un idrato meno ricco nell'acqua che si mette in libertà. Infatti, secondo le estese ricerche del Gerlach (*Zeits. f. Anal. Chem.* 1887, XXVI, pag. 413), si osserva nella soluzione dei sali contenenti acqua di cristallizzazione una assai piccola diminuzione di volume, e nelle soluzioni concentrate molto frequentemente una dilatazione, per esempio col cloruro di calcio. Invece nella soluzione dei sali anidri si osserva sempre (tranne che per H_4NCl, e H_4NNO_3) una contràzione di volume, la quale anzi va crescendo col crescere della concentrazione. Aggiungiamo che secondo le determinazioni del Thomsen la quantità di calore assorbita nella soluzione di un sale idrato diminuisce col diminuire del grado di idratazione e per gradi di idratazione poco inferiori al massimo corrispondente al sale cristallizzato nelle condizioni ordinarie può aversi sviluppo di calore, ciò che dinoterebbe appunto che coi sali anidri e gli idrati inferiori si ha contrazione di volume nella soluzione, che va aumentando col diminuire del grado di idratazione. Quindi nella fusione di un sale idrato non si avrebbe un semplice fatto fisico, ma un cambiamento di costituzione nel sale, per cui risulterebbe una soluzione o del sale anidro, o di un idrato inferiore [1]).

1) Sarebbe quindi impropria la espressione che si legge sovente nei libri di fisica e di chimica che un sale idrato fonde prima nella sua acqua di cristallizzazione.

Alla temperatura, alla quale avviene, la fusione, non potrà forse più sussistere l'equilibrio con quel dato numero di molecole d'acqua, ma queste si separeranno in tutto o in parte, formandosi un idrato inferiore, oppure mettendosi in libertà il sale anidro.

5. *Influenza della pressione sulla temperatura di fusione dei sali.* — Finora non si hanno esperienze sulla influenza della pressione sulla temperatura di fusione dei sali, bensì su altre sostanze. È noto poi come le deduzioni teoriche di James Thomson siano state confermate per alcune sostanze. Applicando le proprietà di un ciclo di Carnot alla fusione di un corpo ed indicando con γ le calorie di fusione, con T_1 la sua temperatura di fusione alla pressione P_1, con T_2 quella alla pressione P_2, con v la variazione di volume dell'unità di massa del corpo nella fusione, e con J l'equivalente meccanico della caloria deduciamo dai principii di termodinamica:

$$(1) \qquad (P_2 - P_1)\, v = J\gamma \frac{T_2 - T_1}{T_1}$$

Sarà interessante il vedere se tale eguaglianza vale anche per la fusione nei sali idrati, dove, come si è detto sopra, devono intervenire dei fenomeni speciali, la dissociazione del sale idrato, e la soluzione del sale anidro, o di un idrato inferiore nell'acqua.

Ho studiato l'influenza della pressione sulla temperatura di fusione di alcuni sali idrati ed ho scelto il cloruro di Calcio $CaCl_2, 6H_2O$, il fosfato acido di sodio $Na_2HPO_4 + 12\,H_2O$, l'iposolfito di sodio $Na_2S_2O_3 + 5H_2O$, per i quali si conoscono tutti gli elementi necessari, per la detta verifica. È stata mia cura che le sostanze adoperate corrispondessero il più esattamente possibile alla composizione sopra indicata, e ciò ottenni con opportune cristallizzazioni di sali, che già presentavano garanzie di purezza.

L'apparecchio adoperato per la fusione è lo stesso che ha servito al Dott. A. Battelli [1]) per le sue esperienze sulla influenza della pressione sulla temperatura di fusione di alcune sostanze, eseguite in questo stesso Laboratorio. Esso è costituito da un

1) *Atti del R. Istituto Veneto di Scienze e lettere* III, Serie VI.

cilindro di ferro a robustissime pareti, dell' altezza di 6 cm. e del diametro interno di 4 cm.; in esso si metteva la sostanza da fondere. Questo cilindro si può chiudere con un coperchio pure di ferro, il quale si fa aderire perfettamente all' orlo del cilindro per mezzo di un anello di gomma, e vi si adatta mediante sei viti di pressione che si internano nel corpo del cilindro stesso. Il coperchio porta nel mezzo un ditale di ferro, che si riempie di mercurio, nel quale si immerge il bulbo di un termometro. Nel coperchio si trova pure lateralmente un foro, dove si avvita strettamente un forte tubo di rame, il quale conduce alla pompa di compressione.

Questo recipiente in ferro veniva posto in un grande recipiente di rame che funzionava da bagno ad aria. Questo recipiente di rame era a sua volta immerso in un più grande bagno d' acqua di parecchi litri, a doppia parete, il quale, munito di un regolatore della temperatura, veniva scaldato con una fiamma a gas.

Si sa che in queste sperienze una grande difficoltà consiste nel cogliere esattamente la temperatura alla quale viene iniziata la fusione del corpo, e questa difficoltà si rendeva anche qui maggiore per il fatto che, anche se si avesse voluto aver un confronto nel punto di solidificazione, cosa già difficile per gli altri corpi, qui diventava pressochè impossibile presentando questi sali generalmente il fenomeno della soprafusione.

Dopo una serie di tentativi diversi mi attenni al metodo seguente. Eseguiva il riscaldamento in modo da regolare opportunamente la differenza fra la temperatura del bagno d' acqua e quella del bagno ad aria secondo la rapidità colla quale la massa del sale nei diversi casi, passava per intiero allo stato liquido. Osservavo generalmente questo andamento; la temperatura del sale si eleva da principio con una certa rapidità, ma la differenza fra due letture successive, fatte per esempio di mezzo minuto in mezzo minuto, va successivamente diminuendo, nell' istante in cui il sale comincia a passare allo stato liquido si osserva fra due letture successive una differenza sensibilmente minore di quelle che si erano osservate fino allora, ma poi essa si mantiene costante o va lentissimamente diminuendo fino a che tutto il sale è fuso; a questo punto la temperatura riprende

la sua ascesa più rapida. Che debba succedere questo si comprende facilmente quando si consideri che la temperatura dell'acqua è sempre più alta di quella dell'aria che circonda il recipiente di fusione, e questa più di quella del sale. A misura però che, rimanendo costante la temperatura del bagno d'acqua, le tre temperature tendono a mettersi in equilibrio e che la temperatura del sale aumenta, la trasmissione di calore dall'aria al sale si farà sempre meno rapida e quindi l'aumento di temperatura del sale sempre più lento; nell'istante poi in cui il sale entra in fusione, e che comincia ad essere assorbito del calore anche per questo fenomeno, l'aumento di temperatura del sale si farà sensibilmente più lento ancora, e quindi secondo la rapidità di trasmissione del calore dall'aria al sale l'aumento di temperatura del sale si farà regolare oppure sempre più lento, finchè tutta la massa sia fusa. In tal modo costruendo graficamente le differenze fra due letture successive, fatte di mezzo in mezzo minuto, si poteva distinguere bene quella lettura, dopo la quale le differenze si facevano maggiori e pressochè costanti. Per ogni sale si faceva qualche esperienza preliminare per stabilire le condizioni più opportune di riscaldamento.

Il termometro adoperato era diviso in decimi di grado, e si potevano sopra di esso, leggendo con un cannocchiale, apprezzare bene i decimi di divisione. Avendo una prima calibrazione dimostrato che la sezione del cannello non era costante ma che andava successivamente crescendo dallo zero in su, in modo che la sua variazione poteva essere espressa in funzione della distanza dall'origine con un'equazione parabolica, ho applicato alla calibrazione più esatta del cannello il metodo di Kopp [1]). Per dimostrare come si adattasse il detto metodo, indicherò qui le lunghezze osservate di una colonnina di mercurio nelle varie posizioni della scala e quelle calcolate:

1) *Manuale di fisica pratica* dei prof. Naccari e Bellati, pag. 192.

lunghezze osservate	lunghezze calcolate	differenze
10,85	10,858	— 0,008
11,06	11,048	+ 0,012
11,25	11,234	+ 0,016
11,40	11,417	— 0,017
11,69	11,690	0

Per il tratto della scala adoperato nelle mie esperienze fra 28° e 45°, la differenza media è 0,01.

La capacità V del cannello compresa fra la divisione 0 e una divisione qualunque D, posta uguale ad 1 quella della prima divisione, risultò espressa da: $V = 0{,}999151\,D + 0{,}00084618\,D^2 + 0{,}0000030266\,D^3$. Il valore in gradi della capacità della prima divisione risultò $a = 0{,}9557$.

Per la misura delle pressioni si adoperò un manometro ad aria libera ed a colonne multiple del Richard, che in questo Istituto serve alla verifica dei manometri campioni metallici. Esso è costituito da una serie di tubi alternativamente di vetro e di ferro uniti fra loro a mo' di sifone, essi per la loro metà inferiore sono riempiti di mercurio, per il resto di glicerina. I due tubi estremi non contengono questo liquido; l'uno di essi è aperto, l'altro si mette in comunicazione col recipiente, nel quale si vuol misurare la pressione. Dietro ogni tubo di vetro è applicata una scala in millimetri, cosicchè si possono misurare le differenze di livello in ciascun paio di tubi, che ne porta una al disopra, l'altra al disotto del livello iniziale del mercurio. Queste scale sono mobili cosicchè si possono sempre al principio di ogni operazione far coincidere gli zeri delle scale coi livelli iniziali del mercurio nei diversi tubi. Siccome però per il muoversi del mercurio e della glicerina nei tubi di ferro facilmente si forma alla superficie del mercurio un deposito di sostanza di color bruno che, fissandosi sul vetro, rende un po' dubbiosa la osservazione del livello del mercurio nella sua posizione iniziale di riposo, così preferiva lasciare ferme le scale, e stabilire ad ogni volta la posizione dei livelli del mercurio corrispondente alla prima atmosfera misurata mediante un manometro ad aria libera a semplice colonna di mercurio, poichè nell'innalzarsi del

mercurio l'anello di sostanza deposta rimaneva al suo posto, ed i livelli si potevano osservare assai bene. Il manometro è costituito da otto paia di tubi di due metri ciascuno di lunghezza e quindi con esso si possono determinare pressioni di oltre 16 atmosfere.

Cloruro di Calcio. — Indicherò con B la pressione barometrica corretta, con P la pressione letta sul manometro, espressa pure in millimetri di mercurio, con t la temperatura di fusione, debitamente corretta per la colonna sporgente.

N°	B	t	N°	B	P	t
1	746,0	28,737	5	743,3	9079	29,142
2	747,5	28,747	6	738,7	10409	29,192
3	750,8	28,775	7	745,8	9732	29,128
4	745,3	28,807	8	739,9	7432	29,061
	———	———	9	731,8	7326	29,061
medio	747,4	28,766	10	736,7	7530	29,071

Person trovò per punto di fusione di questo sale 28°,5, Kopp 29°,0.

Nel seguente prospetto si trovano nella prima colonna le differenze p fra le singole pressioni esercitate nelle esperienze 5 a 10, e la pressione media a cui corrisponde il punto di fusione 28,77, espresse in megadine per cm²., nella 2ª le differenze θ fra i punti di fusione rispettivamente osservati e quest' ultimo, nella 3ª il rapporto fra il secondo numero ed il primo rispettivo, cioè la variazione della temperatura di fusione prodotta da una variazione di pressione di una megadine per cm². Ho eseguito un maggior numero di misure per questo primo sale studiato e la concordanza soddisfacente dei risultati mi persuase che il modo di procedere adoperato poteva applicarsi con sufficiente sicurezza.

p	θ	$\frac{\theta}{p}$
12,08	0,376	0,0311
13,84	0,426	0,0308
13,06	0,362	0,0277
9,88	0,295	0,0299
9,73	0,295	0,0303
10,02	0,305	0,0304
		———
	medio	0,0300

Fosfato di Sodio.

N°	B	t	N°	B	P	t
1	739,2	35,519	4	739,2	8761	35,744
2	739,2	35,519	5	747,1	8823	35,744
3	725,0	35,488	6	734,8	8842	35,765
medio	734,7	35,509				

Person ha trovato per punto di fusione di questo sale 34°,6, Kopp 35°,0.

p	θ	$\frac{\theta}{p}$
11,66	0,235	0,0202
11,76	0,235	0,0200
11,77	0,256	0,0217
	medio	0,0206

Iposolfito di Sodio.

N°	B	t	N°	B	P	t
1	722,6	44,340	4	735,1	9147	44,851
2	725,1	44,298	5	736,3	9175	44,851
3	730,1	44,349	6	736,1	9229	44,840
medio	725,9	44,329				

Intorno al punto di fusione di questo sale ho già citato sopra i dati dei diversi sperimentatori.

p	θ	$\frac{\theta}{p}$
13,15	0°,522	0°,0397
13,19	0, 522	0, 0396
13,26	0, 511	0, 0385
	medio	0, 0393

Mediante i risultati delle più volte citate determinazioni del Kopp, quelli del Person sul calore di fusione e quelli ora riportati si possono calcolare i valori dei due membri dell'equazione (1). Faremo $(P_2 - P_1)\,v = L$ e $J\gamma\frac{T_2 - T_1}{T_1} = L'$. Si assunse

$$P_2 - P_1 = 10^6 \text{ dine, } J = 4{,}2 \times 10^7 \text{ ergon.}$$

Cloruro di Calcio. — $v = 0{,}06089$; $\gamma = 40{,}7$; $T_1 = 302$; $T_2 - T_1 = 0{,}030$. Risulta: $L = 0{,}06089 \times 10^6$ e $L' = 0{,}16979 \times 10^6$ quindi $L' - L = 0{,}10890 \times 10^6$.

Fosfato di sodio. — $v = 0{,}032235$; $\gamma = 66{,}8$; $T_1 = 308$; $T_2 - T_1 = 0{,}0206$. Risulta $L = 0{,}032235 \times 10^6$ e $L' = 0{,}18765 \times 10^6$ quindi $L' - L = 0{,}15542 \times 10^6$.

Iposolfito di Sodio. — Siccome il campione di sale da me adoperato in queste determinazioni fondeva a 44°,33, temperatura prossima a 45°, punto di fusione del sale adoperato dal Kopp, così ho adottato per questo calcolo il valore di v che si deduce dai dati del Kopp cioè $v = 0{,}029544$. Il valore del calore di fusione 41,9 adottato è stato dedotto da quello determinato da Trentinaglia (*Wien. Akad. Ber.* 72, 661, 1876), per la temperatura 9°,86, applicando la legge di Person e assumendo per calore specifico del sale allo stato solido 0,4447, allo stato liquido 0,569 (Trentinaglia).

Quindi

$$v = 0{,}029544; \quad \gamma = 41{,}9; \quad T_1 = 318; \quad T_2 - T_1 = 0{,}0393.$$

Donde

$$L = 0{,}029544 \times 10^6; \; L' = 0{,}21750 \times 10^6; \; L' - L = 0{,}18796 \times 10^6.$$

Vediamo adunque come l'equazione (1) non è soddisfatta per questi sali.

6. *Considerazioni sopra alcuni risultati.* — Riassumendo qui alcuni dei risultati sopracitati noi abbiamo:

1.° Il volume molecolare medio dell'acqua di cristallizzazione in un sale idrato è pressochè lo stesso per tutti i sali ed uguale a 13,83. Invece, dalla densità del ghiaccio, si calcolereb-

be per volume molecolare dell' acqua solida 19,6; quindi vediamo che nell' entrare a far parte della molecola dell' idrato si avrebbe nell' acqua una contrazione di volume molecolare relativamente grande ($^1/_3$ circa), ciò che porterebbe ad ammettere piuttosto un' intima combinazione col sale anidro, che non una semplice aggregazione delle molecole dell' acqua a quella del sale anidro.

L' ammissione d' una condensazione delle molecole d' acqua, che entrano a formare quella di un sale idrato, a cui si sarebbe così condotti, andrebbe meglio d' accordo colla seconda delle ipotesi accennate sulla costituzione di quei sali. L' essere poi questa contrazione di volume media pressochè uguale per i diversi sali non esclude che in uno stesso sale alcune molecole possano presentare uno stato di condensazione maggiore o minore delle altre. E così, come già sopra si accennò, nei solfati di zinco, di magnesio, di nickel, di manganese, di ferro, di cobalto, di rame il volume della prima molecola varia fra 9,1 e 11,9, quello delle sei ultime molecole fra 13,3 e 17,1 (Thorpe e Watts).

2°. Il calore molecolare medio di una molecola di acqua di cristallizzazione è pressochè lo stesso per i diversi sali ed uguale a 9,5. Se assumiamo per calore specifico del ghiaccio il valore di Hess 0,533 troviamo per calore molecolare dell' acqua solida 9,6. Quindi si verrebbe alla conclusione, già indicata dal Person, che il calore molecolare di un sale idrato è uguale alla somma dei calori molecolari del sale anidro e dell' acqua di cristallizzazione considerata allo stato solido. Siccome poi questo non sarebbe che un caso particolare della legge più generale del Woëstyn la quale stabilisce che l' atomo pel corpo semplice conserva nel corpo composto, in cui entra, il proprio calore specifico, così si rimarrebbe ancora d' accordo colla seconda delle accennate ipotesi nella costituzione dei sali idrati.

Questi due risultamenti relativi al volume ed al calore molecolare dell' acqua di cristallizzazione mi sembrano poter riuscire forse utili nella determinazione dei pesi molecolari dei sali che cristallizzano con molecole d' acqua. Difatti indicando con m, d, c il peso molecolare, la densità ed il calore specifico del sale anidro, con M, D, C, le quantità analoghe per l' idrato, con n il numero di molecole di acqua di cristallizzazione si dovrebbero

trovar soddisfatte l'equazione: $\frac{m}{d} + 13,8\, n = \frac{M}{D}$, e l'altra: $m c + 9,5\, n = MC$.

P. es. Per i solfati dei metalli rari, studiati da Nilson e Petterson, meno uno, risulta verificata abbastanza bene la seconda delle dette equazioni, per nessuno la prima.

3.° Dalle determinazioni del Thomsen risulta che anche per sali di costituzione analoga il calore di idratazione medio per una molecola d'acqua è assai diverso per i diversi sali. Riesce difficile mettere d'accordo questo fatto cogli altri due che la diminuzione media nel volume molecolare dell'acqua è pressochè la stessa per un gran numero di sali, ed il calore molecolare medio è pressochè lo stesso per tutta una serie di sali. Se si considera però come si deduca questo calore di idratazione forse si può ritrovare una spiegazione di tale risultato. La differenza $Q_0 - Q_n$ dei calori di soluzione del sale anidro e di quello con n molecole di acqua di cristallizzazione dà la variazione di calore per l'assorbimento di n molecole d'acqua ed il quoziente $\frac{Q_0 - Q_n}{n}$ la variazione media per una molecola. Ora nel fare questa deduzione si suppone che la soluzione formata dal corpo anidro sia identica con quella del corpo idratato, in presenza di una stessa quantità di acqua. Generalmente la quantità di acqua adoperata per tali determinazioni è molto grande e quindi si adoperano delle soluzioni diluite. Ora si potrà veramente ammettere che la differenza fra quei calori di soluzione dipenda solo dai lavori chimici che si compiono nella soluzione, o non potrebbe essere forse influenzata da lavori fisici di natura speciale che vi intervenissero, e che fossero assai diversi per i diversi sali, anche di costituzione chimica analoga?

In una mia nota recente [1]) sopra alcune deduzioni della teoria di J. H. van' t Hoff sull'equilibrio chimico nei sistemi disciolti allo stato diluito ebbi occasione di esporre qualche concetto sulla costituzione delle soluzioni saline, derivante appunto dalla detta teoria del van' t Hoff, la quale stabilisce che una sostanza sciolta in un eccesso di solvente si trova in uno

1) *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino*, XXIV, 1889.

stato paragonabile allo stato aeriforme. Quindi nell' atto della soluzione di una sostanza abbiamo in essa la tendenza ad assumere quello stato e perciò potremo dire che il detto fenomeno è accompagnato da una specie di vaporizzazione, se è concessa questa espressione, la quale richiede una certa quantità di lavoro e quindi una quantità di calore equivalente. Aggiungeva che questa quantità di calore poteva influire sul calore di soluzione, come il calore di idratazione del sale nella soluzione, dimodochè, prevalendo l' uno o l' altro, si poteva avere assorbimento o sviluppo di calore [1]). Ora questo calore necessario per la vaporizzazione del sale molto probabilmente sarà assai diverso per i diversi sali, i quali anche con costituzione analoga presentano sovente differenze grandi nelle proprietà fisiche, nella fusibilità p. es. Non si troverà forse qui la ragione delle differenze fra i valori medii dei calori di idratazione di sali anche di costituzione analoga? I dati sperimentali di cui disponiamo finora non ci permettono di risolvere la questione, ma forse da uno studio più esteso dei fenomeni osmotici nei sali si potrà arrivare a portare un po' di luce in questa non facile questione.

Laboratorio di Fisica del R.° Istituto Tecnico di Torino
Giugno 1889.

1) Concetti analoghi trovai anche sviluppati in una recente memoria del Pickering *Chem. Soc. Trans.* 1889.

SU L'ENERGIA CINETICA DEI SISTEMI CHE AMMETTONO UNA FUNZIONE POTENZIALE E SI CONSERVANO IN MOTO STABILE; NOTA DEL PROF. P. DONNINI.

Con questa breve Nota io non mi prefiggo che di mettere in luce una relazione sussistente tra la funzione potenziale e l'energìa cinetica relativa d'un sistema di elementi in moto stabile: intendendo designata col nome di funzion potenziale del sistema quella funzione, che da Hamilton ebbe il nome di funzion di forza (*force function*) [1]).

Fra i sistemi, che ammettono una tale funzione, quelli sono in primo luogo e principalmente da annoverare, i quali non sono sollecitati da altre forze che dalle scambievoli azioni delle particelle onde sono composti. Ed infatti assai di sovente oggigiorno, massime nelle indagini rivolte alla esplicazione dinamica dei fenomeni termici, occorre la considerazione astratta di sistemi costituiti in tal guisa e nei quali alla funzione della distanza, cui le predette azioni vengono supposte proporzionali, è lasciata la più grande generalità.

Se non che, nello studio della natura, i soli sistemi che abbian fin qui dato campo ad applicazioni concrete sono i newtoniani; pei quali la relazione, di che la presente Nota si occupa, è conosciuta da lungo tempo; e la segnalò pel primo il professor Betti [2]), a cui per via breve ed elegantissima è testè venuto fatto di ritrovarla e valersene [3]).

V'ha luogo perciò a sospettare che la ricerca di quella relazione, per sistemi sottoposti alla sola condizione di ammettere una funzion potenziale, sia per mancare di qualsiasi utilità: e così ho lungamente dubitato anch'io. Ma le indagini del profes-

1) La significazione, sostanzialmente più lata, attribuita in queste pagine al termine - funzione potenziale - non può visibilmente dar luogo ad equivoci di sorta: del resto non ne mancano esempi autorevolissimi. Cr. Betti, *Teoria della Capillarità;* Pisa, 1867.

2) *Teoria delle forze newtoniane etc.;* Pisa 1879, pag. 130-34.

3) *Sopra l'entropìa di un sistema newtoniano in moto stabile.* — *Nuovo Cimento*, terza serie, t. XXV, pag. 6.

sor W. Sutherland, intorno alla legge delle attrazioni molecolari, e la conclusione a cui egli è addivenuto che *le molecole della materia si attirano proporzionalmente alle masse ed in ragion inversa della quarta potenza delle distanze* [1]), essendomi cadute ultimamente sott'occhio, mi hanno indotto, messa da parte ogni titubanza, a raccorre e ordinare i calcoli già istituiti nel modo che appresso.

1. Si abbia un sistema di elementi, i quali sieno sollecitati da forze sottoposte alla sola condizione di ammettere una funzione potenziale U. Siano m la massa, x, y, z le coordinate ortogonali del centro di gravità, r il raggio vettore di uno qualunque degli elementi, ρ la distanza di detto baricentro, dove la massa m può immaginarsi concentrata, da quello di un'altra particella pure arbitraria m', le coordinate della quale sieno x' y' z'. Essendo

$$(1) \qquad r^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

$$\rho^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2$$

sarà ancora, come è noto,

$$(2) \qquad \Sigma m \, \Sigma m r^2 = (\Sigma m x)^2 + (\Sigma m y)^2 + (\Sigma m z)^2 + \Sigma m m' \rho^2 :$$

ma, per le proprietà notissime del baricentro

$$\Sigma m x = \mathrm{M}\xi, \, \Sigma m y = \mathrm{M}\eta, \, \Sigma m z = \mathrm{M}\zeta,$$

nelle quali $\mathrm{M} = \Sigma m$, ed ξ, η, ζ dinotano le coord. del centro di gravità del sistema, indi la (2) potrà mettersi sotto l'altra forma

$$(3) \qquad \Sigma m r^2 = \mathrm{M}(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2) + 2\Phi,$$

dove

$$\Phi = \frac{1}{2} \Sigma \frac{m m'}{\mathrm{M}} \rho^2$$

rappresenta la funzione di Jacobi del sistema.

2. Premessa questa relazione, della quale avremo quanto prima a valerci, si stabiliscano l'equazioni del moto, per dedurne l'espressione dell'energia cinetica relativa del sistema, ricordando a tale uopo che, per l'assunta ipotesi, le componenti

1) *Philos. Magaz.* vol. XXII, pag. 81-95 e vol. XXIV, pag. 113-34 e 168-87.

secondo gli assi dell'azion totale esercitata dalle forze del sistema sulla massa m, nell'istante qualunque t del movimento contato da un istante iniziale t_0, son date rispettivamente dalle derivate parziali della funzione U. Le dette equazioni del moto saranno pertanto

$$(4) \qquad m\frac{d^2x}{dt^2}=\frac{dU}{dx},\quad m\frac{d^2y}{dt^2}=\frac{dU}{dy},\quad m\frac{d^2z}{dt^2}=\frac{dU}{dz},$$

dalle quali un calcolo molto semplice adduce alla notissima

$$(5) \qquad \tfrac{1}{2}\Sigma mv^2-\tfrac{1}{2}\Sigma mv_0^2=U-U_0,$$

dove, secondo il solito, v e v_0, U ed U_0 denotano le velocità dell'elemento m ed i valori della funzione U nei due istanti t e t_0, limiti della eseguita integrazione.

Ponendo per maggior brevità

$$(6) \qquad \tfrac{1}{2}\Sigma mv_0^2=T_0,\ T_0-U_0=H,\left(\frac{d\xi}{dt}\right)^2+\left(\frac{d\eta}{dt}\right)^2+\left(\frac{d\zeta}{dt}\right)^2=w^2$$

la cercata energia cinetica relativa E risulterà data visibilmente dall'espressione

$$(7) \qquad E=U-\tfrac{1}{2}Mw^2+H.$$

3. Ora si moltiplichino l'equazioni (4) per x, y, z rispettivamente e si sommino i prodotti, estendendo il risultato a tutti gli elementi del sistema. Siccome

$$x\frac{dU}{dx}+y\frac{dU}{dy}+z\frac{dU}{dz}=r\frac{dU}{dr}$$

è visibile che si otterrà

$$\Sigma m\left(x\frac{d^2x}{dt^2}+y\frac{d^2y}{dt^2}+z\frac{d^2z}{dt^2}\right)=\Sigma r\frac{dU}{dr}.$$

Ma la prima delle (1) somministra

$$x\frac{d^2x}{dt^2}+y\frac{d^2y}{dt^2}+z\frac{d^2z}{dt^2}=\tfrac{1}{2}\frac{d^2r^2}{dt^2}-v^2$$

indi

$$\tfrac{1}{2}\Sigma m\frac{d^2r^2}{dt^2}-\Sigma mv^2=\Sigma r\frac{dU}{dr}\,.$$

La quale facendo tesoro della (5) e tenuto conto delle posizioni (6), fornisce a sua volta l' equazione

$$\tfrac{1}{2}\Sigma m\frac{d^2r^2}{dt^2}=2U+\Sigma r\frac{dU}{dr}+2H.$$

Ora la relazione (3) derivata due volte per rapporto al tempo, dopo aver posto

$$\xi^2+\eta^2+\zeta^2=R^2\,,$$

fa strada all' altra

$$\tfrac{1}{2}\Sigma m\frac{d^2r^2}{dt^2}=\frac{M}{2}\frac{d^2R^2}{dt^2}+\frac{d^2\Phi}{dt^2}:$$

paragonando questa con la precedente si avrà infine

$$\frac{d^2\Phi}{dt^2}+\frac{M}{2}\frac{d^2R}{dt^2}=2U+\Sigma r\frac{dU}{dr}+2H \tag{8}$$

e successivamente, a causa della (7),

$$\frac{d^2\Phi}{dt^2}=2E+\Sigma r\frac{dU}{dr}+M\left(w^2-\tfrac{1}{2}\frac{d^2R^2}{dt^2}\right). \tag{9}$$

4. Le forze che sollecitano gli elementi del sistema sieno adesso le sole scambievoli loro azioni attrattive o repulsive, supposte esercitarsi in ragion diretta delle masse e di una funzione delle mutue loro distanze. Un tal sistema sodisfa, come è noto, alla legge della conservazione dell' energìa ed insieme a quella della conservazione del moto del baricentro, per virtù della quale si ha

$$\frac{d^2\xi}{dt^2}=\frac{d^2\eta}{dt^2}=\frac{d^2\zeta}{dt^2}=0\,,\quad \tfrac{1}{2}\frac{d^2R^2}{dt^2}-w^2=0.$$

Perciò, se poniamo la differenza costante

$$H - \tfrac{1}{2} M w^2 = K,$$

le tre equazioni (7), (8), (9) si ridurranno alle più semplici

$$E = U + K$$
$$\frac{d^2\Phi}{dt^2} = 2(U + K) + \Sigma r \frac{dU}{dr}$$
$$\frac{d^2\Phi}{dt^2} = 2E + \Sigma r \frac{dU}{dr}:$$

la seconda e la terza delle quali assumono, pel notissimo teorema d'Eulero sulle funzioni omogenee, le respettive forme

$$(n+3)U + 2K = \frac{d^2\Phi}{dt^2}$$
$$E + \frac{n+1}{2} U = \tfrac{1}{2} \frac{d^2\Phi}{dt^2},$$

quando la funzion della distanza, in ragion della quale gli elementi del sistema agiscono gli uni sugli altri, è una funzione omogenea di grado n.

5. Le relazioni fin qui stabilite sussistono qualunque sia il movimento: se questo deve conservarsi stabile occorre, siccome è noto, che la funzione Φ si mantenga compresa tra due valori finiti, ammettendo un numero infinito di massimi e di minimi. Allora, se denotasi con τ il tempo nel quale il sistema passa da uno dei massimi o minimi al susseguente, e, dopo aver ripresa l'equazione (8) e postala sotto la forma

$$\frac{d^2\Phi}{dt^2} = 2U + \Sigma r \frac{dU}{dr} + 2H - \frac{M}{2} \frac{d^2R^2}{dt^2},$$

la s'integra fra i limiti 0 e τ, si ottiene

$$(10) \qquad \frac{M}{2} \int_0^\tau \frac{d^2R^2}{dt^2} dt - \int_0^\tau \left(2U + \Sigma r \frac{dU}{dr}\right) dt = 2H\tau.$$

Ma la (7), integrata fra i medesimi limiti, fa luogo all'altra

$$(11) \qquad \tau\,\Theta = \int_0^\tau (\mathrm{U} - \tfrac{1}{2}\mathrm{M}w^2)\,dt + \mathrm{H}\tau$$

dove

$$\Theta = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau \mathrm{E}\,dt:$$

combinando la (10) con la (11) si avrà quindi

$$\tau\,\Theta = -\tfrac{1}{2}\int_0^\tau \Sigma r\,\frac{d\mathrm{U}}{dr}\,dt - \frac{\mathrm{M}}{2}\int_0^\tau \left(w^2 - \tfrac{1}{2}\,\frac{d^2\mathrm{R}^2}{dt^2}\right) dt$$

od anche più semplicemente

$$(12) \qquad \Theta = -\tfrac{1}{2}\,\Sigma\left(r\,\frac{d\mathrm{U}}{dr}\right)_m - \tfrac{1}{2}\,\mathrm{M}\,\mathrm{W}_m,$$

ove si ponga

$$\frac{1}{\tau}\int_0^\tau r\,\frac{d\mathrm{U}}{dr}\,dt = \left(r\,\frac{d\mathrm{U}}{dr}\right)$$

$$\frac{1}{\tau}\int_0^\tau \left(w^2 - \tfrac{1}{2}\,\frac{d^2\mathrm{R}^2}{dt^2}\right) dt = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau \mathrm{W}\,dt = \mathrm{W}_m.$$

6. Ora, a causa della presupposta stabilità del moto, il tempo τ o sarà indipendente dal numero dei passaggi considerati del sistema dall'un massimo o minimo al successivo, o convergerà verso un limite determinato a misura che il lor numero andrà crescendo: per conseguenza se vogliansi, secondo l'uso, designati con una lineetta sovra i simboli respettivi i valori medî delle quantità che essi rappresentano, sarà manifestamente

$$\Theta = \overline{\mathrm{E}}\,,\ \left(r\,\frac{d\mathrm{U}}{dr}\right)_m = \overline{r\,\frac{d\mathrm{U}}{dr}}\,,\ \mathrm{W}_m = \overline{\mathrm{W}}$$

ed infine per la (12)

$$\overline{E} = -\tfrac{1}{2} \Sigma\, \overline{r \frac{dU}{dr}} - \tfrac{1}{2} M\, \overline{W}, \tag{13}$$

che è la relazione cercata applicabile a tutti i sistemi, che ammettono una funzione potenziale.

Per quelli poi tra questi sistemi, i quali sodisfano anche al principio della conservazione del moto del baricentro, come sono appunto i sistemi soggetti alle sole vicendevoli azioni dei loro elementi, la (13) si trasforma nella più semplice

$$\overline{E} = -\tfrac{1}{2} \Sigma\, \overline{r \frac{dU}{dr}} : \tag{14}$$

la quale a sua volta dà luogo all' altra

$$\overline{E} = -\frac{n+1}{2} \overline{U} \tag{15}$$

quando la funzion della distanza, a cui son proporzionali le dette scambievoli azioni, è omogenea di grado n o più particolarmente una potenza qualunque n positiva o negativa della distanza medesima.

Nei sistemi newtoniani si ha $n = -2$, in quelli molecolari che si uniformassero alla legge enunciata dal prof. Sutherland $n = -4$: indi respettivamente

$$\overline{E} = \tfrac{1}{2} \overline{P}, \quad \overline{E} = \tfrac{3}{2} \overline{U} \tag{16}$$

nella prima delle quali P denota il potenziale del sistema sopra se stesso.

Tutte le formole desunte, in questo paragrafo, con successive restrizioni dalla fondamentale (13) costituiscono altrettanti teoremi, gli ultimi tre dei quali, e fra questi la relazione accennata nel preambolo, sono stati enunciati in altra Nota [1]) e sarebbe qui superfluo ripeterli.

1) *Del rapporto che l' energia cinetica relat. ha con la funz. potenz. nei sist. in movimento stabile;* Livorno 1889.

La equazione (14) poi in particolare comprende visibilmente il notissimo teorema del prof. Clausius sul viriale, applicato naturalmente ai sistemi, cui quella formola si riferisce [1]).

Livorno, 1° Giugno 1889.

AZIONE DI UNA VIBRAZIONE ELETTRICA RETTILINEA SU UN CIRCUITO AD ESSA VICINO. — FENOMENI D'INDUZIONE PROVOCATI NEI COIBENTI DAI PROCESSI ELETTRICI. — SULLA VELOCITÀ DI PROPAGAZIONE DELLE AZIONI ELETTRODINAMICHE. — SULLE ONDE ELETTRODINAMICHE NELL'ARIA E SULLA LORO RIFLESSIONE. — LE FORZE CHE SI PRESENTANO NELLE VIBRAZIONI ELETTRICHE, TRATTATE SECONDO LA TEORIA DI MAXWELL; H. HERTZ [2]).

In un primo studio sulle vibrazioni elettriche molto rapide, (*N. Cim.* XXIV, 183), l'A. trovò che eccitando in un conduttore rettilineo aperto le vibrazioni elettriche che gli son proprie, queste vibrazioni esercitano un'induzione assai forte in un circuito quasi chiuso che sia ad esse avvicinato, purchè la durata di vibrazione di questo circuito sia uguale a quella del circuito eccitatore. Lo studio di quelle oscillazioni e dei fenomeni che esse provocano nei conduttori o nei coibenti vicini, è stato proseguito dall'A. in una serie di ricerche cui si riferiscono le Memorie sopra citate, e che saranno qui riassunte per ordine di pubblicazione.

Il conduttore primario o eccitatore è formato con un filo di rame di 5 mm. di diametro, alle cui estremità son fissate due sfere, di lamiera di zinco, del diametro di 30 cm.; la distanza fra i centri delle due sfere è di 1 m. Il filo è interrotto a metà, ove, con un rocchetto di Ruhmkorff si producono delle scintille di $^3/_4$ di cm. di lunghezza fra due palline di 3 cm. di diametro. Il rocchetto è lungo 50 cm. ha 20 cm. di diametro, è eccitato da 6 grandi bunsen, ed è munito d'interruttore a mercurio. Quando

1) *Poggend. Annal.* 1870, n.° 9.

2) *Wied. Ann.* XXXIV, pag. 155-170. — *Id.* pag. 273-286, — *Id.* pag. 551-570. — *Id.* pag. 609-620. — *Id.* XXXVI, pag. 1-22.

le due sfere dell' eccitatore son portate a potenziali diversi e poi son lasciate a sè, una forte scintilla scocca fra le due palline, e attraverso l'arco formato dalla scintilla, e che ha poca resistenza, il conduttore rettilineo si scarica indipendentemente dal rocchetto. Si hanno così nel circuito rettilineo delle oscillazioni che si estinguono prima che si produca una nuova oscillazione nel rocchetto, e che si riproducono nello stesso modo ad ogni oscillazione che si compie nel circuito del rocchetto.

Il circuito secondario è formato con filo grosso 2 mm. ed è piegato in modo da farne un circuito circolare quasi chiuso, del raggio di 35 cm. non lasciando fra le due estremità che un intervallo di una frazione di millimetro. Le due estremità son munite di un piccolo spinterometro, col quale si può variare e misurare la distanza esplosiva. Fu scelta la forma circolare perchè fu riconosciuto che la lunghezza delle scintille secondarie dipende dalla posizione che ha, rispetto al circuito primario, il punto del circuito secondario nel quale si producono; e colla forma circolare si può nel modo più comodo portare il punto, ove si voglion produrre le scintille, nella posizione che più ci piace: basta, per questo, fissare il cerchio in modo che sia girevole attorno a un asse che passa pel suo centro e che è normale al suo piano.

Le dimensioni indicate son tali, che il circuito secondario si trova in assai buona risuonanza col primario: la risuonanza perfetta si raggiunge con delle lamine metalliche di grandezza opportuna, applicate ai poli, per cambiarne così la capacità in modo che la lunghezza della scintilla raggiunga il valor massimo. Per la somiglianza che si ha coi fenomeni acustici, e per brevità di linguaggio, questo circuito secondario sarà d'ora innanzi indicato col nome di risonatore.

Le azioni prodotte dalle oscillazioni dell' eccitatore son di due specie: elettrostatiche ed elettromagnetiche. L'Hertz ammette che esse in ogni punto, senza cambiar direzione, crescano o diminuiscano quali funzioni periodiche semplici del tempo, e che tali oscillazioni abbiano in ogni punto fasi uguali. Se un punto qualunque del risuonatore si determina per mezzo della sua distanza s dal punto ove han luogo le scintille, e se si chiama Σ la componente della forza elettrica che ad ogni istante agisce nel punto s nella direzione dell' elemento ds del circuito, con lo

sviluppo in serie di funzioni sferiche, e tralasciando i termini di ordine superiore, si potrà porre

$$\Sigma = A + B \cos 2\pi s/S + \ldots + B' \operatorname{sen} 2\pi s/S + \ldots$$

La forza A agisce nello stesso senso e colla stessa intensità in tutti i punti del circuito del risuonatore; ma le azioni elettrostatiche non contribuiscon per nulla nel valore di A, perchè integrate a tutto il cerchio, il loro integrale è nullo; la A rappresenta l'integrale dell'induzione, e se il campo magnetico in cui si trova il risuonatore è uniforme, A è proporzionale alla componente della forza magnetica che è normale al piano del risuonatore. Dunque A si annullerà se la direzione della forza magnetica sarà nel piano del risuonatore. Alla forza A corrisponde una vibrazione, la cui intensità è indipendente dalla posizione che la scintilla ha sul cerchio: la lunghezza della scintilla corrispondente a questa vibrazione si indicherà con α.

La forza $B' \operatorname{sen} 2\pi s/S$, essendo del tutto simmetrica dalle due parti della scintilla nel risuonatore, non può produrre nessun effetto. Invece, se dividiamo il risuonatore in 4 archi uguali a partire dalla scintilla, la forza $B \cos 2\pi s/S$ agirà diversamente nelle parti vicine che nelle parti opposte alla scintilla, e per effetto di essa nel risonatore si desterà l'oscillazione fondamentale, che avrà lo stesso senso che avrebbe se la stessa forza agisse solamente nelle due parti opposte alla scintilla.

Se si chiama E la forza totale che agisce nel campo, supposto uniforme, in cui si trova il risuonatore, ω l'angolo che la sua direzione fa col piano del cerchio, e ϑ l'angolo che la proiezione di tal forza su quel piano fa con la retta che dal centro del cerchio va alla scintilla, si avrà approssimativamente

$$\Sigma = E \cos \omega \operatorname{sen} (2\pi s/S - \vartheta)$$

e quindi

$$B = - E \cos \omega \operatorname{sen} \vartheta ,$$

e B dipenderà così immediatamente dalla forza totale, elettrostatica ed elettrodinamica; la lunghezza delle scintille potrà rappresentarsi poi con $\beta \operatorname{sen} \vartheta$. È facile vedere in quali casi B sarà nulla o avrà il suo massimo valore; e le esperienze eseguite dal-

l'Hertz hanno mostrato che le deduzioni che si posson trarre da queste formule sono pienamenete giustificate.

Infatti, quando il piano del risuonatore è verticale e il suo centro è nel piano orizzontale che passa per l'eccitatore, non si hanno nel risuonatore scintille quando l'interruzione (che indicheremo con m) è, o da una parte o dall'altra, nel piano orizzontale ora detto. Per ogni altra posizione di m si hanno scintille più o meno lunghe, e sono massime (di 2 a 3 mm.) nel punto più alto e nel più basso del cerchio. Se il punto m è il più alto del cerchio e il risuonatore si fa ruotare attorno la verticale che passa pel suo centro, la scintilla divien massima due volte e due volte si annulla, o quasi, in un' intera rivoluzione. Le due posizioni nelle quali la scintilla è massima son quelle per le quali la direzione della forza elettrica è nel piano del risuonatore ($\omega = 0$); le altre due son quelle per cui la forza stessa è normale al piano del risuonatore ($\omega = 90°$); quindi si ha così il modo di stabilire la direzione della forza in un punto qualunque del campo attorno al circuito primario. L' Hertz ha trovato che la distribuzione della forza totale in vicinanza delle oscillazioni rettilinee è molto simile a quella della forza elettrostatica che emana dalle estremità dell' eccitatore: quindi la forza elettrostatica prevale su di quella d' induzione; ma l' influenza dell' induzione si manifesta con uno spostamento delle linee di forza, le quali sembrano respinte dall' asse dell' oscillazione.

Se il piano del risuonatore è orizzontale, e il suo centro è sul prolungamento dell' eccitatore, non si ha scintilla se m è sul prolungamento stesso; mentre si ha assai viva se m è sulla normale all' eccitatore. Muovendo il cerchio risuonatore attorno all' eccitatore, ma tenendolo sempre nel medesimo piano orizzontale, i due punti nei quali si hanno le scintille si spostano sul cerchio, restando sempre alle due estremità di un diametro; ma i due punti ove la scintilla si annulla si avvicinano sempre più a uno di quelli ove la scintilla è massima; e ciò corrisponde alle formule sopra riportate, secondo le quali ora la lunghezza della scintilla deve essere $\alpha + \beta \operatorname{sen} \vartheta$. Se il centro del cerchio si avvicina al punto di mezzo dell'eccitatore, l'espressione $\alpha + \beta \operatorname{sen} \vartheta$ non si annulla più per nessun valore di ϑ, ma varia fra $\alpha + \beta$

e $\alpha - \beta$; e anche l'esperienza mostra che non si hanno più punti di zero, ma bensì se ne hanno di massimo o di minimo della scintilla.

L'Hertz ha ricercato anche come varia la forza colla distanza dall'eccitatore, e ha trovato che a distanze che sorpassano 3 m. la forza è in generale parallela alle oscillazioni primarie. A quelle distanze è attiva soltanto l'azione elettrodinamica, perchè quella elettrostatica è già divenuta insensibile, e infatti tutte le teorie portano a concludere che l'intensità dell'induzione varia in ragione inversa delle distanze, mentre l'azione elettrostatica (quale differenza delle azioni dei due poli) varia in ragione inversa del cubo delle distanze.

Un resultato notevole delle esperienze eseguite nel modo anzi detto è questo; che vi sono delle regioni, attorno all'eccitatore, nelle quali, non è possibile determinare la direzione della forza elettrica. L'Hertz spiega questo fatto ammettendo che la forza elettrostatica e quella d'induzione (che in quelle regioni hanno intensità uguali e direzioni ortogonali fra loro) si propaghino con velocità diversa, e che abbiano raggiunto in quelle regioni una notevole differenza di fase: in tal caso infatti la direzione della loro risultante, la cui intensità non si annullerà mai, descriverà un'intera circonferenza ad ogni vibrazione. Ammettendo questa diversa velocità di propagazione, si viene ad ammettere implicitamente che le azioni elettriche a distanza si trasmettano con velocità finita..

— Con un apparecchio simile al precedente l'Hertz ha poi mostrato che i processi elettrici provocano negli isolanti non solo azioni elettrostatiche, ma anche elettrodinamiche. Per questo si è servito di un eccitatore formato da due lastre quadrate di ottone, di 40 cm. di lato, riunite da un filo di rame lungo 70 cm. e dello spessore di $^1/_2$ cm. Nel mezzo di questo filo si trova l'interruzione solita, di $^3/_4$ di cm. ove si producon le scintille primarie, per mezzo del solito rocchetto di induzione. Le oscillazioni che si producono in quest'eccitatore hanno una durata di circa 2 centomilionesimi di secondo. Il circuito secondario che fa da risuonatore è il solito cerchio di 35 cm. di raggio. Se il filo e le lastre del circuito primario si dispongono in un piano oriz-

zontale P e il circuito secondario si dispone in un piano verticale in modo che il centro del cerchio sia sulla retta che è normale alla direzione del filo dell' eccitatore e che, essendo situata nel piano P delle due lastre, passa pel punto di mezzo dell' eccitatore, nel circuito secondario non si ha scintilla quando l' interruzione è nel piano P. Ma se all' eccitatore si avvicina un conduttore qualunque, la scintilla si presenta più o meno viva nel risuonatore, e il punto in cui la scintilla si annulla si sposta. Per ottenere un grande spostamento nella scintilla è bene che i conduttori abbiano la forma di lastre, e si avvicinino alle lastre dell' eccitatore. Ora lo stesso spostamento si avverte avvicinando all' eccitatore degli isolanti, purchè sieno di dimensioni sufficientemente grandi. L' Hertz ha trovato che lo spostamento del punto in cui si ha la scintilla nel risonatore varia da 5 a 20° avvicinando dei grossi blocchi prismatici (140 $\times$ 60 $\times$ 40 cm.) di solfo, carta, asfalto, pece, legno, pietra arenaria, paraffina, e anche una cassa piena di petrolio; quindi conclude che anche negli isolanti si hanno azioni elettriche del tutto simili a quelle che si presentano nei conduttori; perchè è impossibile attribuire sempre quei fenomeni a impurità, o a particelle conduttrici, contenute negli isolanti adoprati, perchè almeno la paraffina e il petrolio possan ritenersi isolanti puri.

Non si può nemmeno supporre che l' azione degli isolanti sia puramente elettrostatica, e che consista in uno spostamento delle linee dl forza del campo; perchè queste penetrano nell' isolante stesso, il quale, essendo situato in modo che due sue faccie contigue sieno due piani che coincidono con due dei piani delle linee di forza dell' eccitatore, non può disturbare la distribuzione nello spazio che esso non occupa.

L' apparecchio descritto funziona come una bilancia d' induzione, col vantaggio che su questo agiscono anche i coibenti.

— Dopo aver mostrato come si producono e come posson mettersi in evidenza le oscillazioni elettriche rapidissime, l' Hertz ha immaginato una disposizione sperimentale che permette di riconoscere che le azioni che emanano dall' eccitatore, in cui quelle oscillazioni si producono, si propagano per onde che son capaci d' interferire come le onde luminose.

L'eccitatore a lastre, dianzi descritto, ha il suo asse orizzontale e le lastre stanno in un piano verticale. Dietro ad una delle due lastre è situata una lastra uguale B di rame, riunita a un filo pure di rame che è teso prima parallelamente all'eccitatore fino a venire in corrispondenza del punto di mezzo *n* di questo, poi mediante un arco di 1 m. di lunghezza è condotto a circa 30 cm. al di sopra di *n*, e di qui è condotto parallelamente all'asse dell'eccitatore fino alla distanza che più conviene; cioè se si vuole che le onde riflesse non abbiano influenza, bisogna farlo comunicare al suolo in un punto molto lontano dall'eccitatore (nelle esperienze di Hertz il filo attraversava la finestra della sala, e comunicava col suolo a 60 m. di distanza); oppure si può tener corto e isolato.

Sia il filo corto e isolato. Le onde che si eccitano nella lastra B si trasmettono pel filo, e, riflettendosi alla sua estremità, producesi un sistema di onde stazionarie: il filo resta quindi diviso in concamerazioni fisse dai nodi di vibrazione, e due concamerazioni consecutive sono ad ogni istante in oscillazioni opposte. Per determinare la posizione dei nodi nel filo, si pone il risonatore, formato dal solito cerchio, nel piano di simmetria dell'eccitatore, coll'interruzione rivolta verso il filo isolato; così è sottratto all'azione diretta dell'eccitatore, ed è sottoposto soltanto all'azione elettromagnetica delle correnti del filo. Queste azioni son nulle all'estremità del filo e a distanze successive di m. 2,8 a partire da tale estremità: quei punti, così determinati, ove l'azione del filo si annulla, corrispondono dunque ai nodi di vibrazione.

Se il risonatore si avvicina al filo isolato, col centro sull'asse dell'eccitatore, in modo che il piano del cerchio sia normale al filo, e l'interruzione ove si produce la scintilla sia intermedia fra il filo e una retta ad esso parallela che si può immaginare condotta al di sotto dell'asse dell'eccitatore, allora questo è soggetto alle forze che son normali al filo, e le scintille si hanno nei nodi, e spariscono nei centri di oscillazione. Se con un conduttore isolato si traggon dal filo delle scintille, queste son più vibrate nei nodi che nei ventri; ma la differenza è piccola, e si avverte soltanto se già si conosce ove sono i nodi e i ventri.

Tagliando il filo in un nodo, i fenomeni restano inalterati

nella parte rimanente; e nella parte separata, se è lasciata in posto, continuano a propagarsi al solito le onde, ma molto meno intensamente.

La mezza lunghezza d'onda essendo stata trovata di m. 2,8 nel filo, e la durata di oscillazione potendo ritenersi di $1,4 . 10^{-8}$ secondi, la velocità di propagazione delle oscillazioni nel filo è 200,000 K*m*/*sec.*

Sia ora il filo in comunicazione col suolo in un punto molto lontano. Se il piano del risuonatore è nel piano verticale che passa pel filo, e l'interruzione è in alto, l'azione dell'eccitatore è nulla, e le scintille son provocate soltato dal filo; se il piano del risuonatore è normale al filo, è nulla l'azione del filo stesso, ed è efficace soltanto l'eccitatore. Se si varia opportunamente la distanza dall'eccitatore alla lastra B unita al filo, le scintille ottenute nei due casi si posson rendere uguali. Per ogni posizione intermedia del risuonatore l'effetto sarà diverso, agendo le due cause simultaneamente, e dipenderà anche dall'inclinazione che avrà sull'asse dell'eccitatore la normale al piano del risuonatore; perchè mentre l'azione dell'eccitatore, che è essenzialmente elettrostatica, non cambia con quell'inclinazione, l'azion del filo, che è elettromagnetica, cambia di segno a seconda della faccia per la quale il flusso di forza attraversa il circuito secondario. Quindi se le azioni si sommano per una posizione della normale, si sottraggono per l'altra posizione simmetrica. L'esperienza mostra che la scintilla riprende la stessa intensità in punti che distano fra loro di $7^m,5$; ma se in uno di questi punti la scintilla è massima quando la normale del risonatore è rivolta verso un'estremità, nel punto consecutivo è massima invece quando quella normale è rivolta verso l'altra estremità dell'eccitatore.

Ora si è veduto che nel filo la mezza lunghezza d'onda è di m. 2,8; e poichè la distanza fra i punti ove le scintille riprendon la stessa intensità è di $7,^m5$, si vede che mentre le azioni elettrodinamiche hanno percorso nell'aria una lunghezza di $7,^m5$, nel filo hanno percorso soltanto $7,5 - 2,8 = 4^m,7$; dunque il rapporto fra le due velocità di propagazione nell'aria e nel filo è di 75:47, e la mezza lunghezza d'onda delle azioni elettrodinamiche nell'aria è $2,8 \times 75 / 47 = 4^m,5$. Poichè questo spazio è

percorso in $1,4 \times 10^{-6}$ sec., la velocità di propagazione di quelle onde nell' aria è di 320000 Km/sec.

Queste esperienze confermano l'ipotesi di Faraday che la forza elettrica consista in una polarizzazione dello spazio, esistente di per sè, perchè nelle esperienze descritte l'effetto di tal forza sussiste nello spazio anche dopo che la sua causa è cessata. Le forze elettriche non son dunque parti o attributi delle loro cause, ma corrispondono a modificazioni dello spazio nel quale si trasmettono.

L'ipotesi finalmente che le onde trasversali luminose sieno onde elettrodinamiche, acquista valore dal fatto che realmente esistono, nello spazio, delle onde trasversali elettrodinamiche, e che queste si propagano con velocità uguale a quella della luce.

Questi resultati sono poi certamente importanti per lo studio di molti problemi relativi ai circuiti aperti.

— L'interferenza delle onde elettriche provocate nell' aria dalle oscillazioni dell' eccitatore, è stata messa in evidenza dall'Hertz con un' esperienza assai più semplice delle precedenti.

Le lastre e l' asse dell' eccitatore si dispongono verticalmente ad un' estremità della sala, e la parete opposta (che nelle esperienze dell' Hertz era distante 10 m.) è ricoperta di lamiera di zinco in comunicazione col suolo. In queste condizioni le onde provocate dall' eccitatore si riflettono sulla parete metallica, e interferiscono con le onde dirette, producendo delle onde stazionarie separate da nodi fissi. Bisogna però avvertire che, le azioni elettriche essendo elettrostatiche ed elettromagnetiche, si devono avere due sistemi d' onde stazionarie ben distinte fra loro. Le onde elettrostatiche devon riflettersi cioè sulla parete metallica senza cambiamento d' intensità e con cambiamento di segno, perchè la forza elettrica è nulla nell' interno dei conduttori; quindi il primo nodo delle onde elettrostatiche deve esser sulla parete riflettente. Invece le onde elettromagnetiche devono riflettersi senza cangiamento di segno, perchè l' azione elettromagnetica si esercita nell' interno dei conduttori; la superficie riflettente deve perciò corrispondere a un ventre. Se la velocità di propagazione delle due onde è la stessa, i nodi di un sistema devon dunque corrispondere ai ventri dell' altro.

L'esperienza mostra infatti che ciò ha luogo: soltanto si trova che il primo nodo delle onde elettrostatiche e il primo ventre di quelle elettromagnetiche sono un po' al di dietro della parete metallica. La ricerca dei nodi e dei ventri di ciascun sistema è facile a farsi col solito risonatore, rammentando che colla posizione che si dà al suo piano e al punto ove si formano le scintille, si può riconoscere se le scintille son dovute alle azioni elettrostatiche o a quelle elettromagnetiche. L'Hertz ha trovato che due nodi della stessa specie son separati da una distanza di $4^m,5$, precisamente come aveva trovato coll'altro metodo dell'interferenza delle onde prodotte in un filo con quelle che si propagavano liberamente nell'aria.

Cambiando le dimensioni dell'eccitatore e del risonatore, l'Hertz ha poi riconosciuto che i fenomeni anzi detti non son determinati dalle pareti della sala ove si fanno le esperienze, ma bensì dalle dimensioni dell'eccitatore.

La riflessione delle onde fu osservata anche in vicinanza di una colonna di ferro che si trovava nella sala delle esperienze, e fu costatato che tale colonna produceva anche un'ombra elettrica ben definita.

Situando l'eccitatore vicino alla parete metallica, e il risonatore non più fra la parete e l'eccitatore, ma al di quà dell'eccitatore, l'Hertz ha potuto studiare le onde progressive che risultano dalla sovrapposizione di quelle dirette con quelle riflesse, ed ha riconosciuto che il fenomeno che così si presenta è del tutto simile a quello che si ha con un diapason avvicinato ad una parete solida, o a quello che si ha usando gli specchi di Fresnel nel modo indicato da Lloyd; tutto porta dunque a concludere che anche le azioni elettriche si propagano per onde come la luce.

Perchè le esperienze sopra descritte possano riuscire, bisogna premunirsi contro l'azione che la luce violetta, o altre scintille elettriche, esercitano sulle scintille studiate. Per queste azioni si posson consultare i lavori di Hertz (che scoprì il fenomeno) e quelli di Wiedemann e Ebert già riassunti in questo Giornale (XXIII, pag. 79) nonchè quelli del prof. Righi (XXIV, pag. 256); ma bisogna anche osservare che la luce violetta che emana da una scintilla, mentre favorisce la produzione della scintilla fra

le sfere dell' eccitatore su cui cada, impedisce invece la produzione delle oscillazioni elettriche che son proprie all' eccitatore.

— Nei lavori precedenti l' Hertz spiegò i fenomeni studiati col risonatore elettrico, supponendo che fossero dovuti alla combinazione delle azioni elettrostatiche con quelle elettrodinamiche. Ma anche la teoria di Maxwell spiega in generale i fenomeni osservati, com' è mostrato dall' Hertz nell' ultima delle Memorie su citate.

L' Hertz parte dalle equazioni date dal Maxwell per la propagazione delle forze elettriche:

$$(1)\quad \begin{cases} A\frac{dL}{dt} = \frac{dZ}{dy} - \frac{dY}{dz} \\ A\frac{dM}{dt} = \frac{dX}{dz} - \frac{dZ}{dx} \\ A\frac{dN}{dt} = \frac{dY}{dx} - \frac{dX}{dy} \end{cases} \qquad (2)\quad \begin{cases} A\frac{dX}{dt} = \frac{dM}{dz} - \frac{dN}{dy} \\ A\frac{dY}{dt} = \frac{dN}{dx} - \frac{dL}{dz} \\ A\frac{dZ}{dt} = \frac{dL}{dy} - \frac{dM}{dx} \end{cases}$$

$$(3)\quad \frac{dL}{dx} + \frac{dM}{dy} + \frac{dN}{dz} = 0 \qquad \frac{dX}{dx} + \frac{dY}{dy} + \frac{dZ}{dz} = 0$$

nelle quali A è la reciproca della velocità della luce, X, Y, Z son le componenti secondo gli assi coordinati della forza elettrica, L, M, N quelle della forza magnetica, e t è il tempo [1]).

Queste formule furono stabilite attribuendo all' etere le proprietà di un mezzo che potesse polarizzarsi dielettricamente in alto grado; ma si possono considerare anche indipendentemente dal modo con cui furono stabilite, e ritenerle quali formule ipotetiche, da verificarsi coll' esperienza.

Nel caso particolare che la distribuzione delle forze sia simmetrica attorno all' asse delle z in modo che in ogni punto la forza sia nel piano meridiano che passa per esso e per l' asse z, e dipenda soltanto dalla coordinata z del punto e dalla sua distanza $\rho = \sqrt{x^2+y^2}$ dall' asse z, si può anche trovare una soluzione delle precedenti equazioni. Infatti l' Hertz dimostra che se s' indica con R la componente della forza elettrica nella direzione ρ,

1) Sulle formule del Maxwell vedasi anche Hertz, *Wied. Ann.* 23, 1884; *N. Cim.* 17, pag. 151.

cioè $Xx/\rho + Yy/\rho$, e con P la componente della forza magnetica che è normale al piano meridiano, cioè $Ly/\rho - Mx/\rho$, e se Π è una funzione di ρ, z, t che sodisfi all'equazione

$$(4) \qquad A^2\, d^2\Pi / dt^2 = \Delta\Pi\,,$$

e se si pone

$$Q = \rho\, d\Pi / d\rho\,,$$

una soluzione possibile delle (1) e (2) è rappresentata dal sistema

$$\rho Z = dQ/d\rho \qquad \rho P = A\, dQ/dt$$
$$\rho R = -dQ/dz \qquad N = 0\,.$$

Le linee secondo le quali le superficie di rotazione Q = costante tagliano i meridiani sono le linee di forza elettrica, e la loro costruzione fornisce un' idea della distribuzione delle forze ad ogni istante.

Se oltre le coordinate ρ e z s'introducono le altre r e θ definite da $\rho = r \operatorname{sen}\theta$, $z = r\cos\theta$, in cui r indica la distanza contata dall'origine delle coordinate, e se con E s'indica una quantità di elettricità, con l una lunghezza, con $m = \pi/\lambda$ la reciproca di una lunghezza e con $n = \pi/T$ la reciproca di un tempo, si può porre

$$\Pi = E\, l\, \frac{\operatorname{sen}(mr - nt)}{r}\,,$$

perchè quando si ponga $m/n = T/\lambda = A$, questa espressione di Π sodisfa all'equazione (4) fuori che nell'origine delle coordinate, la quale si trova corrispondere a un doppio punto elettrico. Questa distribuzione rappresenta perciò un' oscillazione elettrica rettilinea, che ha la lunghezza piccolissima l, e ai cui poli si rendon libere le quantità di elettricità $+E$ e $-E$. La forza magnetica normale alla direzione della vibrazione, e nell'immediata vicinanza di essa, è

$$P = -AE\, ln \cos nt \operatorname{sen}\theta / r^2\,.$$

Per ogni altro punto, dal valore di Π si ottiene:

$$Q = E\, lm \left[\cos(mr - nt) - \frac{\operatorname{sen}(mr - nt)}{mr}\right] \operatorname{sen}^2\theta\,,$$

e da qui si posson dedurre con la derivazione le forze Z, R, P.

L'Hertz indica quali sono queste forze per alcuni casi particolari dei più semplici, perchè per il caso generale le formule son troppo complicate, e non si prestano alle verificazioni sperimentali.

Per es. a grandi distanze si posson trascurare le più alte potenze di $1/r$, e si ha:

$$Q = E\,lm \cos(mr - nt) \operatorname{sen}^2 \theta\,,$$

e per avere un'idea della distribuzione delle forze l'Hertz ha costruito dei diagrammi che dànno le curve $Q =$ costante per diversi valori di t che differiscono di $^1/_4$ T. Questo sistema di curve concorda con quello che è stato trovato sperimentalmente, cioè che in prossimità della vibrazione le linee di forza hanno il carattere della distribuzione elettrostatica, che la forza si propaga principalmente nel piano equatoriale, e che decresce dapprima rapidamente, poi più lentamente, senza annullarsi mai a distanze medie; soltanto la teoria non concorda coll'esperienza circa la direzione della forza a grandi distanze, perchè secondo la teoria dovrebbe esser sempre normale alla retta che va dal punto all'origine, mentre coll'esperienza si trova parallela alle oscillazioni. Ma l'Hertz attribuisce il disaccordo a perturbazioni prodotte dalle pareti della sala, perchè orientando l'eccitatore in modi diversi, questo disaccordo accenna a sparire.

Quanto ai fenomeni d'interferenza i risultati teorici concordano con quelli sperimentali; invece per la propagazione delle onde nei fili metallici, la velocità di propagazione teorica, che dovrebbe esser quella della luce, non coincide con quella trovata sperimentalmente. Ciò è tanto più notevole, perchè la velocità trovata sperimentalmente sembra che non dipenda dalla natura del filo, essendo stata trovata la stessa per metalli diversi, con fili di sezione diversa tanto per grandezza che per forma, e anche per colonne liquide. Se il filo è avvolto a spirale, la velocità di propagazione cambia assai: per es. con 40 m. di filo avvolto su un cilindro di 1 cm. di diametro e di $1^m,6$ di lunghezza, i nodi di vibrazione son distanti 31 cm. mentre nel filo rettilineo distano di m. 2,8. Le cause di tali diversità non sono ben conosciute, e l'Hertz crede che debbano ricercarsi nelle condizioni

ai limiti che nella teoria di Maxwell si pongono per le vibrazioni rapidissime, e che forse non sono applicabili ai conduttori perfetti.

SULLA CALORICITÀ SPECIFICA DELLE SOLUZIONI ACQUOSE DELL'ACIDO SOLFORICO; NOTA DEL DOTT. PROF. CARLO CATTANEO.

Ho intrapreso a studiare l'argomento della caloricità specifica delle soluzioni acquose dell'acido solforico, in rapporti ponderabili corrispondenti ai pesi molecolari, in vista specialmente delle relazioni che per avventura si potrebbero rintracciare fra le loro diverse proprietà fisiche, quali per esempio la densità, la resistenza elettrica, l'indice di rifrazione ec. ec. L'argomento è già stato studiato, nel caso di alcuni rapporti ponderabili, dal Marignac (*Arch. sc. phys. nouv.* p. 39 pag. 217, 1870), dal Thomsen (*Pogg. Ann.* 142 p. 337, 1871) [1]) ed ultimamente dal Mathias (non sperimentalmente ma dal solo punto di vista teorico) (C. R. 107, pag. 524, 1888). Secondo Marignac il calore specifico dell'acido solforico (fra 16° e 20°) sarebbe 0,3315 e della soluzione [$H_2SO_4 + 5H_2O$] 0,5764. Secondo Thomsen risultò, alla temperatura di 18°, 0,545 per la soluzione [$SO_3 + 5H_2O$], 0,956 per [$SO_3 + 100\,H_2O$], 0,977 per [$SO_3 + 200\,H_2O$]. Secondo il Mathias infine considerando il caso di soluzioni saline qualunque per le quali il numero n degli equivalenti del solvente, per un equivalente del corpo disciolto, è superiore od uguale a 25, il calor specifico γ_n di dette soluzioni è rappresentato esattamente dalla formula:

$$\gamma_n = \frac{a+n}{b+n} \cdot c$$

ove c è il calor specifico del solvente ed a e b sono due costanti; le costanti e la verificazione della formula furono ottenute in base alle esperienze di Marignac e Thomsen. Per $SO^3,HO + nHO$ il Mathias dà:

$$\gamma_n = \frac{2,5+n}{7,3+n}.$$

1) Vedi *Physikalisce Chemische Tabellen* von Landolt und Börnstein.

Le determinazioni a cui mi sono accinto furono eseguite col metodo del calorimetro a ghiaccio di Bunsen; le soluzioni furono studiate entro tubetti di vetro.

Il presente lavoro va distinto nelle parti seguenti:

1ª Preparazione dei tubetti e delle soluzioni colle quali riempirli.

2.ª Preparazione del calorimetro di Bunsen.

3.ª Determinazioni col calorimetro.

4.ª Calcolo delle esperienze.

1.ª Presa una canna di vetro, a pareti piuttosto sottili, di circa 9 millim. di diametro interno preparai con essa 12 tubetti lunghi in media cent. 8 ciascuno e dopo averli ben puliti con acido nitrico ed acqua distillata, di averli essicati e di averne affilata l'estremità aperta li pesai accuratamente. Le soluzioni furono preparate nei seguenti rapporti ponderali:

Soluzioni	H_2SO_4	H_2O	*Densità*
N. 1	98	$^1/_{10}$,18	1,8537
2	98	$^1/_4$,18	1,8494
3	98	$^1/_3$,18	1,8435
4	98	$^1/_2$,18	1,8325
5	98	1,18	1,7737
6	98	5,44,18	1,4012
7	98	25,18	1,1328
8	98	50,18	1,0704
9	98	75,18	1,0482
10	98	100,18	1,0384

L'acido solforico adoperato era puro e la sua densità a 0° determinata colla boccettina di Gaylussac risultò, per media di tre esperienze molto concordanti, 1,861. Le soluzioni sopracitate non vennero preparate soltanto, ciascuna per ciascuna, colle piccole quantità di liquido sufficienti a riempire i tubetti ma con quantità che in complesso superavano, per ognuna, il quinto di litro con che si diminuiva assai l'errore relativo alla esatta proporzione ponderale e rendevasi meno sensibile quello inevitabile dipendente dalla evaporazione dell'acqua nell'atto della sua mi-

scela coll'acido solforico. Le densità a 0° di ciascuna soluzione furono trovate colla boccettina di Gaylussac. Introdotta poi ogni soluzione titolata nel corrispondente tubetto lo saldai alla lampada facendo in modo che la parte chiusa, prima affilata, venisse a terminare in forma di bottoncino sotto l'orlo del quale strinsi poi (dopo aver pesato accuratamente ciascun tubetto ripieno di soluzione) un sottil filo di seta che mi doveva servire in seguito durante le determinazioni al calorimetro. Ecco la tavola contenente i valori dei pesi dei singoli tubetti vuoti e delle soluzioni titolate:

Soluzione	Peso del Vetro	Peso della soluzione
N. 1	P_1 = gr. 3.125	P = gr. 6,665
2	3,880	8,875
3	3,285	7,255
4	3,540	7,565
5	3.660	7,450
6	3,350	6,160
7	3,255	4,540
8	3,525	5,035
9	3,595	4.795
10	3.660	4,850
$H_2O(\alpha)$	p_1 = 3,565	p = 4.560
H_2SO_4	3,330	7,410

2.ª Prima operazione relativa al calorimetro di Bunsen fu quella di lavarlo ripetutamente con acido nitrico ed acqua distillata, di prepararmi del mercurio ben puro e di riempirlo poi con acqua che aveva subìto una prolungata ebollizione, dopo averne fatta bollire una parte nell'interno dello stesso calorimetro. Per ottenere il manicotto di ghiaccio intorno alla provetta entro la quale dovevano scendere i tubetti non usai il metodo consigliato da Bunsen avendo trovato più comodo e più lesto il seguente: incominciavo dall'introdurre tutto il recipiente calorimetrico in un bagno di acqua e sale ammoniaco, prima alla temperatura di circa 0° e poi a quella di circa — 3°; intanto, introdotto dell'etere solforico nella cavità del calorimetro (ove poi dovevo introdurre i tubetti) lo facevo rapidamente evaporare mediante una corrente d'aria spintavi da una soffieria. Basta-

vano in media 15 minuti (spesso anche meno) perchè, sospesa la vaporizzazione e tolto il calorimetro dal bagno, con un urto si perturbasse tosto il fenomeno di soprafusione e l'acqua cominciasse a congelare; questa prima operazione mi riusciva molto comoda per avere un primo strato di ghiaccio uniforme e regolare intorno alle pareti della cavità sopracitata. Lasciato poi fuori dal bagno freddo tutto il calorimetro, mentre pel calore ceduto dall'ambiente esterno si rendeva liquida la parte di ghiaccio in contatto colle pareti esterne, per nuova vaporizzazione d'etere andavasi gradualmente ed uniformemente aumentando lo spessore del manicotto attorno alla cavità sino ad assumere la larghezza di circa 6 millim. In tutto mi occorreva circa mezz'ora (meno qualche caso eccezionale di prolungata soprafusione) per avere il manicotto di ghiaccio opportuno per le esperienze, quasi due ettogrammi di sale ammoniaco del commercio e quasi 150 c. c. di etere solforico. Il bagno cosidetto a neve era di rame, a doppia parete, con intercapedine ripiena di segatura di legno, alto cent. 35, del diametro totale di cent. 24. Disposto il recipiente calorimetrico in detto bagno vi adattavo il cannello capillare, a tappo smerigliato, lungo 1 metro, graduato in centimetri e millimetri, del cui calibro mi ero prima assicurato, con vano interno di circa $0^{mm},36$; infine asciugata con cura la cavità, ove dovevano entrare i tubetti, dai residui di etere solforico vi introducevo circa 40 cc. di acqua distillata tappando poi superiormente con ovatta.

3.ª Nelle esperienze eseguite durante l'inverno lasciavo a sè il calorimetro, prima di incominciare le determinazioni, per una ventina di ore almeno; in quelle fatte ultimamente nell'estate lo lasciavo soltanto per quattro ore o poco più non riuscendomi di conservare il manicotto di ghiaccio in condizioni opportune per più di dodici ore. Sullo stesso tavolo ove avevo disposto l'apparato tenevo anche un grande calorimetro a mescolanze a quattro pareti che serviva da ambiente a temperatura costante per i tubetti in esame; la parte più interna era costituita da un sottil tubo di assaggio entro il quale disponevo il tubetto ed a contatto colle pareti di questo il bulbo di un termometro a $^1/_5$ di grado paragonato antecedentemente col termometro ad aria e del quale avevo più volte verificato lo spostamento dello zero; la

lettura delle temperature veniva fatta col cannocchiale. Ogni tubetto rimaneva poco più di mezz'ora nel grande calorimetro alla temperatura dell'ambiente che mantenevasi molto costante. Il procedimento per ogni determinazione (che non cominciavo se non dopo essermi assicurato che la formazione del ghiaccio non procedeva troppo rapidamente), era il seguente.

1.° Determinazione dello spostamento in avanti nella colonnina di mercurio del cannello (spostamento letto coll'ajuto di uno specchietto piano) in seguito alla continua e graduale formazione del ghiaccio nel calorimetro (durata 10').

2.° Lettura del termometro, della posizione del mercurio nel cannello ed introduzione del tubetto nella cavità del calorimetro; riguardavo come durata della esperienza quella che correva fra la detta introduzione e l'istante in cui la colonnina di mercurio, dopo essersi fermata nel suo moto retrogrado, ricominciava il suo cammino innanzi (durata, secondo i casi, da 7' a 20').

3.° Determinazione dello spostamento in avanti come al num. 1°; se fra la 1ª e la 3ª determinazione non vi era concordanza, se lo spostamento era troppo grande non ritenevo come buona l'esperienza.

Lo stesso dicasi per tutti gli altri tubetti. Il minimo spostamento riscontrato (in seguito alla graduale formazione del ghiaccio) fu di 0,cm01 al minuto primo; qualche volta mi occorse un massimo (per le esperienze tenute come buone) di 0,cm2 circa. I limiti fra cui variò la temperatura delle soluzioni durante tutta la serie delle determinazioni furono 5° e 22°.

4.ª Il calcolo delle esperienze si fa molto semplicemente in base alle seguenti considerazioni:

Suppongasi di aver introdotto nella cavità del calorimetro contenente già acqua a 0° un tubetto di peso p_1 grammi contenente p gr. di acqua distillata alla temperatura t; sia c_1 il calore specifico del vetro ed n rappresenti il numero delle divisioni (in centimetri) di cui si è spostato il mercurio, numero a cui si intende già applicata la correzione relativa alla continua formazione del ghiaccio nel calorimetro.

Sarà:

$$pt + p_1 c_1 t = n \pi \lambda.$$

ove π rappresenta il peso del ghiaccio che deve fondersi affinchè avvenga una diminuzione di volume uguale a quello di una divisione del cannello, e λ il calore di fusione del ghiaccio. Da tale relazione si ricava:

$$1 = \frac{n}{pt + p_1 c_1 t} \pi \lambda$$

e posto

$$\frac{n}{pt + p_1 c_1 t} = W$$

si ottiene:

$$1 = W \pi \lambda . \tag{1}$$

Suppongasi poi di eseguire l' esperienza con uno dei tubetti di peso P_1 contenente un peso P di soluzione titolata di ignoto calore specifico C, alla temperatura T, e sia N il numero (corretto come già si disse) delle divisioni di cui si è spostato il mercurio. Avremo:

$$(PC + P_1 c_1) T = N \pi \lambda \tag{2}$$

e dividendo questa per la (1) si otterrà:

$$(PC + P_1 c_1) T = \frac{N}{W} \tag{3}$$

donde:

$$C = \frac{N}{PTW} - \frac{P_1 c_1}{P} .$$

La W come vedesi è la costante dell' apparecchio e rappresenta lo spostamento del mercurio corrispondente ad una piccola caloria; quindi prima di incominciare le determinazioni colle soluzioni titolate eseguii una serie accurata di esperienze per avere il valore di W ed a ciò mi servì il tubetto α. Trovai, per medio di molte determinazioni concordanti:

$$W = 0^{cm},22 .$$

Alla divisione di un millimetro del cannello da me adoperato corrispondevano quindi circa 0,000454 grandi calorie. Per il calore specifico c_1 del vetro assunsi quello dato solitamente dalle

tavole ossia, 0,1923 tanto più che eseguite alcune esperienze con un tubetto contenente un po' di mercurio trovai in base all'equazione:

$$(4) \qquad c_1 = \frac{pt\,N - n\,PCT}{P_1 Tn - p_1\,t\,N}$$

valori per c_1 coincidenti con quello sopracitato. Nella (4) P, C sono relative al mercurio, p all' acqua, P_1 al vetro contenente il mercurio, p_1 a quello contenente l' acqua, T la temperatura del tubetto contenente mercurio, t quella del tubetto coll' acqua, N lo spostamento relativo al primo, n quello relativo al secondo. In conseguenza la formula finale mediante la quale calcolai i resultati delle esperienze si riduce alla seguente molto semplice:

$$C = \frac{N}{0,22\,P\,T} - 0,1923\,\frac{P_1}{P}$$

ove il secondo termine $0,1923\,\frac{P_1}{P}$ aveva per i varii tubetti i valori seguenti:

N.	
1	0,0896
2	0,0840
3	0,0870
4	0,0899
5	0,0944
6	0,1045
7	0,1378
8	0,1346
9	0,1441
10	0,1451

La serie delle determinazioni è stata molto numerosa; le prime mi servirono soltanto per poter giudicare se coll' apparecchio di cui disponevo mi ero messo in buone condizioni e per studiare le varie modificazioni che grado grado dovevo apportarvi. Fra le numerose determinazioni fatte di poi abbandonai quelle che non potevo ritenere come buone per la troppo rapida formazione del ghiaccio; e qui riporto la tabella dei valori ottenuti:

Temperature	N. 1 C	N. 2 C	N. 3 C	N. 4 C	N. 5 C	N. 6 C	N. 7 C	N. 8 C	N. 9 C	N. 10 C	H_2SO_4 C
comprese	0,3400	0,3518	0,3681	0,3846	0,4414	0,5969	0,8487	0,9104	0,9409	0,9603	0,3283
fra	0,3405	0,3530	0,3689	0,3853	0,4470	0,5941	0,8498	0,9132	0,9440	0,9568	0,3287
5° e 22°	0,3438	0,3507	0,3703	0,3892	0,4410	0,6006	0,8511	0,9137	0,9450	0,9545	0,3302
	0,3395	0,3514	0,3688	0,3851	0,4420	0,6009	0,8503	0,9143	0,9388	0,9534	0,3315
	0,3484	0,3516	0,3687	0,3872	0,4416	0,5965	0,8506	0,9142	0,9389	0,9585	0,3339
	0,3414	0,3512	0,3678	0,3828	0,4407	0,5865	0,8521	0,9124	0,9440	0,9585	0,3390
	0,3404	0,3481	0,3679	0,3850	0,4430	0,5887	0,8509	0,9099	0,9419	0,9600	—
	0,3420	0,3491	0,3661	0,3862	0,4436	0,5877	0,8496	0,9138	0,9440	0,9599	—
	0,3417	0,3498	0,3699	0,3858	0,4341	0,5954	0,8499	0,9127	0,9457	0,9598	—
	0,3420	0,3500	0,3689	0,3857	0,4405	0,5873	0,8508	0,9105	0,9458	0,9605	—
	0,3438	0,3507	0,3689	0,3852	0,4403	0,5945	0,8508	0,9103	0,9448	0,9605	—
	0,3411	0,3529	0,3690	0,3860	0,4407	0,5887	0,8503	0,9102	0,9469	0,9610	—
Medie . .	0,342	0,351	0,369	0,386	0,441	0,593	0,850	0,912	0,943	0,959	0,332

Le medie ottenute per i tubetti 7, 8, 9, 10, in cui le soluzioni presentavano un numero n di equivalente del solvente, per ogni equivalente del corpo disciolto, uguale o superiore a 25, corrispondono abbastanza bene ai valori che si ottengono calcolando, per detti casi, la formola del Mathias citata antecedentemente

$$\gamma_n = \frac{a+n}{b+n} c.$$

Ad esempio:

Soluzioni	Valori trovati colla esperienza	Valori calcolati colla formula
N. 7	0,850	0,851
N. 8	0,912	0,916
N. 9	0,943	0,941
N. 10	0,959	0,955

Ringrazio l'egregio signor prof. Vicentini che mi ha permesso di continuare il presente lavoro nel suo Gabinetto e mi ha ajutato coi suoi consigli.

Siena, addì 10 luglio 1889.
Dal Gabinetto di fisica della R. Università.

LETTERA DEL PROF. A. STOLETOW ALLA DIREZIONE DEL GIORNALE *IL NUOVO CIMENTO.*

(Traduzione letterale dal francese).

Università di Mosca — 31 maggio, 12 giugno.

Signori Redattori.

Nel suo articolo intitolato " *Sui fenomeni elettrici ecc.* " (*N. Cimento*, genn.-febb. 1889, p. 15) il Prof. Righi dice a proposito delle mie ricerche: « In un' ulteriore comunicazione, dopo avere riconosciuta la mia priorità sulle esperienze da lui fatte, il sig. Stoletow riferisce altre esperienze dalle quali risulta che,

contrariamente a quanto egli aveva asserito nella sua prima comunicazione, l'azione delle radiazioni ha luogo solo sui corpi elettrizzati negativamente, accordandosi così con me anche nel solo punto in cui esisteva divergenza fra i nostri resultati ».

La verità è che son *io* che insisteva fin dapprima (*dès l'abord*) sopra la insensibilità delle cariche positive [1]), ed è il sig. Righi che ne dubitava. Ecco ciò che il sig. Righi stesso diceva a proposito della mia prima comunicazione: Io sono felice che, eccetto una piccola divergenza (il sig. Stoletow non trova quasi mai azione quando il disco pieno è positivo, *mentre io ho trovato, anche in questo caso, un effetto sensibile*) i miei resultati ricevino da quelli del sig. Stoletow una conferma così completa [2]).

È precisamente l'opposto di ciò che il sig. Righi afferma oggi.

Aggiungo che la riconoscenza di priorità, della quale parla il sig. Righi, non concerne che *certi resultati* che ci sono comuni [3]), e non le mie esperienze in generale (" esperienze da lui fatte „): i miei metodi non sono identici a quelli del sig. Righi, e fra i miei resultati ve ne sono altri che il sig. Righi non aveva mai pubblicati.

Voi mi obbligherete volendo pubblicare questa lettera nel vostro stimabile Giornale.

Vogliate gradire etc.

A. Stoletow
Prof. di Fisica nella Università di Mosca.

OSSERVAZIONI ALLA PRECEDENTE LETTERA; A. RIGHI.

Sta difatto che il sig. Stoletow non aveva dapprima osservato nessun effetto quando il disco pieno era positivo, mentre io un effetto distinto lo ebbi fin dalle prime prove. Asserendo

1) A. Stoletow. *Comptes rendus* 16 aprile 1888. " Se si invertiscono i poli della " pila, non si ha che una deviazione piccolissima: sembra che il rischiaramento dell'ar- " matura positiva non sia efficace „.

2) A. Righi. *Comptes rendus*, 7 maggio 1888.

3) A. Stoletow. *Comptes rendus*, 4 giugno 1888.

questo fatto sperimentale, senza farlo seguire subito da spiegazioni premature, non intesi di dire che le radiazioni avessero azione anche sui corpi positivi. La cosa venne chiarita nelle successive note, giacchè dimostrai (ciò che fin dal principio già supponevo) essere il fenomeno dovuto alla luce riflessa che cade sulla rete negativa. Non è vero dunque che io abbia mai avuto il dubbio d'una azione diretta delle radiazioni sui corpi positivi. E prova ne sia, che nella stessa mia prima nota enunciai l'altro fatto del caricarsi positivamente d'un conduttore scarico, ciò che implica necessariamente che si ammetta che le cariche positive (dell'ordine di grandezza da me allora adoperato) non sieno disperse dalle radiazioni. Solo in seguito il sig. Stoletow ammise egli pure, che quando il disco è positivo, vi è una azione della luce riflessa sulla rete negativa, e così anche in questo punto fu con me d'accordo.

Mentre dunque sono disposto a riconoscere che colla prima delle mie frasi riportate dal sig. Stoletow, non mi sono bene espresso, credo che il sig. Stoletow rimarrà alla sua volta persuaso non essere giusto l'addebito che ora mi fa, di avere cioè io creduto alla esistenza d'un'azione delle radiazioni sui corpi positivi.

Quanto alla questione di priorità non è necessario l'insistervi; ognuno che abbia letti i nostri lavori, si sarà formata una opinione in proposito.

RIVISTA

Comptes Rendus, 1889.

(1.° semestre).

1. — M. Mascart. *Sopra il principio di* Huyghens *e la teoria dell' arco celeste.* — Fresnel, seguendo quel principio, ammise che ogni punto dell' onda essendo un centro di vibrazione, lo stato vibratorio di ognuno di quei punti fosse il medesimo di quello realmente esistente nell' onda primitiva. Ma quei ventri, origini di vibrazione, reagiscono fra loro, e non è evidente che la vibrazione risultante in ogni punto dell' onda sia la stessa di quella che sarebbe se la corrispondente origine di vibrazione fosse isolata. Infatti, il calcolo introduce una differenza di cammino di un quarto

o di un ottavo di lunghezza d' onda, secondo i casi, quando seguendo il metodo del Fresnel si determina la vibrazione prodotta dall' onda intiera in un punto esterno. Tali differenze si spiegano con la teoria dell' elasticità, come lo dimostrò lo Stokes nella sua Memoria sulla teoria dinamica della diffrazione; e possono trascurarsi nel maggior numero dei casi, ma in certi casi pongono in dubbio la esattezza del principio di Huyghens. Sembrò all' A. che quel principio dovesse subire una piccola modificazione. Si può infatti sostituire all' azione di un' onda, intiera o parziale, quella di una serie di sorgenti *fittive* in ciascuno dei suoi punti, che sono concordanti dall' una all' altra, ma alla condizione che la resultante dei movimenti elementari emessi dall' onda intiera riproduca la reale vibrazione sull' onda stessa o sopra un punto vicino. Con tal condizione rimane, senza ambiguità, definita la vibrazione dovuta a ciascuno degli elementi di superficie, e la diffrazione relativa ad una porzione di onda lasciata libera dagli schermi.

Quando si calcola la vibrazione prodotta in un punto P da un' onda sferica che si allontana dal centro, dividendola in zone successive e tenendo conto dell' indebolimento graduale delle loro azioni a misura che si allontanano dalla parte efficace, si vede che la vibrazione del punto è in ritardo di un quarto di lunghezza d' onda, relativamente a quella del polo A. Questo significa che bisogna aggiungere $\pi . {}^1/_2$ alla fase di vibrazione sull' onda per ottenere la fase delle sorgenti *fittive* capaci di rimpiazzarla. Se l' onda è concava e se la distanza dal punto P al suo polo è un massimo, il cálcolo mostra, almeno per vibrazioni trasversali, che la vibrazione in P è, al contrario in avanzo di un quarto di lunghezza d' onda su quella che sarebbe prodotta dal polo. Lo stesso avviene per un' onda di forma qualunque quando quella distanza è un massimo od un minimo relativamente alla superficie.

Si può dividere l' onda sferica in fusa normali ad uno stesso gran cerchio passante per P e che si chiama l' *equatore dell' onda*, e rimpiazzare l' azione di quelle fusa elementari con quella dell' arco di equatore corrispondente, e l' azione dell' equatore con quella del polo. Allora si trova che la vibrazione in P è in ritardo di un ottavo di lunghezza d' onda su quella che ne verrebbe dal polo. Questo resultato non contraddice al precedente, perchè lo stesso ritardo avviene sostituendo l' arco di equatore al fuso corrispondente, e si ritrova il cangiamento di fase $\pi : 2$.

Lo stesso ragionamento ha luogo per un' onda di forma qualunque, prendendo l' equatore in una delle sezioni principali della superficie al polo, e determinando le fusa in piani perpendicolari al primo. Allora può essere che la distanza di P al polo sia un massimo per le fusa ed un minimo per l' equatore, o inversamente.

In questo caso, la fase di vibrazione è quella che perverrebbe dal polo. Questo caso si presenta nella teoria dell' arco celeste. L' onda dei raggi riflessi una o più volte nell' interno di una goccia è una superficie di rivoluzione, la di cui curva meridiana ha un punto di inflessione corrispondente alla direzione dei raggi emergenti detti efficaci.

Fin quì abbiamo fatta una traduzione letterale del sunto che l' A. fece della sua Memoria. Ma l' A. seguita quel sunto riferendo le formule a cui è giunto trattando il caso dell' arco celeste, le quali formule sono esattamente conformi ai resultati delle osservazioni.

2. — G. Berson. *Influenza dell' urto sulla magnetizzazione permanente del nichel.* — L' A. studiò già quell' influenza per l' acciaio, arrivando a resultati simili a quelli ottenuti poi col nichel. Se la sbarra è normale al meridiano magnetico, una successione di urti uguali va via via diminuendo il momento magnetico. Se le ascisse esprimono il numero degli urti e le ordinate i momenti, si ha una branca di iperbola equilatera, asintota ad una parallella alle ascisse. Più l' urto è forte e il momento magnetico iniziale è più grande, più rapida è la diminuzione di magnetismo. Se la sbarra di nichel è dentro un rocchetto, e si chiude più volte il circuito, il momento va crescendo ed arriva ad un limite. Se in questa esperienza si fa un urto ad ogni chiusura del circuito, il momento cresce più rapidamente e quel limite è maggiore assai. Se la sbarra ha già il limite massimo di magnetizzazione, ottenuto in un primo campo, e il secondo campo è in senso opposto al primo, sempre con gli urti va via via diminuendo il momento, il quale tende verso un limite dipendente dalle intensità di quei campi, e dalle grandezze degl' urti; e quì l' A. espone alcuni dettagli. In definitiva, da questo studio, pel nichel e per l' acciaio, resulta, che con un campo di debole intensità si può ottenere una magnetizzazione considerevole, imprimendo urti alla sbarra mentre è nel campo, ma che importa evitare il tremolio nei magneti permanenti, perchè abbassano rapidamente il momento magnetico.

3. — H. Resal. *Sopra un punto della questione delle lamine elastiche omogenee.* — Per questa questione i geometri si fondano sopra una ipotesi relativa alle espressioni delle dilatazioni tangenziali, che sembra riferirsi soltanto alla scelta degli assi O_x ed O_y situati nel piano dello strato medio della carica allo stato naturale; ma però l' equazione differenziale a cui si arriva è indipendente dalla posizione di quegli assi. Ora l' A. fa dipendere quella ipotesi da altra ipotesi generale indipendente a *priori* dalla posizione di quegli assi. Immaginiamo tracciata la serie delle linee di curvatura di quello strato, detto *foglietto,* deformato. Le proie-

zioni di quelle linee sul piano xO_y determinano un reticolo ortogonale. L'A. ammette che le normali materiali ad xO_y nei punti di proiezione di una linea di curvatura, rimanghino normali a quel foglietto medio deformato. Queste ultime normali determinano in ogni foglietto una linea di curvatura.

Siano: m_0 il punto corrispondente ad M_0 del foglietto non deformato definito dalla ordinata z; m la posizione di quel punto dopo la deformazione, supponendo $Mm = M_0m_0$; mx', my' le tangenti alle line di curvatura passanti per m; R ed R' i raggi di curvatura delle sezioni principali Mmx', Mmy', del foglietto medio; mt una retta tracciata nel piano $x'my'$, facendo l'angolo α con mx'. Un ragionamento noto conduce a porre $R . \delta_x' = z$, $R' . \delta_y' = z$, e per una formula del Saint-Venant abbiamo $\delta_t = \delta_x \cos^2 \alpha + \delta_y' \text{sen}^2 \alpha + \gamma_x' {}_y' . \text{sen}\, \alpha \cos \alpha$. In virtù della simmetria della superficie del foglietto (r) ad una distanza infinitamente piccola da un lato e dall'altro delle linee di curvatura si può ammettere nullo $\gamma_x' {}_y'$; ed inoltre un'altra considerazione dell'A. conduce pure a quest'ultimo resultato. Si ha dunque

$$\delta_t = r\left(\frac{\cos^2\alpha}{R} + \frac{\text{sen}^2\alpha}{R'}\right)$$

ossia $\delta_t = \dfrac{r}{\rho}$, ρ essendo il raggio di curvatura della sezione normale al foglietto medio condotta secondo mt. Questo è ciò che si doveva dimostrare, perchè si può ora sostituire ad mt la paralella in M_0 alla sua proiezione sopra xOy.

A. Crova ed Houdaille. *Osservazioni fatte in cima al monte Ventoux sopra la intensità calorifica della radiazione solare.* — Gli Autori vollero ricercare se all'altitudine di 1900^m hanno luogo nella radiazione solare delle variazioni diurne, simili a quelle che essi osservarono a Montpellier; e dalle curve registrate a quella altitudine si può dedurre il valore della costante solare, più esattamente che da quelle ottenute tracciate al livello del mare.

Gli apparecchi ed i metodi che servirono agli Autori furon già descritti dal Crova, nei *Conti resi* e negl' *Ann. de Chim. et de Phy.* 1888, e fu soltanto, per la violenza del vento, modificata la preparazione dell'actinometro. Furono altresì eseguite delle osservazioni col fotopolarimetro del Cornu; e l'analisi spettrale della luce azzurra del cielo fu eseguita con lo spettrofotometro del Crova (*Ann. de Chim. etc.* 5ª serie t. XIX). Le osservazioni meteorologiche erano fatte regolarmente su quel monte dal Blanc, ed a Montpellier dal Mazade. Il tempo era dato dal cronometro solare Fléchet.

Le oscillazioni continue della curva solare osservate a Montpellier hanno luogo anche sul Ventoux, ma con minore amplitudine e senza sincronismo con quelle a Montpellier. La depressione a mezzogiorno, osservata quasi costantemente a Montpellier, esiste anche a Ventoux, così è evidentemente dovuta alla migrazione verticale diurna del vapore di acqua, e non alla vicinanza del mare. Le curve furon calcolate con formule dovute ad uno degl' Autori, in uno dei suoi precedenti lavori. Le grossezze atmosferiche furon calcolate con la formula del Laplace e ricondotte all' unità di massa contata verticalmente dal livello del mare, e perciò moltiplicate per H:760. Le differenze fra il calcolo e la osservazione furono dell' ordine del millesimo di caloria. I calcoli della costante solare e della trasmissibilità, furono fatti con le formule

$$y = \frac{Q}{(1+x)^{p}}\ ,\ T = e^{\frac{-p}{1+x}}\ ,\ T_0 = e^{-p}\ ,$$

y è la intensità calorifica corrispondente alla grossezza x. T è la trasmissibilità quando la radiazione ha attraversata x, e T_0 è la trasmissibilità iniziale per $x = 0$.

Seguono, nella Nota degl' Autori, delle tavole numeriche che per difetto di spazio non riportiamo. Una serie completa di osservazioni fatte nel 28 agosto condusse a $Q = 1{,}971$, $p = 0{,}447$, $T_0 = 0{,}640$.

La costante solare può arrivare, all' altitudine di 1900^m, ad un valore vicino a tre calorie; e gli Autori credono che, per altitudini maggiori, potrebbe superare quel valore. La trasmissibilità iniziale aumenta generalmente, quando la costante solare diminuisce, vale a dire, quando la radiazione che si esperimenta è stata privata della parte più assorbibile; ed è generalmente minore a grandi altitudini. La polarizzazione sembra aumentare con la costante solare e per deboli trasmissibilità; e, a questo riguardo, il grado di polarizzazione è utile per valutare il grado di trasparenza calorifica dell' atmosfera.

3. — A. Crova. *Sulla distribuzione del vapor d' acqua nell' atmosfera.* — È la continuazione delle esperienze qui sopra descritte, fatte dall' A. insieme all' Houdaille. Ora il Crova dice i resultati di quelle fatte da lui solo a Ventoux ed a Bedoin, che è un villaggio all' altitudine 309 metri, ed orizzontalmente distante di 9840^m dal vertice del Monte Ventoux. Questa Nota non essendo suscettibile di un breve sunto, ci limitiamo ai resultati generali approssimativi. Decresce rapidamente la quantità del vapor d' acqua quando aumenta l' altitudine, e lo strato di acqua atmosferica varia molto da un giorno all' altro. Quest' ultima cosa si spiega

facilmente, se si osserva che il vapor d'acqua è principalmente compreso negli strati inferiori, i quali sono direttamente influenzati dai fenomeni meteorologici.

LOUIS PERROT. *Verificazione esperimentale del metodo di* C. Soret, *per la misura degl' indici di refrazione dei cristalli a due assi.* — Il metodo del Soret fu descritto nel tomo CVII dei *Conti resi*, negl' *Archives des Sciences Phy.* etc. t. XX, e se ne trova un sunto nel *N. Cimento*. Le misure furon fatte sull' acido tartrico del commercio, col refrattore di Liebisch, il di cui prisma ha l' angolo refringente di 60° 6′ 30″, e l' indice 1,77890 per la luce della soda. Secondo quel metodo si possono dedurre i tre indici di refrazione principali, di un cristallo a due assi, osservando gli angoli limiti di riflessione totale su faccie qualunque. Ogni faccia fornisce quattro valori massimi e minimi dell' angolo limite, dei quali tre danno i tre indici principali con la formula $n = \mu \operatorname{sen} I$, ove μ è l' indice del mezzo esterno. I tre valori utili si ritrovano su tutte le faccie, mentre il quarto valore varia da una faccia all' altra. La Nota contiene un ampio quadro numerico secondo gli angoli massimi e minimi ottenuti sopra sette faccie differenti, e gli indici di refrazione che se ne deducono; e quel quadro mostra che, conformemente alla teoria, i tre valori degl' indici principali si ritrovano su tutte le faccie, mentre un quarto valore varia da una faccia all' altra.

LUCIEN POINCARÉ. *Sulla conducibilità elettrica dei sali fusi.* — L' A. ha trovato che la polarizzazione di un elettrode di argento immerso in un sale fuso, come l' azotato di potassa, è dapprima grande ma poi si annulla aggiungendo al sale fuso una traccia di nitrato di argento; e questo è una generalizzazione dei fatti osservati dal Lippmann per le soluzioni saline (*Journ. de Phy.* 1ª serie, t. VIII). Da ciò una grande semplificazione nel metodo usato dal Bouty e dall' A. (*Comptes rendus*, t. CVII) per misurare le resistenze elettriche dei sali fusi; metodo applicabile per le conducibilità dei miscugli di azotati ove entra l' azotato di argento, impiegando per elettrodi principali, e per elettrodi parasiti delle lamine o dei fili di argento. Questi miscugli sono interessanti, perchè la densità dell' azotato di argento fuso (3,9 a 350°) è quasi il doppio di quella (1,84 a 350°) dell' azotato di soda e dell' azotato di potassa; ed era a vedere se la legge per la conducibilità elettrica dei sali fusi, stabilita dal Bouty e dall' A. per corpi a densità sensibilmente identiche, si applicava anche a miscugli di sali aventi proprietà fisiche differenti.

L' A. ha trovato che la conducibilità specifica dell' azotato di argento puro è, fra 280 o 370°, rappresentata da

$$c_t = 1,233\,[1 + 0,0025\,(t - 350)]\,;$$

e che quella dei miscugli dell' azotato di argento con quello dell' azotato di soda o dell' azotato di potassa, può ancora rappresentarsi con la formula:

$$c_t'' = \frac{p c_t + q c_t'}{p + q},$$

p e q essendo i *volumi* dei due sali mescolati di conducibilità c_t e c_t' alla temperatura t.

Lo stesso metodo si applica per la conducibilità dell' azotato di ammoniaca fuso, usando per questo caso delle avvertenze speciali, perchè il menomo soprariscaldamento provoca la decomposizione del sale fuso, e le bolle gassose che ne seguono possono falsare le misure; e qui l' A. descrive alcuni dettagli e presenta un quadro di resultati numerici. La conducibilità è ancora rappresentata da una formula lineare, che è

$$\gamma_t = 0{,}400\,[1 + 0{,}0073\,(t - 200)]\,.$$

Il coefficiente $0{,}0025 = \alpha$, che è nel valore di c_t, e che l'A. chiama *coefficiente di variazione* con la temperatura, è diverso da quello che l' A. ed il Bouty trovarono per gli azotati di soda e di potassa, che è $0{,}0005 = \beta$, e pure diverso da $0{,}0073 = \delta$, come si vede qui sopra; ora l' A. trovò che i prodotti di questi coefficienti per la densità del sale corrispondente, presa alla temperatura media delle esperienze che vi si riferiscono, è un numero sensibilmente costante. Così dunque *i coefficienti di variazione sono bene in ragione inversa delle densità dei sali corrispondenti.*

Ch. Antoine. *Dilatazione e compressione dell' aria atmosferica.* — L' A. per mezzo della nota espressione del prodotto pv e di formule stabilite da lui in un precedente lavoro, arriva ad una nuova espressione del rapporto $pv : p'v'$, e coi dati delle esperienze di Regnault forma un quadro di valori numerici; ma la Nota non è suscettibile di un sunto.

4. — A. Etard. *Relazione fra le solubilità ed il punto di fusione.* — Nei *Conti resi* dell' anno passato, l' A. ha dimostrato che prendendo per ordinata la proporzione di sale contenuto in 100 parti di soluzione satura, la linea di solubilità diviene una retta od un sistema di rette; e che spesso queste rette si succedono senza che praticamente si possa mettere in evidenza una curva di raccordamento. Con questo sistema grafico, i resultati sono compresi fra zero e 100, e dalla temperatura di congelazione fino a quella del punto di fusione del sale anidro, quando si può arrivarci.

Può essere che la solubilità aumenti incessantemente con la temperatura, e non abbia limite in prossimità del punto di fu-

sione del sale in soluzione, una data quantità di acqua potendo allora sciogliere una quantità qualunque di sale; e questo è ciò che la presente Nota afferma avvenire realmente. Le solubilità di quattro sali furono determinate fra grandi intervalli di temperatura, ma fra i limiti estremi del fenomeno; e si trovò che, allo stesso titolo del punto di congelazione, il punto di fusione del sale anidro è uno di quei limiti. La Nota contiene dei resultati numerici, e le linee di solubilità per il salnitro, l' azotato di sodio, il clorato di potassio, l' azotato di argento e l' azotato di bario.

5. — E. H. Amagat. *Compressibilità del mercurio ed elasticità del vetro.* — Nel secondo semestre dei *Conti resi*, l' A. pubblicò i suoi resultati studiando la elasticità del cristallo entro piezometri cilindrici, di cristallo, pieni di mercurio; onde non gli restava più che a comprimere quei cilindri per l' interno o per l' esterno, e così ottenere i coefficienti di compressibilità apparente e di compressibilità assoluta del liquido. Ora egli ha fatte esperienze simili anche per il vetro, per confrontar fra loro i resultati ottenuti pel mercurio con quelle due sostanze; e qui presenta il quadro di resultati numerici, pel mercurio col vetro e col cristallo. In questo quadro si vede che il coefficiente del Poisson è poco differente dal valore 0,25 che gli sarebbe assegnato dalla teoria. Il prof. Cantone di Palermo arrivò ad un risultato analogo (*Acc. dei Lincei* 1888). Pel coefficiente di compressibilità assoluta del mercurio l' A. ottenne 0,000003918. L' A. cita i resultati molto diversi fra loro, di varii esperimentatori per questo coefficiente, e vi fa alcune osservazioni. Il Tait ottenne 0,0000036 che è il più prossimo a quello dell' A.

James Moser. *Sull' elettrometro capillare e gli elettrodi a goccie di mercurio.* — Dai fenomeni elettrocapillari scoperti dal Lippmann, Helmholtz dedusse, che se una massa isolata di mercurio scola rapida in goccie da una punta di imbuto che è dentro un elettrolite, non vi è differenza elettrica fra quest' ultimo ed il mercurio dell' imbuto (*Helmholtz Abhandlungen*). Così introducendo nell' elettrolite un elettrode di mercurio a scolo si può determinarne il potenziale; e con questo artificio l' A. ha decomposte nei loro elementi le forze elettromotrici totali di alcune pile. Col metodo di compensazione si trova per una Daniell 1,06 volt. Se in questo metodo si sostituiscono alla Daniell successivamente le tre combinazioni seguenti, si ottengono le differenze elettriche:

1° Zn | $Zn\,SO^4$ | gocce di mercurio . . . . 1,09 volt

2° Zn | $Zn\,SO^4$ | $Cu\,SO^4$ | goccie di mercurio . 1,28

3° Cu | $Cu\,SO^4$ | goccie di mercurio. 0,22

Togliendo la terza differenza dalla seconda si trova 1,06 volt valore noto. Una simile esperienza l' A. fa per l' elemento Latimer Clarck. La Nota termina con alcune osservazioni in risposta ad altre che gli erano state dirette dall' Ostwald (*Phil. Mag.* 1886).

6. — H. Becquerel. *Sugli spettri di assorbimento dell' epidoto.* — L' A. trovò già (*Ann. de Chim. etc.* 1888) che negli spettri di assorbimento attraverso cristalli ogni striscia (*bande*) di assorbimento ammette tre direzioni rettangolari di simmetria, secondo le quali generalmente la striscia scompare. Queste direzioni per le diverse striscie coincidono fra loro sol quando lo esige la simmetria cristallina. Nei cristalli clinorombici l' asse di simmetria è una *direzione principale di assorbimento* comune, e le due altre direzioni principali rettangolari delle diverse striscie possono essere diversamente orientate nel piano di simmetria. L' A. ha pure dimostrato che due striscie per le quali le direzioni principali non sono le stesse, devono appartenere a sostanze differenti.

Essendo importante la verificazione, con misure fotometriche, delle conseguenze dei principi dedotti dalle citate ricerche, e queste verificazioni esigendo uno studio con un cristallo presentante larghe striscie, fu scelto l' epidoto. Quando le vibrazioni luminose che attraversano un epidoto verde sono paralelle all' asse di simmetria, tutta la regione visibile è assorbita. Al contrario, quando quelle vibrazioni sono paralelle all'asse di simmetria g_1, si vedono diverse striscie le quali, per convenienti orientazioni, spariscono volta a volta. La regione aranciata ha una debole striscia, di lunghezza media d' onda $\lambda = 603$ circa, e si estende fino alla regione D. La si indica con γ. Un gruppo β si compone di tre striscie larghe e forti, aventi le stesse direzioni principali e di lunghezze medie d' onda 473,5, 456,7 429 a 425 circa. Quando l' assorbimento è massimo queste striscie occupano tutto lo spettro, dalla regione verde fino al di là di G. Quando l' assorbimento è al minimo, appar soltanto una stretta ed intensa striscia, $\lambda = 453,4$ circa.

L' A. ha determinate le direzioni principali di assorbimento di queste striscie, osservandole attraverso lamine o attraverso a cilindri aventi per generatrice l'asse di simmetria, e grossi 2 millimetri; e la Nota contiene le misure degl' azimut di ciascuna direzione contati a partire dalla bisettrice dell' angolo ottuso degli assi rossi, nel senso della dispersione degli assi verdi. La Nota fa osservare diverse particolarità, che non essendo da riassumersi brevemente siamo costretti a tralasciare.

Violle e Chassagny. *Sulla elettrolisi.* — Nella decomposizione dell' acqua per una forte corrente si hanno fenomeni luminosi e calorifici, che gli A. ottennero con una Gramme che gli dava 110 volt e 40 ampère. Nell' acqua a un decimo di acido solforico sta

profondamente immerso un filo di platino 4mm,5 grosso, ed un filo di platino grosso 1,mm6, che si immergeva lentamente nel liquido freddo era l'elettrode negativo. Se la differenza di potenziale è maggiore di 32 volt, sul filo negativo si vedeva una guaina luminosa, che lo separava dal liquido e nella quale soltanto si sviluppava l'idrogene. La resistenza di quella guaina alla corrente è molto forte, ma diminuisce lentamente a misura che essa penetra col filo nel liquido; e finalmente cessa per dar luogo all'ordinario sviluppo gassoso. La Nota ha un quadro delle lunghezze l massime della guaina per date forze elettromotrici E in un liquido freddo. Ad es. per l uguale ad un centimetro si ha $E = 35$ volt e 0,9 ampère, e per $l = 7$ si ha $E = 45,5$ e 4,8 ampère. I indicando la corrente, in ampero-metri Deprez-Carpentier, si trova che i valori di E I sono sensibilmente proporzionali alle lunghezze massime l. La Nota contiene diversi dettagli del fenomeno, che è sempre accompagnato da una disgregazione superficiale dell'elettrode negativo. Si può osservare quella guaina anche sull'elettrode positivo, invertendo le funzioni di quei fili; ma allora è più difficile ad ottenerla, e non si forma che a 50 volt, ed è meno luminosa, ma però dura maggiormente.

R. Savelief. *Sopra le osservazioni actinometriche fatte a Kief.* — I metodi di osservazione e di calcolo impiegati dall'A. sono gli stessi di quelli impiegati dal Crova. I resultati esperimentali sopratutto dimostrarono la grande trasparenza calorifica dell'atmosfera in Russia, specialmente nell'inverno. Alla Nota sono aggiunte alcune parole del Crova per rimarcare che le osservazioni del Savelief dimostrano che la legge delle variazioni annuali della radiazione solare è sensibilmente la stessa a Kief ed a Montpellier; che la trasparenza calorifica dell'atmosfera è maggiore a Kief; che la costante solare, in Russia e in una bella giornata d'inverno, può arrivare a quasi 3 calorie, valore, al quale egli non si approssimò, nei suoi già citati lavori con l'Houdaille, che quando pose l'actinometro nella vetta del monte Ventoux, e valore al quale arrivò quasi il Langley sul vertice del Peakes Peak del Colorado. Inoltre il Crova fa notare che la depressione del mezzodì, osservata a Montpellier, è pure osservata a Kief, e l'interesse grande che vi sarebbe per far tali osservazioni in molti luoghi, e specialmente in Russia.

7. — M. Gouy. *Sopra una legge generale relativa agli effetti delle trasformazioni reversibili.* — Non sarebbe possibile un sunto. Alla fine della sua Nota l'A. promette un lavoro esteso e completo, e dice che quella non è altra cosa che una forma del principio di Carnot, la quale in generale fa prevedere, senza calcolo, la esistenza e gli effetti prodotti dalle trasformazioni reversibili.

E. Mercadier. *Studi esperimentali sulla elasticità dinamica e statica dei fili metallici.* — La Nota contiene una minuta ed utile descrizione degl' apparecchi e del modo di esperimentare, per le misure del numero delle vibrazioni longitudinali, e dell'allungamento elastico, e termina con un quadro di resultati numerici, pei fili di rame, d' acciaio, di platino, di alluminio, di argento e di oro.

E. L. Trouvelot. *Studio dei fenomeni di induzione per mezzo della fotografia.* — La scarica di un rocchetto Ruhmkorff, o di altra macchina, produce su delle lamine preparate a secco per fotografia, delle scariche indotte; e queste vi lasciano delle immagini che si sviluppano col solito processo fotografico. Le immagini indotte, dice la Nota, differiscono di carattere, a seconda di che sono positive o negative; ma del resto, quei caratteri non differiscono da quelli che l' A. osservò nelle fotografie di scintille presentate già all' Accademia (*Conti resi* 1888).

Ch. E. Guye. *Sul potere rotatorio del clorato di soda cristallizzato.* — L' A. seguì un metodo suggeritogli dal C. Soret. Un raggio di luce attraversa successivamente un polarizzatore ed un analizzatore (prisma Foucault) e cade sulla fenditura di uno spettroscopio. L' analizzatore è fisso, ed il polarizzatore è posto nel centro di un circolo diviso. Pei raggi ultravioletti, lo spettroscopio ha lenti di quarzo, un prisma di spato d' Islanda ed un oculare fluorescente a lamina di esculina di J. L. Soret. Davanti all' analizzatore ed accanto alla fenditura dello spettroscopio, è un biquarzo formato da due biquarzi prismatici striscianti l' un sull' altro, per variare la sua grossezza; e la sua linea di giunzione è normale alla fenditura. Allora lo spettro è diviso in due parti longitudinalmente, formando come due spettri paralelli, intersecati ambidue da striscie nere trasversali. Girando il polarizzatore quelle striscie si spostano in sensi inversi nei due spettri, e si può fare che una striscia della parte superiore sia nel prolungamento di una striscia della parte inferiore; e modificando la grossezza del biquarzo, si può fare in modo che la suddetta coincidenza occupi una data qualunque posizione nello spettro.

Se dunque fra il polarizzatore e l' analizzatore, si interpone un cristallo attivo, la sua rotazione si aggiunge a quella di una delle parti del biquarzo e si sottrae dalla rotazione dell' altra, e la rotazione dovuta al cristallo è misurata dall' angolo del quale bisogna girare il polarizzatore per ristabilire la coincidenza. Ma bisogna cominciare col condurre le striscie, in coincidenza, ad una stria determinata dello spettro, e per questa operàzione ci si trova nelle ordinarie condizioni del metodo di Broch, e l' incertezza si riferisce al valore della lunghezza d' onda che corrisponde alla

rotazione osservata. Per evitare questa difficoltà, si rifà la misura con una lamina di quarzo di nota grossezza, che si sostituisce al cristallo senza nulla cangiare al biquarzo, e con la stessa radiazione. Dalla rotazione osservata si deduce la lunghezza d'onda della radiazione corrispondente, basandosi sulle determinazioni del potere rotatorio del quarzo pubblicate da J. L. Soret e Sarasin.

La grossezza del quarzo è stata determinata con una macchina a dividere e si ebbe $3^{mm},7774$; e deducendola dalla rotazione che il quarzo imprime al piano di polarizzazione di una luce omogenea nota, osservata con un prisma a penombra del Cornu. E si trovò per la luce del sodio, $3^{mm},7754$, e per la luce del tallio $3^{mm},7763$. La nota termina con un ampio quadro numerico.

8. — E. Bouty. *Osservazioni sulla conducibilità e il modo di elettrolisi delle soluzioni concentrate di acido solforico* — F. Kohlrausch trovò che gli idrati SO^3, HO ed SO^3, 2HO presentano a 18°, un minimo di conducibilità elettrica relativamente a liquidi più concentrati o più diluiti. Le esperienze dell' A. ebber lo scopo di misurare le conducibilità dell' acido solforico presso zero gradi, e di determinare i coefficienti α e β della formula $C_t = C_0(1+\alpha t + \beta t^2)$. I resultati di quelle esperienze sono consegnati in un ampio quadro numerico, ove si osserva un primo massimo di conducibilità verso $SO^3 + 1,5HO$, e poi un minimo esatto a $SO^3,2HO$, ed un secondo massimo verso $SO^3 + 16,HO$. Questi massimi e minimi non sono spostati quando la temperatura sale da 0° a 18°.

Dopo l'A. cerca come varia la conducibilità molecolare, e perciò utilizza una serie di esperienze nelle quali si era aggiunta acqua a dei pesi noti di acido solforico, fino a fargli occupare il volume di un litro, alla temperatura del laboratorio. E qui l'A. presenta un altro quadro numerico, nel quale si osserva che la conducibilità molecolare ha un minimo per $SO^3,2HO$, e che in seguito cresce sempre, fino alle diluizioni estreme. Al limite, una molecola di acido solforico disciolto conduce 200 volte più di una molecola $SO^3,2HO$. L'idrato $SO^3,2HO$ è caratterizzato da un insieme di proprietà fisiche. Il suo indice di refrazione è massimo per tutte le radiazioni, e la sua conducibilità *assoluta* e *molecolare* è un minimo a tutte le temperature.

Lo studio della polarizzazione degl' elettrodi di platino nell'acido solforico offerse all'A. delle singolarità rimarchevoli. Presso ad 1, 2 a 1, 3 volt, nei liquidi più concentrati, la polarizzazione va diminuendo, e non è che di 0,7 a 0,8 volt per $SO^3 2HO$. Essa conserva in seguito lo stesso valore fino al primo liquido limite del Mendeleeff ($SO^3 + 6HO$ od $SO^3 + 7HO$) risale bruscamente ad 1,4 volt, e poi decresce lentamente. Le deboli polarizzazioni al disotto di $SO^3 + 6HO$ sembrano legate al modo di elettrolisi

di $SO^3,2HO$. Una molecola di questo tipo deve scindersi secondo lo schema

$$\overset{+}{H} / \overline{SO^3 H} \quad \text{od} \quad \overset{+}{H} / SO^3 + HO^2 ,$$

l' acqua ossigenata è un prodotto normale di questa elettrolisi. Secondo il Richarz, si ottiene molta acqua ossigenata nella elettrolisi degl' acidi solforici concentrati, e il massimo corrisponde ad 80 per 100 di acido monoidrato ($SO^3 + 2,347\,HO$); al disotto del 60 per 100 non si avrebbe più acqua ossigenata, e l' acido persolforico del Berthelot e l' ozone appariscono in abbondanza. Par dunque che il limite $SO^3 + 6HO$ o $+ 7HO$ corrisponda alla sparizione dell' ultima traccia di acqua ossigenata nell' elettrolisi, vale a dire alla sparizione completa di $SO^3,2HO$. Ed $SO^3 + 16HO$ corrisponderebbe alla sparizione dell' acido persolforico ed alla distruzione di un idrato incognito, intermediario a $SO^3,2HO$ ed all' idrato delle soluzioni molto diluite.

A. POTIER. *Sulla misura elettrochimica della intensità delle correnti.* — Quella misura dipende dal valore dell' equivalente elettrochimico del metallo deposto, e dalla nettezza della reazione chimica che accompagna il passaggio della corrente. Sembrerebbe che la maggior precisione si avrebbe dall' elettrolisi dei sali di mercurio; ma l' A. fa osservare che se si pongono in circuito due voltametri, l' uno, ad esempio, con azotato di mercurio e l' altro con azotato di argento, non si trova un rapporto costante fra i pesi dei due metalli deposti, e il peso del mercurio è più debole del peso calcolo secondo quello dell' argento. Per conoscere la causa di questa irregolarità l' A. ha studiato la elettrolisi dell' azotato di mercurio, impiegando un anode dello stesso metallo. Se si prende per catode una lamina di platino passata alla fiamma, si vede dapprima uno sviluppo gassoso che cessa poco a poco; e cessato che è, la lamina si copre di mercurio che la bagna, e la corrente continua depositando mercurio. Lo sviluppo iniziale di idrogene non può essere attribuito alla composizione del liquido che contenesse un poco di acido libero; perchè se si pone una nuova lamina di platino nel posto di quella stata amalgamata, lo sviluppo gassoso ricomincia; e quando l' amalgamazione ha principiato si sviluppa ancora del gas sulle parti non amalgamate. Inversamente, se nella soluzione che produce uno sviluppo di gas sopra una lamina di platino si introduce un' altra lamina dapprima amalgamata, non vi ha più sviluppo gassoso. Lo stesso avviene impiegando come elettrode negativo l' argento o il rame. L' ufficio del catode non è dunque soltanto passivo, ed ha molta analogia coi fatti osservati dal Gernez pei ritardi del punto di ebollizione; lo sviluppo gas-

soso dipendendo dalla guaina gassosa della lamina. Così è probabile che fatti simili debbano aver luogo nella elettrolisi di altri sali. Impiegando un catode di mercurio non si ha sviluppo gassoso, ma si ha una polarizzazione energica, mentre nell' elettrolisi del solfato di mercurio o del nitrato di argento la polarizzazione è insensibile. Dunque tutto avviene come se l' idrogeno fosse realmente sviluppato sulla superficie del catode, occluso da questo. Ne segue che la misura elettrolitica della corrente non è rigorosa, che alla condizione che gli elettrodi non abbian traccia di polarizzazione, cosa che a torto si suole sempre ammettere a *priori*.

PAOLO JANET. *Sulla influenza reciproca di due magnetizzazioni rettangolari nel ferro.* — Le esperienze furono eseguite con un tubo di ferro a potersi magnetizzare longitudinalmente, per mezzo di una spirale che l' avvolgeva; e a magnetizzarsi trasversalmente per mezzo di una corrente che lo percorreva nel senso della sua lunghezza. Il flusso di induzione longitudinale era misurato dalla scarica indotta in una spirale secondaria; e il flusso di induzione trasversale era misurato dalla scarica indotta in un filo teso nell' asse del tubo.

La Nota non è suscettibile di un sunto, per cui dobbiamo limitarci al risultato finale che è dall' A. espresso nel modo seguente. La formazione o la interruzione di una magnetizzazione, produce sempre, sopra una magnetizzazione perpendicolare, gli effetti che in identiche circostanze sarebbero prodotti da un urto.

W. OSTWALD. *Su gli elettrodi a mercurio.* — È una risposta alle osservazioni che il Moser, in una Nota qui più sopra riferita, fece sopra un lavoro dell' Ostwald. X.

SUNTI di A. STEFANINI.

Philosoph. Magazine, Vol. XXVI, 1888.

159. (Continuazione). — C. BARUS. *Sulla teoria di* Maxwell *della vischiosità dei solidi, e sulla sua verificazione fisica.* — Secondo l' A. la teoria del Maxwell sulla vischiosità dei solidi è molto analoga a quella dell' eterificazione data da Williamson, e a quella dell' elettrolisi data dal Clausius; poichè secondo Maxwell la vischiosità è un fenomeno prodotto da alcuni cangiamenti nella struttura molecolare, la cui intima natura è essenzialmente chimica, inquantochè quei fenomeni dipendono non solo dallo stato precedente, ma anche da quello successivo alla configurazione tipica media.

Dopo aver passato in rassegna tutte le teorie esposte sulla vischiosità, l' A. espone le sue ricerche; ma è impossibile darne un breve sunto, e non resta che riportare i resultati che egli deduce da tutto il suo lavoro.

L' effetto della distribuzione uniforme di configurazioni molecolari instabili nella massa di un metallo rigido come l' acciaio è analogo a quello delle molecole disciolte di un acido o di un sale in un liquido non conduttore come l' acqua. Queste molecole aggiunte sono i gruppi instabili considerati dal Clausius. In ambedue i casi l' effetto prodotto è proporzionale al numero delle molecole instabili distribuite nella massa metallica o liquida: se questo numero è molto grande, il mezzo diviene vischioso in un caso, elettrolita nell' altro.

Le tensioni o trazioni applicate impartiscono una deformazione permanente al solido. La deformazione vischiosa è perciò accompagnata da un fenomeno residuo, che si manifesta quando le forze esterne si sopprimono o s' invertono. Nei liquidi sui quali agiscono delle f. e. m., i fenomeni analoghi dànno luogo alla polarizzazione galvanica.

Le teorie di Clausius e di Maxwell si sostengono mutuamente. Perchè se per spiegare gli effetti delle forze deformatrici si deve ammettere che in un solido le configurazioni molecolari siano presenti in tutti i gradi di stabilità, ne segue che configurazioni di instabilità ancor più pronunciata dovranno presentarsi nei sistemi elettrolitici. Inversamente, il fatto che alcuni solidi possono esser decomposti dalla corrente, accenna alla presenza in essi di uno stato molto avanzato di instabilità molecolare. Per es. nel vetro, lo stesso meccanismo che a 300^0 c. promuove la conduzione elettrolitica quando esso è soggetto a una f. e. m., si manifesta a basse temperature nella vischiosità del solido soggetto a forze deformatrici.

O. J. Lodge. *Sulla teoria dei conduttori dei parafulmini.* — Partendo dal concetto che la scarica di un condensatore è oscillante, l' A. applica le considerazioni del Rayleigh (*N. Cim.* XXIII, 172) e di Heaviside, alle scariche che avvengono fra le nubi e i parafulmini.

Egli considera perciò un condensatore formato dalla terra e da una nube situata all' altezza h e caricata al potenziale massimo (tensione corrispondente a $^1/_2$ gr. per cm.^{2}) e suppone che di quel condensatore se ne scarichi una piccola porzione di area πb^2. Allora un volume $\pi b^2 h$ del dielettrico (aria) perde la sua tensione, e l' energia della scarica è $E = 981/2 . \pi b^2 h$ ergs. La capacità di quella porzione è $S = k b^2/4 h$, se k è la sua capacità specifica induttiva, e il potenziale massimo è $V = \sqrt{2E/S} = 110 h$ in unità elettrostatiche.

Calcolando l' autoinduzione dovuta a quella scarica, che si suppone avvenire secondo un conduttore cilindrico di raggio a

situato secondo l' asse di quella porzione considerata, l' A. trova che è dato da

$$L = h\left(2\mu \log \frac{b}{a} - \mu + \mu_0\right),$$

se μ_0 e μ sono le permeabilità magnetiche del conduttore e dello spazio che lo circonda. La scarica del condensatore sarà oscillante finchè la resistenza che deve vincere non superi un certo valore R_0, chiamato resistenza critica, e che è dato da

$$R_0 = \sqrt{4L/S} = 4\,h\,u\,\mu\,v/b\,,$$

avendo posto

$$u^2 = \log \frac{b^2}{a^2} - 1\,,$$

ed essendo

$$v = 1/\sqrt{\mu k} = 30/\mu \text{ ohm}$$

la velocità della luce. La resistenza critica è quindi nel caso attuale

$$R_0 = 120\,\frac{h}{b}\sqrt{2 \log \frac{b}{a} - 1} \text{ ohm}\,.$$

Se h è un miglio inglese, $b = 50$ m, $a = 1$ mm, allora $R_0 = 15000$ ohm.

Se la resistenza R opposta alla scarica è molto minore di R_0, la scarica è decisamente oscillante, e l' intensità della corrente ad ogni istante sarà data da

$$C = \frac{V_0}{nL}\,e^{-mt} \operatorname{sen} nt\,,$$

ove V_0 è il potenziale iniziale del condensatore, ed ove è stato posto

$$m = R/2\,L \quad , \quad n^2 = 1/LS - m^2\,.$$

Seguendo le denominazioni proposte da Heaviside, n L è la misura dell' *impedimento* (impedance) che il conduttore oppone alla scarica, e l' A. trova che se nel valore di n^2 si può trascurare il termine m^2, quell' impedimento si riduce alla metà del valore che ha la resistenza critica R_0 sopra indicata. Quindi, finchè la resistenza specifica del conduttore non supera un certo limite, l' impedimento che oppone alla scarica dipende quasi interamente dall' estensione dello spazio magnetizzato nel suo intorno, e dalla capacità del condensatore che si scarica. L' influenza del diametro

del conduttore è assai piccola, perchè quel diametro apparisce in un logaritmo: l'influenza preponderante è esercitata dalla sua lunghezza.

Il conduttore di un parafulmine oppone quindi alla scarica di un condensatore una resistenza analoga a quella che una resistenza di parecchie migliaia di ohm opporrebbe a una corrente continua. Questi resultati spiegano molte anomalie che si presentano nelle scariche delle bottiglie di Leyda, nelle quali spesso avviene che la scarica preferisce attraversare un tratto d'aria assai lungo, compreso fra due conduttori, anzichè avvenire fra due conduttori metallici assai più corti.

Questi fenomeni sono stati recentemente studiati anche dal Naccari (*Atti della R. Acc. di Torino*, XXIV), che ha trovato confermate le deduzioni del Lodge.

160. — Lord RAYLEIGH. *Sulla riflessione della luce su un piano di sfaldatura.* — Impiegando le equazioni della teoria elettromagnetica della luce, l'A. determina la legge che segue la riflessione della luce su un piano di sfaldatura di un cristallo; ma di questo lavoro, essenzialmente analitico, non è possibile un breve sunto.

Detto. *Su un fenomeno notevole di riflessione cristallina, descritto dal prof.* Stokes. — Sopra lamine sottili di clorato potassico, Stokes osservò che la luce si rifletteva più o meno fortemente, e cambiava di colore, secondo l'inclinazione del piano di incidenza sul piano di simmetria del cristallo. Il Rayleigh fa osservare che quei fenomeni si possono spiegare colla teoria già da esso indicata (*N. Cim.* XXV, pag. 78) sulla propagazione delle onde luminose in un mezzo dotato di struttura periodica, ammettendo che nei cristalli di clorato potassico si abbia non un solo piano di sfaldatura come supponeva Stokes, ma bensì molti piani orientati in direzioni diverse e in modo periodico.

J. JOLY. *Di una bilancia idrostatica.* — Un recipiente sferico cavo V, che si appende ad un sostegno fisso, ha un orifizio O assai sottile praticato in un tubo che forma il prolungamento del diametro verticale della cavità sferica. Un galleggiante cavo F, parimente sferico, è situato nell'interno di V, ed è munito di un filo metallico, che passa per l'orifizio O, e che serve per sostenere un piatto ove si collocano i pesi. Lo spazio fra i due recipienti è ripieno d'acqua. Conoscendo il peso di cui bisogna caricare il piatto perchè il galleggiante F si stacchi dalla parete superiore del recipiente O, quest'apparecchio permette di trovare il peso di un corpo, come un areometro di Nicholson.

J. BORGMANN. *Influenza della luce sulla scarica elettrica.* — Riferendosi a una sua precedente comunicazione (*N. Cim.* XXIII,

183) e ai lavori di Helmholtz, Hallwachs, Wiedemann, Ebert e Arrenius, l' A. descrive questa sua nuova esperienza:

Un regolatore di luce elettrica era posto a una notevole distanza da un disco di zinco e la luce elettrica era assai debole. Quando il disco era illuminato non si osservava nessuna diminuzione di potenziale nemmeno ponendo molto prossimo al disco un diaframma di zinco, forato in modo che permettesse il passaggio alla luce. Rimuovendo il diaframma e ponendo in suo luogo una fiamma alla Bunsen in comunicazione col suolo, e a tal distanza che non potesse aver influenza sulla carica del disco, appena la lampada era accesa e la luce cadeva sul disco, si avvertiva una diminuzione nel potenziale del disco, cioè si produceva una corrente fra il disco e la fiamma. Così l' uso di una fiamma per elettrodo favorisce la produzione di una corrente nell' aria, quando un disco di zinco elettrizzato forma l' altro elettrodo ed è illuminato.

J. A. Ewing e W. Low. *Influenza di una sezione piana trasversale sulla permeabilità magnetica delle sbarre di ferro.* — Era già stato osservato da J. J. Thomson e H. F. Newall che la permeabilità magnetica di una sbarra di ferro diminuisce se la sbarra è tagliata in due parti che sono poi sovrapposte. Gli A. hanno ripetuto quelle esperienze, ricercando l' influenza della pressione fra le diverse parti della sbarra, e dell' intensità della forza magnetizzante. Essi hanno trovato che la resistenza magnetica è accresciuta da quei tagli, e hanno trovato che l' aumento di resistenza è equivalente a quello di un sottilissimo strato d' aria (dello spessore da 0,036 a 0,009 mm.) che fosse interposto fra le diverse parti della sbarra. Tale aumento è più piccolo per grandi induzioni, e se le superficie a contatto sono irregolari non si elimina mai nemmeno con forti pressioni, mentre si elimina quasi del tutto per pressioni sufficientemente grandi, se le superficie a contatto son perfettamente piane. In quest' ultimo caso l' interposizione di una foglia d' oro ha una debolissima influenza sulla diminuzione della permeabilità magnetica.

Proff. Livenig e Dewar. *Spettro di assorbimento, luminoso e ultravioletto, di grandi masse di ossigeno.* — L' ossigeno era contenuto in un tubo d'acciaio lungo 165 cm.; il tubo era chiuso alle basi da due pezzi di quarzo e una lente di quarzo, contenuta nel tubo, formava davanti allo spettroscopio l' immagine di una sorgente luminosa. L' ossigeno poteva esser compresso fino a 140 atmosfere.

Alla pressione di 85 atm. si presentarono: delle strie d' assorbimento in corrispondenza delle linee A e B dello spettro solare; una striscia nera un po' diffusa fra λ 6360 e λ 6225; una

striscia presso la linea D col massimo di oscurità corrispondente a λ 5785; una stria nel verde λ 5350, e una sul bleu, da λ 4795 a λ 4750.

Nello spettro fotografato la radiazione andava diminuendo a cominciare da λ 2745, e spariva a λ 2664.

Aumentando la pressione fino a 140 atm. le strie anzidette divenivano più scure, e l'assorbimento nell'ultravioletto era completo per λ 2704.

I composti dell'ossigeno non mostrano tale contegno: per es. con l'anidride carbonica a 50 atm. non fu osservato alcun assorbimento sensibile nello spettro luminoso, e in quello ultravioletto cominciava soltanto a λ 2450.

Con un altro tubo, lungo 18 m., gli A. hanno osservato assorbimento anche quando era pieno di ossigeno alla pressione ordinaria. La colonna assorbente così adoperata, per una pressione di 90 atm. rappresentava una massa assorbente di ossigeno pressochè uguale a quella dell'atmosfera terrestre; con essa peraltro le intensità delle strie d'assorbimento erano assai maggiori di quelle dello spettro solare.

E. H. Cook. *Sull' esistenza di un movimento ondulatorio accompagnante le scintille elettriche.* — Quando fra due punte scoccano delle scintille, se le due punte son situate su una lastra coperta di polvere, i granuli di questa polvere si dispongono in linee circolari quasi concentriche. Per una stessa polvere, la distanza fra le linee successive di quel sistema è costante qualunque sia l'intensità delle scintille e la sostanza che forma la lastra. Polveri diverse dànno diverso numero di linee per centimetro, e miscugli di polvere dànno numeri intermedi di linee. I numeri estremi di linee (da 40 a 88 per pollice) sono stati ottenuti dall'A. per le polveri di calce e di silice. Fenomeni analoghi si osservano anche coi liquidi, che presentano alla loro superficie delle increspature superficiali. Senza fare nessun'ipotesi per spiegar questi resultati, l'A. osserva che i fenomeni studiati accennano ad ondulazioni della lunghezza di $^1/_{64}$ di pollice, che accompagnano le scintille elettriche.

W. Sutherland. *Nuovo calcolo di alcuni calorici specifici ad alta temperatura, e sul calore specifico dell'acqua.* — È noto che i valori che si ottengono per il calore specifico dell'etere, dell'alcool, del solfuro di carbonio, ecc. colle formule date da Hirn, differiscono assai da quelli che si ottengono dalle formule di Regnault. Ora l'A. mostra come si possono far coincidere i resultati di Hirn con quelli di Regnault.

A proposito poi dei calcoli fatti da Velten pel calorico specifico dell'acqua a diverse temperature (cfr. *N. Cim.* XV. 76)

l' A. fa notare che i resultati che il Velten ottenne diversi da quelli di Regnault son dovuti al fatto che nelle tavole di Regnault incorse un errore di copiatura, che non influì sui valori definitivi dati da Regnault, ma che influì invece su quelli del Velten. Così i resultati delle esperienze di Regnault, che dànno per il calorico specifico dell' acqua a temperature superiori a 100° un numero maggiore dell' unità, son sempre quelli che meritano la maggior fiducia.

J. TROWBRIDGE e W. C. SABINE. *Assorbimento selettivo dei metalli per i raggi ultravioletti.* — Adoprando specchi metallici di oro, rame, nichel, acciaio, argento, tellurio e palladio per l' eliostata che serviva nelle esperienze sulla fotografia dello spettro ultra violetto, gli A. trovarono che con tutti quanti si raggiungeva nello spettro fotografico lo stesso limite. Ne concludono quindi che il colore non ha nessuna azione sull' assorbimento selettivo dei metalli per i raggi ultra-violetti.

161. — J. KERR. *Esperimenti sul poter rifrangente del vetro compresso.* — Facendo uso di un refrattometro interferenziale di Jamin, col quale si possono avere due fasci luminosi molto distanti fra loro, l' A. faceva passare uno dei fasci attraverso una porzione di vetro compresso, e l' altro attraverso una porzione della stessa lastra di vetro non soggetta a pressione. Così egli ha trovato: che la compressione ritarda i due raggi (ordinario e straordinario), che la trazione invece li accelera; che gli effetti della pressione e della trazione sono uguali ed opposti; e che nel vetro che ha un indice $n = 1{,}53$ il raggio che vibra nella direzione della compressione subisce un' azione doppia di quella che subisce l' altro raggio. Il ritardo poi del raggio che vibra normalmente alla direzione della compressione è dovuto soltanto alla variazione dello spessore del mezzo attraversato. Per quello invece che vibra nella direzione della compressione metà del ritardo è dovuto alla variazione dello spessore e l' altra metà alla variazione della velocità di propagazione nel vetro compresso.

J. TROWBRIDGE e W. C. SABINE. *Lunghezze d' onda negli spettri ultravioletti dei metalli.* — Gli A. indicano e discutono gli errori che posson commettersi nella determinazione delle lunghezze d' onda per mezzo delle fotografie degli spettri, e dànno una tavola per le linee del rame da essi misurate e che giungono fino a λ 1944, poste a confronto con i resultati ottenuti da Hartley e Adeney, e da Liveing e Dewar, che giungevano fino a λ 2103.

Dalle esperienze degli A. resulterebbe poi che le lunghezze d' onda delle linee metalliche ottenute bruciando i metalli nell' arco voltaico, o vaporizzandoli colla scintilla, coincidono, a meno di $^1/_{100}$ del loro valore, colle lunghezze d' onda delle linee corrispon-

denti degli stessi metalli osservate nello spettro solare. Perciò la differenza di temperatura non avrebbe nessuna influenza sulla lunghezza d'onda delle linee metalliche.

Il metodo indicato da Cornu per correggere le misure dirette fatte sulle prove fotografiche ottenute coi prismi, secondo gli A. non è del tutto esatto; il metodo preferibile in queste esperienze sarebbe quello di adoperare i reticoli concavi.

Finalmente gli A. ritengono che le ipotesi circa la coincidenza fra gli spettri gasosi e quelli metallici non possano esser basate con sicurezza sulle misure fin qui conosciute della parte ultravioletta degli spettri.

J. PARKER. *Sui fenomeni termoelettrici.* — Partendo da un teorema di Helmholtz e applicando i principi della termodinamica, l'A. stabilisce le relazioni

$$\Pi = t \frac{d\delta}{dt}$$

e

$$\frac{dt}{d}\left(\frac{\delta}{t}\right) = \frac{f_\beta - f_\alpha}{t^2},$$

che comprendono la teoria del fenomeno Peltier. In esse Π è la quantità di calore assorbita pel passaggio dell'unità di elettricità, δ è la differenza di potenziale, e f_α ed f_β son due funzioni della temperatura assoluta t.

Per la f. e. m. della coppia l'A. ottiene la stessa formula che fu data dal Tait; e dai resultati così ottenuti l'A. deduce anche la prova analitica del fatto osservato da Magnus, che non si ha cioè corrente scaldando diversamente diverse parti di un circuito omogeneo.

E. WILSON. *La legge della dispersione.* — Servendosi delle recenti determinazioni del Langley, l'A. dimostra per le lunghezze d'onda fin qui misurate la validità della formula empirica a 4 costanti:

$$\frac{v}{V} = \left(a + b\lambda + \frac{c}{\lambda}\right) e^{-\frac{h}{\lambda^2}}.$$

162. — A. TANAKADATÉ. *Sull'intensità media di magnetizzazione delle sbarre di ferro dolce.* — Le esperienze fatte dall'A. consistevano nel sottoporre il ferro a differenti forze magnetizzanti ottenute per mezzo di un solenoide cilindrico, e nel misurare con un magnetometro a riflessione l'intensità della magnetizzazione media (rapporto fra il momento magnetico del ferro e il suo volume) nonchè il magnetismo residuo.

Dai resultati ottenuti si vede che quando la lunghezza della sbarra diminuisce, l' intensità media diminuisce rapidamente, in seguito all' effetto smagnetizzante delle estremità.

L' A. riporta anche i resultati di altre esperienze fatte a Tokio nel 1883 facendo variare il numero dei fili di ferro e il rapporto fra la loro lunghezza e il loro diametro. L' intensità della magnetizzazione diminuisce rapidamente al diminuire del rapporto anzi detto.

Da altre esperienze l' A. deduce poi che il momento magnetico indotto è indipendente dalla massa del ferro. Questo resultato, che apparisce paradossale, si spiegherebbe ammettendo che quando la sbarra è molto grossa la sostanza della sbarra stessa formi una specie di armatura interna per le estremità libere della sbarra.

B. KOLBE. *Elettroscopio da lezione.* — Consiste in due striscioline di carta-seta rossa, che sono attaccate a due fili finissimi di rame argentato, all' estremità di una sbarretta d' ottone, la cui estremità superiore ha il diametro di 2 cm. La lunghezza delle striscioline di carta è 4 cm., la larghezza cm. 0,4. Le loro estremità libere son provviste d' un semicerchio, piegato ad angolo retto sulla carta, in modo che essa presenta sempre una superficie di prospetto all' osservatore.

Per ottener buoni resultati, è necessario che le foglie sieno bene isolate con ebanite; ma il vetro del recipiente deve esser più conduttore che è possibile, per evitare che l' apparecchio funzioni da condensatore.

Alle striscioline di carta si posson sostituire anche foglie di alluminio.

Con questo elettroscopio l' A. ha potuto mostrare le differenze che si hanno coll' unire le pile in serie o in quantità. Con 2 bunsen le foglioline si disponevano orizzontalmente.

163. — S. P. THOMPSON. *Sulla condizione di autoeccitazione di una dinamo.* — Una dinamo in serie, che funziona con una data velocità, non si eccita da sè altro che se la resistenza diviene inferiore a un valore determinato, dipendente dalla velocità e dalla costruzione della macchina; e se la resistenza è di poco inferiore a quel valore critico, l' eccitazione non è sufficiente a saturare gli elettromagneti. Ora una dinamo, purchè non avesse una resistenza infinita, dovrebbe eccitarsi da sè, e fino a saturazione, per una velocità qualunque; l' A. in questo lavoro dà la spiegazione dei fatti osservati, senza far nessun' ipotesi sulla natura della curva di magnetizzazione, ammettendo soltanto che non si abbiano fenomeni secondari.

La f. e. m. di una dinamo può scriversi

$$E = n C N ,$$

essendo n la velocità, C il numero dei fili contati sulla periferia dell' indotto, e N il numero totale delle linee di forza che attraversano l' indotto. Se quindi ΣR è la somma di tutte le resistenze, l' intensità i della corrente sarà

$$i = \frac{n\,CN}{\Sigma R}\,.$$

Analogamente, se $4\pi\,Si$ è la somma delle forze magnetizzanti, e $\Sigma\rho$ la somma delle resistenze magnetiche, si avrà

$$N = \frac{4\pi\,Si}{\Sigma\rho}\,;$$

e da queste equazioni si ottiene:

$$(1) \qquad 4\pi\,n\,CS = \Sigma\rho\,\Sigma R\,.$$

Di qui si vede che per una dinamo a velocità costante il prodotto $\Sigma\rho\,\Sigma R$ è costante, e che la dinamo non si ecciterà da sè quando sia

$$\Sigma R > \frac{4\pi\,n\,CS}{\Sigma\rho}\,.$$

E per un dato valore di ΣR l' eccitazione sarà impossibile se è

$$n > \frac{\Sigma\rho\,\Sigma R}{4\pi\,CS}\,.$$

Pei valori di ΣR minori di quel valore critico, l' eccitazione aumenta finchè la resistenza magnetica non sia divenuta assai grande da verificare la (1).

Per le macchine in derivazione la (1) diviene

$$4\pi\,n\,CZ \doteq \Sigma\rho\left(a + s + \frac{as}{x}\right)\,,$$

ove a è la resistenza costante e x quella variabile del circuito indotto, s è la resistenza del circuito derivato d' eccitazione, Z il numero delle spire in derivazione.

S. P. Langley. *Lo spettro solare e lunare invisibile.* — L'A. dà un cenno preliminare dei resultati ottenuti colle osservazioni fatte, col suo bolometro, sugli Allegheny, e indica le difficoltà che si presentano nelle determinazioni del calore oscuro nello spettro solare e in quello lunare.

Mentre nello spettro solare il massimo calore si ha presso il rosso, in modo che il calore che corrisponde alle lunghezze d' onda corte è grande, e quello che corrisponde a lunghezze d' onda sempre maggiori è piccolo, nello spettro lunare invisibile si verifica il contrario; perchè in questo, generalmente parlando, il calor so-

lare riflesso che si trova nella parte superiore dello spettro lunare è minore del calore apparentemente irradiato dalla superficie lunare stessa, e che il Langley ha trovato nella regione estrema dello spettro che ha studiato; in altre parole: il calore tipico dello spettro solare è maggiore nelle lunghezze d' onda relativamente corte, mentre il calor tipico lunare è maggiore nelle lunghezze d' onda più lunghe.

Dalle osservazioni fatte il Langley ha dedotto che il calor lunare si trova principalmente al di là della lunghezza d' onda di 0,01 mm ($10.^{\mu}$), cioè fra 13^{μ} e 14^{μ}, in una regione che è distante circa 20 volte la lunghezza dell' intera parte visibile dall' estremità visibile dello spettro, e che prima di raggiungerlo si passa sopra una regione fra 5^{μ} e 11^{μ}, nella quale il calor solare sembra sia stato interamente assorbito, probabilmente per la massima parte dalla nostra atmosfera.

Nelle tavole che accompagnano questo lavoro sono rappresentati i resultati delle anzi dette osservazioni, che arrivano fino a lunghezze d' onda di 18^{μ}.

L' A. ha poi costatato che uno strato di nero fumo, deposto su una lastra ben levigata di cristallo di rocca, e di spessore tale che lasci passare meno dell' 1 per $^0/_0$ della luce bianca ordinaria, trasmette quasi il 90 per $^0/_0$ delle radiazioni che appartengono a quelle lunghezze d' onda estreme di cui egli si è occupato.

Questi studi possono anche servire alla soluzione di importanti problemi di Meteorologia, perchè hanno aperto un campo fin qui sconosciuto di osservazioni nella parte non ancora esplorata dello spettro, osservazioni che permettono di avere delle indicazioni sulle radiazioni diurne e notturne, non soltanto dalla luna alla terra, ma anche dalla superficie terrestre verso gli spazi interplanetari.

R. T. GLAZEBROOK. *Sull' applicazione della teoria di* Sir W. Thomson, *di un etere contrattile, alla doppia refrazione, alla dispersione, alla riflessione metallica e ad altri fenomeni ottici.* — In un solido elastico isotropo vi sono in generale, per le onde normali e per quelle trasversali, due velocità di propagazione, date, nelle notazioni di Green, da $\sqrt{A/\rho}$ e $\sqrt{B/\rho}$ respettivamente. Poichè le onde luminose son tutte trasversali, il rapporto A/B deve esser per l' etere, come indicò Green, o estremamente grande o infinitesimo. Se a una distanza finita dall' origine la superficie del solido è libera, perchè la posizione di equilibrio corrisponda a un minimo dell'energia potenziale è necessario che sia $A - {}^3/_4 B > 0$, e quindi Green suppose, e con esso in generale tutti gli autori inglesi, che A sia molto grande, e che l' etere sia incompressibile.

Ma in una Memoria " Sulla riflessione e sulla rifrazione della luce „ pubblicata nel *Phil. Mag.* del novembre 1888, Sir W. Thomson ha dimostrato che ammettendo che il mezzo si estenda in tutto lo spazio illimitatamente, o che abbia per limiti le pareti di un recipiente fisso in cui sia contenuto, le condizioni per la stabilità dell' etere son sodisfatte se si suppone che nè A nè B siano negativi. Allora non è necessario che sia $A > {}^3/_4 B$, ma è sufficiente che A sia nullo o positivo. Un tal mezzo sarebbe rappresentato, secondo il Thomson, da una schiuma omogenea priva di aria, alla quale sia impedito il collapso dall' adesione alle pareti infinitamente distanti di un recipiente, e per quel mezzo A è zero; cioè esso è incapace di trasmettere onde normali. In quest' ipotesi sulla natura dell' etere, è possibile di supporre che le onde normali manchino perchè A è zero, e non perchè è infinito. Nella Memoria su citata il Thomson tratta in quest' ipotesi il problema della riflessione e della refrazione; il Glazebrook estende questo concetto alla doppia refrazione e ad altri fenomeni che ne dipendono; ma nè questa, nè la memoria del Thomson si prestano a un breve sunto.

Annalen der Phys. und Chem. von G. Wiedeman.
Vol. XXXIII. - 1888.

F. Himstedt. *Su una nuova determinazione della quantità « v ».* — Quantunque la determinazione del rapporto «v» fra le unità elettrostatiche e quelle elettromagnetiche sia più facile coi metodi fondati sulla misura di capacità, che con quelli che richiedono il confronto fra le unità di quantità, o di forza elettromotrice, pur tuttavia dalle misure della capacità si hanno i resultati più discordanti fra loro.

L' A. ritiene che tal discordanza non sia da attribuirsi al modo con cui son costruiti i condensatori che servono alla misura delle capacità, condensatori che alcuni hanno adoperato con l'anello di guardia, altri senza tale anello; e per trovare la causa delle differenze fra i valori di « v », ottenuti dai diversi sperimentatori, ha intrapreso nuove misure, tenendo conto anche della capacità dei reofori e degli apparecchi di misura, e così ha trovato per v il valore

$$v = 30{,}081 \,.\, 10^9 \text{ cm/sec},$$

che concorda molto con l' altro valore $v = 30{,}074 \,.\, 10^9$ cm/sec, che l' A. stesso aveva già trovato con altro metodo e con altri apparecchi.

E. Cohn e L. Arons. *Misura del potere specifico induttivo dei liquidi conduttori.* — Gli A. hanno esteso le loro ricerche (cfr. *N. Cim.* 22, pag. 176) a liquidi che hanno una conduttività $\lambda = 16 . 10^{-10}$ riferita al mercurio. Con tali valori della conduttività non era più possibile usare il metodo che servì per gli altri liquidi, e per determinare la costante anzidetta gli A. hanno fatto uso del principio ben noto che se un sistema di conduttori, che sono immersi in un mezzo omogeneo, e ciascun dei quali è mantenuto a un potenziale costante, soffre una data variazione nella sua configurazione, il lavoro delle forze elettriche è proporzionale al potere specifico induttivo del mezzo.

Gli A. hanno ottenuto i resultati seguenti:

L' acqua distillata ha un potere induttore specifico $\mu = 76$, con un errore probabile del 5 $^0/_0$ al più. Questo valore di μ è sensibilmente indipendente dalle piccole variazioni nella quantità delle sostanze eterogenee che può contenere l'acqua, anche se queste variazioni riducono al quinto la sua conduttività.

Per l' alcool etilico al 98 $^0/_0$ si ha $\mu = 26{,}5$, e anche questo valore è sensibilmente costante. Altri valori determinati dagli A. sono: Alcole amilico $\mu = 15$; Petrolio, $\mu = 2{,}04$; Xilolo, $\mu = 2{,}39$.

F. Tomaszewski. *Contribuzione alla cognizione del potere induttore specifico dei liquidi.* — Scopo di queste ricerche è stato di trovare la dipendenza fra il potere induttore specifico e la costituzione chimica dei corpi.

Il metodo di misura è quello stesso sopra indicato, che è poi quello già usato dal Silow nel 1875, modificato opportunamente.

L' A. ha trovato che il potere induttore specifico D dei composti isomeri è diverso da corpo a corpo.

Poichè la refrazione molecolare, cioè la quantità $M[(n-1)/d]$ dei corpi isomeri è quasi costante, l' A. ha ricercato se altrettanto può dirsi della quantità $M[(D-1)/d]$, o di $M[(\sqrt{D}-1)/d]$, ed ha trovato che queste due ultime quantità sono pure sensibilmente costanti.

Il potere induttore specifico dei composti omologhi cresce col peso molecolare.

Le misure eseguite non permettono di decidere se il valore di D dipende dalla forza elettrizzante.

La relazione $\sqrt{D} = n$ è soltanto approssimata.

W. Kohlrausch. *Su una dipendenza fra la magnetizzazione e la conduttività elettrica di varie specie di ferro e di nichel.* — La resistenza specifica delle varie qualità di ferro fuso, di ferro in fili, di ferro chimicamente puro (elettrolitico) e del nichel cresce colla temperatura dapprima lentamente, poi più rapidamente che nei metalli non magnetici, fino al punto nel quale le proprietà

magnetiche spariscono a un tratto. In questo momento la curva della resistenza si piega bruscamente, e la resistenza cresce, col crescere ulteriore della temperatura, assai più lentamente. Sembra perciò che esista una dipendenza fra le proprietà magnetiche e la conduttività di quei metalli; perchè poco prima del punto in cui cessano le proprietà magnetiche, la conduttività diminuisce più lentamente in modo evidentissimo.

Mentre alla temperatura ordinaria la resistenza specifica dell'acciaio fuso, del ferro comune e del ferro puro fu trovata 0,194, e 0,149 e 0,119 respettivamente, nel momento in cui perdono le proprietà magnetiche divengono 1,09, 1,07 e 1,18.

Il fenomeno di Gore della dilatazione anormale nel momento in cui riacquistansi le proprietà magnetiche pel raffreddamento dal calor rosso chiaro, è mostrato, oltrechè dall'acciaio fuso e dal ferro ordinario, anche da ferro chimicamente puro. Nel nichel quel fenomeno non si presenta.

C. Fromme. *Sul massimo della polarizzazione galvanica degli elettrodi di platino nell' acido solforico.* — L' A. ha cercato di determinare come dipende la polarizzazione del platino nell' acido solforico dalla grandezza degli elettrodi e dalla concentrazione dell' acido. Per questo egli ha usato acido solforico concentrato, disciolto in diverse proporzioni nell' acqua distillata, cominciando dalla soluzione di 1 goccia d' acido in 125 $cm.^3$ d' acqua, fino a una soluzione al 66,4 %. Per la misura della polarizzazione fu adoperato il metodo di Ohm, e l' A. ha trovato i seguenti resultati:

La dipendenza della polarizzazione dalla quantità di acido contenuto nella soluzione è più complicata nei casi di piccole concentrazioni, perchè con esse si ha talvolta aumento e tal altra diminuzione della polarizzazione colla concentrazione. Invece per concentrazioni più grandi la polarizzazione cresce soltanto al crescere della concentrazione. Fa peraltro eccezione il caso di piccoli anodi.

La grandezza degli elettrodi influisce essa pure sul valore della polarizzazione: per concentrazioni piccole la grandezza dell' anodo ha minore influenza di quella del catodo; l' inverso ha luogo per concentrazioni più grandi.

I valori limiti della polarizzazione, per concentrazioni fra 0,18 e 65 % sono:

per catodi	grandi	e anodi	grandi	da	1,94	a	2,43	dan.
»	piccoli	»	»	»	1,45	a	2,98	»
»	»	»	piccoli	»	1,90	a	4,18	»
»	grandi	»	»	»	1,89	a	4,31	»

La resistenza di un voltametro polarizzato da una forte corrente diminuisce al crescere della concentrazione dell' acido, raggiunge un minimo per quella concentrazione per la quale col metodo delle correnti alternate si trova che è massima la conduttività dell' acido solforico, e da indi in poi cresce sempre. Tuttavia si ha un' interruzione in tale aumento di resistenza per gli anodi piccoli; poichè per le concentrazioni, per le quali si ha il massimo di polarizzazione di 4 daniell e più, la resistenza si abbassa anche al di sotto di quel minimo.

A. v. Ettingshausen. *Dell' influenza delle forze magnetizzanti sulla conduttività termica del bismuto.* — Per le osservazioni contenute in questa breve comunicazione, vedasi il riassunto che ne ha dato il prof. Righi in una sua memoria sullo stesso soggetto, (*N. Cim.* 24, pagg. 5 e 97).

F. Kurlbaum. *Determinazione delle lunghezze d' onda delle linee di* Fraunhofer. — L' A. riferisce i resultati delle misure fatte con due reticoli, ambedue tracciati su specchi metallici; uno di Rutherford, che è largo 43 mm. ed ha 680 righe in 1 mm.; l'altro, di Rowland, largo 42 mm. con 568 righe in 1 mm. Esposti dettagliatamente i metodi usati, li confronta con quelli di Müller e Kempf che usarono dei reticoli che avevano 400, 250 e 100 righe per millimetro. Non è possibile dare un breve sunto di questo lavoro; e soltanto accennerò che i resultati ottenuti dall' A. per il valore della lunghezza d' onda della linea D_1 sono assai concordanti con quelli dati da Müller e Kempf e più recentemente dal Bell e da Peirce.

C. Pulfrich. *Su un fenomeno di riflessione totale, simile all' arcobaleno.* — Se si fa cadere un fascio di luce solare su una cassetta rettangolare di vetro, nella quale cade l' acqua da una certa altezza, guardando in una direzione inclinata di 90° sui raggi incidenti, dopo un po' d'attenzione si riesce a vedere i colori dell' iride e anche gli archi sopranumerari. Il fenomeno è dovuto alla riflessione totale che si effettua dalle bollicine d' aria che salgono lentamente alla superficie; e può ottenersi anche producendo le bollicine gasose coll' elettrolisi.

K. Angström. *Le variazioni di volume e di densità dei liquidi per l' assorbimento dei gas.* — Con un dilatometro appositamente costruito, l' A., proseguendo i suoi studi sull' assorbimento dei gas, ha trovato che molto approssimativamente vale la legge: che quando i gas sono assorbiti dai liquidi, le dilatazioni in queste prodotte da uguali quantità di gas stanno fra loro in un rapporto determinato.

Quanto al peso specifico, per l' assorbimento dei gas può aumentare o diminuire: per l' assorbimento d' aria o d' idrogeno di-

minuisce in tutti i liquidi studiati; per quello della CO_2 diminuisce nei liquidi più pesanti, aumenta invece nei più leggieri e nell' acqua. La variazione del peso specifico dell' acqua prodotta dall' assorbimento della CO_2 è 0,0000035; quindi, ove non si richieda molta esattezza, le determinazioni dei pesi specifici posson farsi tanto con acqua comune, che con quella privata dell' aria che contiene disciolta. Ma se si tratta di trovare il peso specifico di un liquido di cui non si conosce il coefficiente d' assorbimento, è bene scacciar prima l' aria assorbita perchè altrimenti si potrebbe commettere un errore di circa 0,1 per mille.

C. FROMME. *Sulla questione della magnetizzazione anormale.* — L' A. fa osservare che anche dalle sue esperienze sulla magnetizzazione, eseguite dal 1877 al 1882, resulta il fatto costatato dal Peuckert (*N. Cim.* 25 pag. 168) che il fenomeno della magnetizzazione anormale si presenta anche sopprimendo le correnti indotte nella massa del ferro.

W. v. ULJANIN. *Osservazioni su un punto della memoria di* Exner *sulla teoria del contatto.* — Riferendosi alle critiche dell' Exner sulle esperienze dell' Uljanin (cfr. *N. Cim.* 24, pag. 94), questi fa osservare che i due cilindri di zinco adoperati erano circondati da una cassa di rame. Se i due cilindri di zinco sono allo stesso potenziale, non si ha deviazione all' elettrometro, allontanando il cilindro esterno, soltanto se anche la cassa di rame è allo stesso potenziale dei cilindri di zinco; ciò che si ottiene introducendo una frazione di un daniell nel filo che serve per stabilir la comunicazione fra la cassa di rame e la terra.

G. MEYER. *Sulla variabilità termica della pila* Daniell *e degli accumulatori.* — L' A. ha eseguito su una daniell e su un accumulatore, montato con acido solforico, delle ricerche analoghe a quelle dello Czapski (*N. Cim.* 15, pag. 79), ed ha trovato che il teorema di Helmholtz è applicabile anche all' elemento a solfato di zinco. Per quello a H_2SO_4 le conclusioni dell' Helmholtz non sono applicabili, perchè i processi che ivi si presentano non son reversibili.

Dall' insieme delle ricerche eseguite l' A. conclude che l' elemento Daniell a H_2SO_4 ha una f. e. m. che cresce colla temperatura. Il valore del coefficiente termico cambia colla concentrazione dei liquidi usati: ha un massimo quando la soluzione dell' H_2SO_4 è al 30 %. La diluizione della soluzione di $CuSO_4$ diminuisce quel coefficiente.

L' elemento a solfato di zinco ha una f. e. m. decrescente al crescer della temperatura. La diluizione del solfato di zinco fa sì che il coefficiente termico da un valor negativo passi per zero e divenga positivo. Anche qui la diluizione del solfato di rame produce sempre una diminuziene del coefficiente termico.

Per gli accumulatori l'A. ha trovato che il coefficiente termico è nullo; quindi durante la scarica l'energia chimica si trasforma totalmente in energia elettrica.

A. Berliner. *Sulla distruzione dei metalli incandescenti.* — L'A. ha riconosciuto che la condizione necessaria perchè si possano ottenere dei depositi metallici coll'arroventamento galvanico è che quei metalli contengano dei gas allo stato di occlusione, perchè dei fili di platino e di palladio, liberati prima dei gas che avevano assorbito, o non hanno dato nessun deposito, o l'hanno dato molto debole; mentre quel deposito si è potuto ottenere molto intenso coi metalli che hanno assorbito del gas. Forse il gas che sfugge dal metallo provoca la polverizzazione del metallo stesso per azione puramente meccanica. Così può spiegarsi anche l'annerimento dei vetri delle lampade a incandescenza, perchè il filamento di carbone conserva certamente molto gas, anche dopo che è stato arroventato a lungo nel vuoto. In quelle lampade nelle quali il filamento di carbone è unito al platino, che forma i reofori, per mezzo di rame deposto elettroliticamente, sul vetro della lampada trovasi deposto anche del rame.

Nel vol. XXXIV di questi Annali, H. Kayser fa osservare che dai fili di platino riscaldati con una fiamma si staccano delle particelle tenuissime, che restano sospese per molte ore nell'aria; e che tali particelle aumentano il coefficiente di tensione dell'aria che le contiene. Anche le particelle di polvere esercitano la medesima influenza; talchè per ottenere resultati esatti col termometro ad aria, è necessario filtrare il gas accuratamente per mezzo di ovatta o di lana digrassata.

F. Narr. *Sulla conduzione dell'elettricità nei gas.* — Riferendosi alle esperienze del Nahrwold (*N. Cim.* 24, pag. 184) l'A. fa osservare che non si può escludere affatto la conduttività elettrica dei gas; perchè ripetendo in condizioni diverse le proprie esperienze su questo soggetto (cfr. *N. Cim.* 17, pag. 93) egli ha trovato che si può stabilire una buona comunicazione col suolo anche mediante uno strato d'aria del tutto privo di polvere, e indipendentemente dalla sua densità, come resulta dalla teoria cinetica dei gas.

Il Nahrwold ha replicato a questa osservazione con una breve nota inserita nel vol. 34, pag. 170, dicendo che egli ha sempre parlato di una quantità di gas racchiusa in un recipiente, e non delle singole molecole gasose, e che ha mostrato come si debba ritenere che una tal massa di gas non si possa elettrizzare staticamente al modo di un solido; ma che è persuaso che anche l'aria priva di polvere possa condurre l'elettricità.

SULLA DIVERSA RESISTENZA ELETTRICA OPPOSTA DA ALCUNI CIRCUITI METALLICI ALLA SCARICA DEI CONDENSATORI ED ALLA CORRENTE DELLA PILA; RICERCHE DI EMILIO VILLARI [1]).

Circuiti non derivati. — Veniamo ora a dire delle esperienze fatte con circuiti fra loro separati. Dapprima i due circuiti erano fatti di fili di rame di eguali lunghezza e diametro; ma quello normale al solito era disteso e quello eterogeneo ripiegato ad ansa.

Fatto passare la medesima scarica attraverso l'uno o l'altro circuito riunito successivamente allo stesso termometro, si ebbero in questo i seguenti riscaldamenti:

	Riscaldamento termometrico
Termometro unito al circuito normale disteso	130°, 130°, 131°
» » » » ripiegato ad ansa	145 147 150.

Poscia allungai il circuito ad ansa tanto, che il termometro unito con esso si riscaldasse, come quando era unito col normale e si ottenne:

	Riscaldamento termometrico
Termometro unito col circuito normale disteso	122°, 122°, 123°
» » » » ripiegato ad ansa	122 .122 123.

Misurai allora le resistenze reali o voltaiche di questi due circuiti ed ottenni, filo normale = 1 , filo ad ansa = 1,30.

Queste varie esperienze mostrano, concordemente, che anche a circuiti separati, quello ad ansa, a parità di condizioni, apparisce meno resistente di quello diritto alle scariche, per la solita ragione.

In seguito sperimentai con circuiti separati, e confrontai il rame con diversi metalli. Perciò il circuito normale era del solito filo, e quello eterogeneo era formato da un filo di un altro metallo, e grosso così da avere, ad un dipresso, la medesima resistenza voltaica del normale al quale poi, con l'aggiunta di un sottilissimo filo di rame, lo rendeva affatto eguale,

1) *Continuazione*, Vedi pag. 261 del volume precedente.

per resistenza voltaica e lunghezza. Quindi provai detti fili separatamente con la scarica delle bottiglie; ed ecco i risultati medii di alcune esperienze:

Circuiti separati.

	Fili adoperati		Riscaldamenti termometrici
1	Rame grosso	1,65	83
	Piombo »	4,30	86
2	Rame »	1,65	197
	Zinco		217
3	Rame »	1,65 [1]	59
	Stagno »	3,00	59

Questi numeri mostrano che i fili di piombo e di zinco, della medesima resistenza voltaica del rame, appariscono alla scarica meno resistenti del rame, probabilmente perchè più grossi di esso. Invece lo stagno di 3 mm. si mostra della medesima conducibilità del rame, forse per un compenso avvenuto fra la minore resistenza dello stagno grosso, e la maggiore del sottile filo di rame aggiunto per completare il circuito.

Più importanti sono i risultati ottenuti col ferro, il quale fu confrontato col rame a circuiti separati, di eguali lunghezze e resistenze voltaiche; il che si ottenne adoperando un filo di ferro grosso, e completando il circuito, per tentativi, con un poco di filo di rame sottile, sino a ridurne la resistenza voltaica eguale a quella dell'altro circuito. Alcuni dei risultati ottenuti da tali confronti sono i seguenti:

Riscaldamenti del termometro unito.

Al rame di $1,65^{mm}$.	Al ferro di 5^{mm}.
78	26
600	202
413	162
112	55
160	75
92	41
	Al ferro di 3^{mm}
84	41 .

1) Questo diametro non è indicato nel mio giornale.

Questi diversi valori si ottennero adoperando scariche differenti nelle diverse esperienze, e perciò sono comparabili fra loro solo i numeri di una medesima linea orizzontale. Da essi apprendiamo che il circuito di ferro, quantunque di eguale resistenza voltaica di quello di rame, pure riesce di molta maggior resistenza leidica di esso: e la differenza deve essere ancora più rilevante di quella che dai precedenti numeri non appaia, perchè il ferro adoperato fu sempre molto più grosso del rame [1]).

La cagione di questa resistenza leidica aumentata del ferro risiede in un' azione elettro-magnetica propria e speciale. In un mio precedente lavoro [2]) mostrai, come già dissi, che al passaggio di una corrente interrotta o, meglio ancora, invertita, si risvegliano nel ferro delle estra-correnti elettro-magnetiche inverse, le quali si oppongono alla corrente primitiva, che v' incontra così maggior resistenza della continua. Lo stesso deve necessariamente verificarsi per la scarica dei condensatori, la quale incontrerà perciò nel ferro maggiore resistenza della corrente della pila.

Questa maggior resistenza del ferro, per le correnti interrotte, è di non lieve importanza. I conduttori dei parafulmini sogliono essere costruiti con aste di ferro abbastanza grosse, le quali debbono opporre una grande resistenza leidica alle scariche temporalesche che le attraversano. E da ciò dipende, almeno in parte, il facile riscaldarsi dei conduttori in ferro dei parafulmini, accompagnato, non di rado, da estese e prodigiose fusioni, con non poco pericolo di quegli edifizi che coi parafulmini voglionsi difendere. Per lo che riuscirebbe assai più utile e sicuro l' uso dei conduttori di rame, che potrebbe adoperarsi almeno nei parafulmini delle navi e delle polveriere, in sostituzione di quelli di ferro.

Questi medesimi fenomeni debbono ancora grandemente influire sulle trasmissioni telegrafiche e telefoniche. Oggi coi te-

1) È vero che a completare il circuito del ferro s' aggiunse un po' di sottil filo di rame, che come si disse, aumenta la resistenza alle scariche: ma però bisogna considerare che detto filo sottile fu sempre pochissimo, perchè la gran resistenza del ferro quasi compensava intieramente la maggiore conducibilità dovuta al suo maggiore diametro. Inoltre, nei circuiti formati di filo grosso, ovvero di strisce di rame, e di filo di rame sottile (nei quali questo fu molto più lungo che non quello adoperato col filo di ferro più sopra detto), la efficacia di questo, per le estracorrenti che vi si producevano, fu sempre insensibile, in confronto della parte del circuito più grosso al quale era unito.

2) Villari, *l. c.*

legrafi automatici, rapidissimi, s'incontra sulle linee di ferro un limite alla celerità di trasmissione, il quale di certo coi circuiti di rame s'incontrerebbe assai più tardi.

Con questi risultati hanno intima relazione alcune ricerche recenti del Sig. Hughes, delle quali discorrerò in una nota a parte.

Ritorniamo ora al caso dei circuiti derivati; e per evitare l'influenza della diversa grossezza dei due circuiti operai in sulle prime su fili di eguali lunghezze, e tirati al medesimo foro di una filiera. Sperimentando poi, come di consueto, con fili di varie sostanze, ottenni i risultati che seguono:

	Circuiti	Riscaldamenti
I.	Rame	58
	Piombo	59
II.	Rame	83
	Zinco	89 .

Il filo piombo adunque mostra una resistenza leidica eguale a quella del rame, sebbene la sua resistenza reale sia 10 ad 11 volte maggiore. Lo zinco invece, che ha una resistenza tre o quattro volte maggiore del rame, mostra alla scarica una resistenza leidica alquanto minore di esso. Inoltre, scorgesi dai numeri precedenti, paragonabili fra loro, che avendo sostituito al filo di piombo quello eguale di zinco, di molta minore resistenza, si manifesta un aumento di energia nella scarica, non solo pel circuito di zinco, ma bensì pel filo di rame con esso in derivazione. Risultato questo analogo a quello ricordato a p. 91.

Per lo contrario, sostituendo al piombo il ferro di eguale diametro, e perciò assai meno resistente, si vedrà, non di meno, che esso riuscirà leidicamente molto più resistente del piombo medesimo, confrontato al rame. Così abbiamo:

Circuiti	Riscaldamenti
Rame	92
Ferro	47 .

In seguito sperimentai con circuiti derivati di rame e di ferro della medesima lunghezza, e resi di eguali resistenze vol-

taiche, prendendo grossi fili di ferro, ed aggiungendo il solito filo di rame sottile ad uno dei due circuiti; e così sperimentando si ottennero i dati seguenti:

	Circuiti	Riscaldamenti
Rame	1,1mm	61
Ferro	3,0	56
Rame		189
Ferro	3,0	122.

Questi risultati mostrano, che sebbene il ferro adoperato era di molta maggiore grossezza del rame, (e perciò avrebbe dovuto essere leidicamente meno resistente), e della medesima resistenza reale di esso, pure il detto ferro apparisce alla scarica sensibilmente più resistente del rame.

Il ferro inoltre mostra delle proprietà ancora più caratteristiche.

Sieno due circuiti eguali di rame, A e B, posti in derivazione. Si faccia per essi passare la scarica, ed il termometro unito, come di consueto, alternamente con essi si riscalderà egualmente, come mostrano i numeri seguenti:

Termometro	unito con	A	riscaldato	39°, 39°, 39°
»	»	B	»	38, 39, 39.

Poscia al filo di rame B sostituii uno di ferro tale da avere la stessa lunghezza e resistenza leidica di A, talmente che il termometro ad essi alternamente congiunto si riscaldava egualmente; e s'ebbero i dati seguenti:

Termometro	unito	ad A	riscaldamento	26 a 26,5
»	»	a B	»	27 a 27.

Donde si vede che sostituendo il ferro al rame, in uno dei circuiti derivati precedenti, si diminuisce non solo l'efficacia della scarica che passa pel ferro, ma bensì quella che percorre il rame in derivazione. In maniera che parrebbe quasi che col sostituire il ferro al rame del circuito B, siasi prodotto un aumento di resistenza in B ed in A.

Questo singolare fenomeno fu già notato dal Gouillemin pel

ferro. Esso però dipende da un fatto più generale scoperto da me, e notato più sopra a p. 91.

Ivi io mostrai che aumentando il diametro e la conducibilità del filo di rame eterogeneo cresceva il calore prodotto dalla scarica nel termometro, non solo quando era unito con esso, ma anche unito al circuito normale. Perciò potremo, generalizzando dire, che crescendo o decrescendo la conducibilità di uno dei due circuiti derivati, cresce o decresce l'energia della scarica (misurata nel modo indicato) non solo in detto circuito, ma ancora in quello con esso derivato. Il fenomeno adunque, relativo al ferro, non dipende dalla sua natura propria, ma bensì da un fatto più generale.

Altri simili fenomeni possono prodursi ancora ma in maniera alquanto diversa.

Sieno, al solito, i due circuiti di rame normale ed eterogeneo, eguali ed in derivazione. S'introduca in quello eterogeneo una spirale di 30 giri di filo di rame, grosso 5 o 6^{mm} e perciò di resistenza trascurabile. Quindi fatta passare per entrambi i circuiti derivati la consueta scarica, s'ottennero i seguenti dati termometrici:

Circuito normale senza spirale	-	Riscald. termometrico		156,151
» eterogeneo con spirale		»	»	73,74 .

Dunque la spirale aggiunta al circuito eterogeneo ne accresce la resistenza leidica, naturalmente, per le estra-correnti inverse, più volte menzionate.

S'introduca inoltre nella spirale un cilindro massiccio, od un tubo metallico, od una seconda spirale chiusa e non magnetica, e si scorgerà l'efficacia della prima spirale diminuire, per le induzioni d'ordine superiore che vi si generano, e per le quali il circuito eterogeneo riacquista in parte la conducibilità che per essa aveva perduta.

Ma il ferro in questi fenomeni ha un'azione più complessa. Se esso è in forma di un fascio di fili ossidati, opererà come un corpo magnetico non conduttore, ed aumenterà perciò l'estra-corrente inversa, e quindi la resistenza leidica del circuito eterogeneo, come si scorge dai numeri che seguono, ottenuti con circuiti derivati:

	Circuiti	Riscaldamenti
I.	Di rame normale senza spirale	145
	» eterogeneo con spirale vuota	67
II.	Di rame normale senza spirale	125
	» eterogeneo con spirale e con fascio di fili di ferro	30
III.	Di rame normale senza spirale	146
	» eterogeneo con spirale vuota	69 .

Donde si fa manifesto che l' aggiunta del ferro nella spirale del circuito eterogeneo, oltre a diminuire la propria conducibilità leidica, diminuisce altresì la conducibilità leidica del circuito normale, come si è detto per casi analoghi.

Adoperando invece il ferro in cilindro massiccio, esso agirà come corpo magnetico e come conduttore. Le due azioni saranno opposte e potranno annullarsi, come si verifica appunto nell' esempio seguente:

	Circuiti	Riscaldamenti
I.	Normale senza spirale	145
	Eterogeneo con spirale vuota	67
II.	Normale senza spirale	125
	Eterogeneo con spirale e ferro massiccio	67
III.	Normale senza spirale	146
	Eterogeneo con spirale vuota	69

Si scorge adunque, che l' azione del ferro massiccio sul circuito eterogeneo, del quale faceva parte la spirale, fu nulla: ed invece fu sufficiente a diminuire l' efficacia termica della scarica del circuito derivato normale; cosicchè il calorico del termometro ad esso unito diminuì, per l' azione del ferro aggiunto nell' eterogeneo, da 145,5 a 125, come precisamente accadde nella penultima esperienza, ove s' adoperò il ferro in fili. Quasi sembrerebbe che l' azione del ferro cominciasse dal manifestarsi, prima nel circuito derivato, e poscia nel proprio.

(Continua).

SUNTI di A. Stefanini — **Philosoph. Magazine**, Vol. XXVI. 1888.
C. Barus. Sulla teoria di Maxwell della vischiosità dei solidi, e sulla sua verificazione fisica . . . . . . „ 73
O. J. Lodge. Sulla teoria dei conduttori dei parafulmini . . „ 74
Lord Rayleigh. Sulla riflessione della luce su un piano di sfaldatura . „ 76
Detto. Su un fenomeno notevole di riflessione cristallina, descritto dal prof. Stokes „ ivi
J. Joly. Di una bilancia idrostatica . . . . „ ivi
J. Borgmann. Influenza della luce sulla scarica elettrica . . „ ivi
J. A. Ewing e W. Low. Influenza di una sezione piana trasversale sulla permeabilità magnetica delle sbarre di ferro . . . „ 77
Proff. Livenig e Dewar. Spettro di assorbimento, luminoso e ultravioletto, di grandi masse di ossigeno . . . . . „ ivi
E. H. Cook. Sull'esistenza di un movimento ondulatorio accompagnante le scintille elettriche . . . . . . „ 78
W. Sutherland. Nuovo calcolo di alcuni calorici specifici ad alta temperatura, e sul calore specifico dell'acqua . . . „ ivi
J. Trowbridge e W. C. Sabine. Assorbimento selettivo dei metalli per i raggi ultravioletti . . . . . . „ 79
J. Kerr. Esperimenti sul poter rifrangente del vetro compresso . „ ivi
J. Trowbridge e W. C. Sabine. Lunghezze d'onda negli spettri ultraviol. dei metalli „ ivi
J. Parker. Sui fenomeni termoelettrici . . . . „ 80
E. Wilson. La legge della dispersione . . . . „ ivi
A. Tanakadaté. Sull'intensità media di magnetizzazione delle sbarre di ferro dolce „ ivi
B. Kolbe. Elettroscopio da lezione . . . . „ 81
S. P. Thompson. Sulla condizione di autoeccitazione di una dinamo . „ ivi
S. P. Langley. Lo spettro solare e lunare invisibile . . „ 82
R. T. Glazebrook. Sull'applicazione della teoria di Sir W. Thompson, di un etere contrattile, alla doppia refrazione, alla dispersione, alla riflessione metallica e ad altri fenomeni ottici . . . . . „ 83
Ann. der. Phy. und Ch. von G. Wied. Vol. XXXIII, 1888.
F. Himstedt. Su una nuova determinazione della quantità " v „ . „ 84
E. Cohn e L. Arons. Misura del potere specifico induttivo dei liquidi conduttori „ 85
F. Tomaszewski. Contribuzione alla cognizione del potere induttore specifico dei liquidi „ ivi
W. Kohlrausch. Su una dipendenza fra la magnetizzazione e la conduttività elettrica di varie specie di ferro e di nichel . . . „ ivi
C. Fromme. Sul massimo della polarizzazione galvanica degli elettrodi di platino nell'acido solforico . . . . . „ 86
A. v. Ettingshausen. Dell'influenza delle forze magnetizzanti sulla conduttività termica del bismuto . . . . . . „ 87
F. Kurlbaum. Determinazione delle lunghezze d'onda delle linee di Fraunhofer „ ivi
C. Pulfrich. Su un fenomeno di riflessione totale, simile all'arcobaleno. „ ivi
K. Angström. Le variazioni di volume e di densità dei liquidi per l'assorbimento dei gas. . . . . . . „ ivi
C. Fromme. Sulla questione della magnetizzazione anormale . . „ 88
W. v. Uljanin. Osservaz. su un punto della Memoria di Exner sulla teoria del contatto „ ivi
G. Meyer. Sulla variabilità termica della pila Daniell e degli accumulatori „ ivi
A. Berliner. Sulla distruzione dei metalli incandescenti . . „ 89
F. Narr. Sulla conduzione dell'elettricità nei gas . . . „ ivi

PATTI D'ASSOCIAZIONE

Del Nuovo Cimento si pubblica ogni mese un fascicolo di tre fogli di stampa.

Le associazioni sono obbligatorie per un anno, e gli Associati che per la fine di Dicembre non avranno disdetta l'associazione, s'intendono obbligati per l'anno successivo.

Il prezzo d'associazione per l'intiero anno è fissato come segue:
Per il Regno Italiano, franco al destino it. L. 10. 50
Per l'Estero, come sopra . . . . » 12. —

Le lettere relative a dimande di associazioni, a pagamenti ed a tutto ciò che riguarda l'amministrazione del Giornale, devono essere dirette, franche di Posta, a Pisa, al Gerente *P. Salvioni — Tipografia Pieraccini.*

Ciò che riguarda la Direzione scientifica del Giornale potrà esser diretto a Pisa al prof. *E. Betti* o al Prof. *R. Felici.*

IL NUOVO CIMENTO

GIORNALE FONDATO PER LA FISICA E LA CHIMICA

DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

CONTINUATO

PER LA FISICA ESPERIMENTALE E MATEMATICA

da E. BETTI e R. FELICI

Terza serie Tomo XXVI.

SETTEMBRE e OTTOBRE

Pubblicato il 9 Novembre 1889.

1889

PISA

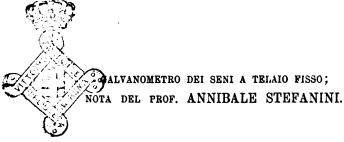
TIP. PIERACCINI DIR. DA P. SALVIONI

INDICE

Galvanometro dei seni a telaio fisso — Nota del Prof. A. Stefanini . *pag.* 97
Sulla propagazione delle onde elettriche nei fili — H. Hertz. . „ 128
Sulle relazioni fra le esperienze di Hertz e alcuni problemi ottici — W. König „ 131
Sui fenomeni elettrici provocati dalle radiazioni — III. Memoria del Prof. A. Righi „ 135
Sulla diversa resistenza elettrica opposta da alcuni circuiti metallici alla scarica dei condensatori ed alla corrente della pila — Ricerche del Prof. E. Villari *(Continuazione e fine)* . . . . . . „ 149
Sulla legge di oscillazione dei diapason e sulla misura dell'intensità del suono — Prof. A. Stefanini . . . . . . „ 157

RIVISTA

Comptes Rendus *(2. Semestre 1889)*. — M. Gouy. Sulle trasformazioni e sull'equilibrio in termodinamica . . . . . „ 169
A. Potier. Relazione fra il potere rotatorio magnetico e il trasporto delle onde luminose per la materia ponderabile . . . . . „ ivi
H. Poincarè. Sui tentativi per una spiegaz. meccanica dei principi della termodinam. „ 170
M. Mascart. Sull' acromatismo delle interferenze . . . . „ 171
A. Potier. Sulla polarizzazione elittica per riflessione vitrea . . „ 172
Marcel Deprez. Sulla regolarizzazione della velocità di una dinamo-elettrica, che serve da ricettrice in una trasmissione di forza per la elettricità . „ ivi
P. Duhem. Sulla trasformazione e l'equilibrio nella termodinamica . „ ivi
H. Pellat. Sulla differenza di potenziale al contatto di un metallo e di un sale dello stesso metallo . . . . . . „ 173
E. Mercadier. Sulla telefonografia . . . . . „ 174
F. Beaulard. Sulla doppia refrazione del quarzo . . . „ ivi
E. H. Amagat. Determinazione diretta, ossia senza far uso di formule della compressibilità del vetro, del cristallo e dei metalli . . „ 175
A. Potier. Sulla differenza di potenziale dei metalli a contatto. . „ 176
J. Borgman. Sui fenomeni actinoelettrici . . . . . „ ivi
E. Mercadier. Sulla intensità degli effetti telefonici — X. . . „ 177
Sunti di A. Stefanini. — **Ann. der Phys. und Chem. von G. Wied.** Vol. XXXIII-XXXIV, 1888. — F. Stenger. Sulla misura assoluta dei campi magnetici „ ivi
G. Tammann. Sul metodo dinamico per la determinazione della tensione dei vapori „ 178
Ketteler. Ricerche sperimentali sul potere rifrangente dei liquidi entro limiti molto estesi di temperatura. . . . . . „ ivi
H. J. Oesting. Due metodi per ottenere le curve di vibrazione di Lissajous „ 180

GALVANOMETRO DEI SENI A TELAIO FISSO;
NOTA DEL PROF. ANNIBALE STEFANINI.

Nei galvanometri che si adoperano comunemente, e che hanno il circuito elettrico fisso e avvolto su un telaio di sezione rettangolare, le deviazioni dell'ago magnetico, se superano un certo limite assai piccolo, dipendono in modo molto complicato dall'intensità della corrente che si vuol misurare; e nella maggior parte dei casi, nei quali essi vengono adoperati, richiedono una graduazione preliminare, che molte volte non si può eseguire con esattezza, e che è sempre operazione lunga e difficile. Per togliere quest'inconveniente, sono stati introdotti diversi perfezionamenti nella costruzione dei galvanometri, cercando principalmente di dare al telaio delle curvature di 2.° grado, tali che permettessero di poter adoprare quei galvanometri, così perfezionati, come bussole delle tangenti anche per deviazioni assai grandi.

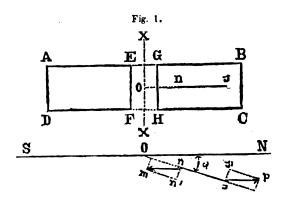
Le deviazioni dell'ago magnetico dipenderebbero in modo semplicissimo dall'intensità della corrente, qualunque fosse il loro valore, se il telaio del galvanometro formasse un solenoide neutro, le cui spire formassero l'una con l'altra angoli uguali e piccolissimi; ed avendo riconosciuto che la costruzione di questi galvanometri è relativamente facile, mi sembra che possa esser di qualche utilità l'esposizione della loro teoria, e dei resultati delle esperienze fatte per verificarla sui modelli di quei galvanometri, e di altri che sono di costruzione ancora più semplice.

I.

Teoria del galvanometro a solenoide neutro.

Siano AB ed EG (fig. 1) i diametri, esterno ed interno, di un anello circolare generato dalla rotazione del rettangolo GBCH attorno all'asse XX, e su di questo anello s'immagini avvolto uniformemente un solenoide neutro. Un ago magnetico *ns* sia

girevole, nell' interno del solenoide, attorno all' asse XX dell' anello, e per effetto di una corrente, che circoli nel solenoide, sia spostato dell' angolo α dal meridiano magnetico SN; l' azione direttrice della terra eserciterà su tale ago un momento di rota-

Fig. 1.

zione attorno al punto O, e se si rappresenta con $nm = sp$ la componente orizzontale H del magnetismo terrestre, e con $nn' = ss'$ la parte risoluta di H in direzione normale all' ago e all' asse, tal momento sarà dato da

$$T = \mu \,.\, nn' \,(Os - On) = \mu \,.\, nn' \,.\, \lambda = \mu \,H \lambda \operatorname{sen} \alpha,$$

se μ è l' intensità di ciascuno dei due poli dell' ago, α l' angolo di deviazione anzidetto, e $\lambda = Os - On$ la distanza fra i due poli dell' ago.

Alla coppia verticale, dovuta al magnetismo terrestre, si farà equilibrio con un contrappeso opportuno, facendo cioè la sospensione in modo che l' ago possa soltanto rotare in un piano orizzontale.

All' anzidetta azione orizzontale della terra fa evidentemente equilibrio la somma delle azioni che sull' ago, e nello stesso piano di rotazione, esercitano le spire del solenoide percorse dalla corrente; e poichè, se le spire son distribuite uniformemente, e sono in numero così grande da poter ammettere che per qualunque deviazione l' ago si trovi sempre nel piano di una spira, la somma di tutte queste azioni, per una stessa corrente è sempre la stessa qualunque sia la posizione dell' ago entro il solenoide, chiamando i l' intensità della corrente, e Q un coefficiente costante, che di-

pende solamente dal numero, dalla forma e dalle dimensioni delle spire, si avrà

$$Q i \mu \lambda = H \mu \lambda \operatorname{sen} \alpha,$$

perchè s' impedisca che l' ago possa oscillare come un pendolo attorno al punto di sospensione. Quando questa condizione, sulla quale ritorneremo in seguito, sia sodisfatta, si avrà dunque, ponendo $\frac{H}{Q} = K$.

$$(1) \qquad i = K \operatorname{sen} \alpha,$$

cioè l'intensità i della corrente sarà sempre proporzionale al seno dell' angolo α di deviazione, qualunque sia il valore di α, purchè minore di 90°.

Un galvanometro così fatto funziona dunque come un galvanometro dei seni; ma su quello ben noto di Pouillet ha il vantaggio di avere il telaio fisso, di richiedere perciò una costruzione assai meno costosa, e di poter esser adoperato, per la lettura delle deviazioni, col cannocchiale e colla scala col metodo di Gauss.

Se il numero delle spire che formano il solenoide non è molto grande, e se si chiama β l'angolo fra due qualunque di esse, la (1) vale soltanto per quei valori di α che son multipli interi di β; perchè è evidente che soltanto quando l' ago magnetico si troverà nel piano di una spira, esso sarà nella stessa posizione, relativamente a tutte le altre, qualunque sia la spira nel cui piano si trova. Per una deviazione che non sodisfi a questa condizione, se n è un numero intero tale che si abbia

$$(n-1)\beta < \alpha < n\beta,$$

l'intensità della corrente sarà compresa fra

$$K \operatorname{sen} (n-1)\beta$$

e

$$K \operatorname{sen} n\beta,$$

poichè il coefficiente K della (1) è sempre lo stesso per i valori di α che son multipli interi di β.

Se dunque si ammette che per piccole variazioni di α, inferiori a $\frac{\beta}{2}$, il coefficiente K resti sensibilmente costante, l'inten-

sità della corrente sarà molto prossimamente espressa da

$$i = K \frac{\operatorname{sen}(n-1)\beta + \operatorname{sen} n\beta}{2},$$

o anche più semplicemente da

$$i = K \operatorname{sen} \alpha.$$

Che l'approssimazione indicata si possa rendere assai grande col far piccolo β, cioè coll'adoprare un numero grandissimo di spire, è evidente; ma per la costruzione speciale che deve avere il telaio, se si vuole che le deviazioni dell'ago sieno, visibili e che l'ago possa rotare attorno all'asse del solenoide, come si vedrà in seguito non è possibile far le spire numerose quanto occorrerebbe, almeno se tutte quante debbono essere nelle stesse condizioni rispetto al centro attorno a cui rota l'ago. Ma si può anche trovare quali debbono essere le dimensioni relative del telaio e dell'ago, se si vuole che, per un dato numero di spire per unità di lunghezza, l'approssimazione che si ha adoprando la (1) per qualunque valore di α sia sufficiente. Per questo bisogna calcolare l'azione che la corrente che circola in una spira qualunque esercita sull'ago magnetico; e da queste ricerche si vedrà anche come si possa ottenere che il sistema magnetico non oscilli attorno al suo punto di sospensione.

II.

Azione di una spira del solenoide sull'ago magnetico.

Per la legge di Laplace, l'azione che un elemento ds di corrente, d'intensità i, esercita su un polo magnetico μ posto alla distanza r da ds è data da

$$df = \frac{\mu\, i \operatorname{sen} \omega}{r^2}\, ds,$$

se ω è l'angolo che la retta che va dal polo μ al centro di ds, e sulla quale si conta la r, fa colla direzione della corrente.

Sia ora NM una porzione qualunque di una corrente rettilinea, e dal polo A si conduca la AP (fig. 2) normale alla cor-

rente; per un punto V qualunque di essa corrente, ponendo

$$PV = s \qquad AP = a_1 \qquad A\hat{V}M = \omega$$

si ha

$$s = a_1 \operatorname{tang}\left(\omega - \frac{\pi}{2}\right) = - a_1 \operatorname{cotang} \omega, \quad r^2 = a_1^2 + s^2.$$

Poichè dà queste si ha:

$$ds = \frac{a_1}{\operatorname{sen}^2 \omega} d\omega,$$

l' espressione della legge di Laplace diviene:

$$(2) \qquad df = \frac{a_1 \mu i \operatorname{sen} \omega \, d\omega}{a_1^2 (1 + \operatorname{cotang}^2 \omega) \operatorname{sen}^2 \omega} = \frac{\mu i}{a_1} \operatorname{sen} \omega \, d\omega.$$

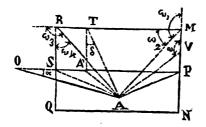



Fig. 2.

Trovata quest' espressione di df è facile calcolare l' azione di una corrente rettangolare qualunque su un polo A appartenente a un ago che sia situato nel piano PAS (fig. 2) che è normale al piano della corrente e che, passando pel centro di rotazione O, è parallelo ai lati RM, QN del rettangolo, dai quali è anche equidistante.

Infatti, osservando intanto che l' azione di PM è uguale, per simmetria, a quella di NP, ponendo

$$A\hat{O}P = \alpha \qquad OP = a \qquad PM = b \qquad OA = l$$

e trattando dapprima il caso in cui α è acuto, per l' azione f_1 di NM si ha

$$f_1 = \frac{2 \mu i}{a_1} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\omega_1} \operatorname{sen} \omega \, d\omega = - \frac{2 \mu i}{a_1} \cos \omega_1$$

con

$$a_1 = \mathrm{AP} = \sqrt{a^2 + l^2 - 2\,al\cos\alpha}$$

e

$$\omega_1 = \pi - \mathrm{artg}\,\frac{\mathrm{PA}}{\mathrm{MP}} = \pi - \mathrm{artg}\,\frac{\sqrt{a^2 + l^2 - 2\,al\cos\alpha}}{b},$$

ove del radicale, qui come negli altri casi che si presenteranno in seguito, si deve considerare soltanto il valore assoluto.

Per l'azione f_2 del segmento MR si avrà

$$f_2 = \frac{\mu i}{\mathrm{AT}} \int_{\omega_2}^{\omega_3} \mathrm{sen}\,\omega\,d\,\omega = \frac{\mu i}{\mathrm{AT}} \left(\cos\omega_2 - \cos\omega_3\right),$$

e qui deve porsi:

$$\mathrm{AT} = \sqrt{b^2 + \overline{\mathrm{AA}'}^2} = \sqrt{b^2 + l^2\,\mathrm{sen}^2\,\alpha}$$

e

$$\omega_2 = \mathrm{artang}\,\frac{\mathrm{AT}}{\mathrm{TM}} = \mathrm{artang}\,\frac{\sqrt{b^2 + l^2\,\mathrm{sen}^2\,\alpha}}{a - l\cos\alpha};$$

quanto al valore di ω_3, se l'angolo α è tale che A' cada fra S e P (fig. 2), si avrà:

$$\omega_3 = \pi - \mathrm{artg}\,\frac{\mathrm{AT}}{\mathrm{TR}} = \pi - \mathrm{artg}\,\frac{\sqrt{b^2 + l^2\,\mathrm{sen}^2\,\alpha}}{l\cos\alpha - c}$$

con $c = \mathrm{OS}$; se invece A' cade fra O ed S, abbiamo

$$\omega_3 = \mathrm{artg}\,\frac{\mathrm{AT}}{\mathrm{TR}} = \mathrm{artg}\,\frac{\sqrt{b^2 + l^2\,\mathrm{sen}^2\,\alpha}}{c - l\cos\alpha};$$

ma poichè artg $(-p) = \pi - \mathrm{artg}\,p$, si vede che, qualunque sia la posizione di A', per $\alpha < 90°$ si potrà sempre scrivere

$$\omega_3 = \pi - \mathrm{artg}\,\frac{\sqrt{b^2 + l^2\,\mathrm{sen}^2\,\alpha}}{l\cos\alpha - c}.$$

L'azione f_3 del segmento RQ è data analogamente da

$$f_3 = \frac{2\mu i}{\mathrm{AS}} \int_{\omega_4}^{\frac{\pi}{2}} \mathrm{sen}\,\omega\,d\,\omega = \frac{2\mu i}{\mathrm{AS}} \cos\omega_4,$$

ove si ha

$$AS = \sqrt{c^2 + l^2 - 2cl\cos\alpha}$$

e

$$\omega_4 = \text{artg}\,\frac{AS}{RS} = \text{artg}\,\frac{\sqrt{c^2 + l^2 - 2cl\cos\alpha}}{b}\,.$$

L' azione di QN, finalmente, è uguale a quella f_2 già calcolata, perchè per simmetria è uguale a quella di MR.

Bisogna ora determinare il momento totale di rotazione, attorno al punto O e nel piano O A P, che è dovuto a queste azioni; e perciò comincieremo dall' osservare che la f_1 è normale al piano ANM e che quindi agisce nel piano AOP, perpendicolarmente alla AP. Se si suppone che la corrente circoli nel rettangolo MQ nel verso opposto a quello delle lancette dell' orologio, e che il polo posto in A sia un polo nord, e sia situato al di sopra del piano della corrente, il polo stesso tenderà ad allontanarsi sempre più dal piano della corrente, cioè l' angolo α crescerà; quindi la direzione della f_1 sarà da A verso K (fig. 3). Per ottenere la componente di f_1 normale alla direzione OA dell' ago e situata nel piano AOP, bisognerà dunque moltiplicare f_1 pel coseno dell' angolo che la AK, normale alla AP, fa con la AH normale alla OA. Se si conduce da A la normale AU alla OP, e se s' indica con γ l' angolo APO, si vede che l' angolo KAH è uguale a $\alpha + \gamma$, essendo

Fig. 3.

$$\gamma = \text{artang}\,\frac{l \,\text{sen}\,\alpha}{a - l\cos\alpha}\,.$$

La componente di f_3 nella direzione AH si ottiene, per ragioni uguali, moltiplicando pel coseno di γ', essendo

$$\gamma' = -\alpha + \text{artang}\,\frac{l \,\text{sen}\,\alpha}{l\cos\alpha - c}$$

qualunque sia la posizione di A' sulla OP.

La f_2 è perpendicolare al piano AMR; perciò la componente di essa che è normale alla OA nel piano AOP si otterrà proiettando prima la f_2 lungo la AU sul piano AOP (perpendicolare al piano NMQR) e proiettando poi sulla AH la componente così ottenuta; bisogna dunque moltiplicare l'f_2 per $\cos\delta$ e per $\cos\alpha$, essendo δ l'angolo ATA' della fig. 2, cioè

$$\delta = \operatorname{artang} \frac{l \operatorname{sen} \alpha}{b}.$$

Riassumendo, dunque, il momento di rotazione rispetto ad O, che nel piano AOP una spira del solenoide esercita sul polo A, osservando che le azioni derivanti da ciascuno dei 4 lati imprimono tutte una rotazione nello stesso senso, è dato da

$$M = l[f_1 \cos(\alpha + \gamma) + f_3 \cos\gamma' + 2 f_2 \cos\alpha \cos\delta]$$

ossia, per quanto sopra si è trovato, da:

$$(3) \quad M = 2\mu i l \left\{ \frac{\cos \operatorname{artg} \frac{\sqrt{a^2 + l^2 - 2al\cos\alpha}}{b}}{\sqrt{a^2 + l^2 - 2al\cos\alpha}} \cos\left(\alpha + \operatorname{artg} \frac{l \operatorname{sen}\alpha}{a - l\cos\alpha}\right) \right.$$

$$+ \frac{\cos \operatorname{artg} \frac{\sqrt{c^2 + l^2 - 2cl\cos\alpha}}{b}}{\sqrt{c^2 + l^2 - 2cl\cos\alpha}} \cos\left(-\alpha + \operatorname{artg} \frac{l \operatorname{sen}\alpha}{l\cos\alpha - c}\right)$$

$$\left. + \frac{1}{\sqrt{b^2 + l^2\operatorname{sen}^2\alpha}} \left[\cos \operatorname{artg} \frac{\sqrt{b^2 + l^2\operatorname{sen}^2\alpha}}{a - l\cos\alpha} + \cos \operatorname{artg} \frac{\sqrt{b^2 + l^2\operatorname{sen}^2\alpha}}{l\cos\alpha - c}\right] \cos\alpha \cos \operatorname{artg} \frac{l \operatorname{sen}\alpha}{b} \right\}.$$

Quest'espressione si può anche trasformare, osservando che si ha:

$$\cos x = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tang}^2 x}};$$

e ponendo mente ai segni che spettano ai coseni degli archi che compariscono nella (3), si trova facilmente:

$$(3_a)\quad M=2\mu i l b\left\{\frac{\cos\left(\alpha+\operatorname{artang}\dfrac{l\operatorname{sen}\alpha}{a-l\cos\alpha}\right)}{\sqrt{a^2+l^2-2\,al\cos\alpha}\;.\;\sqrt{b^2+a^2+l^2-2\,al\cos\alpha}}\right.$$

$$+\frac{\cos\left(-\alpha+\operatorname{artang}\dfrac{l\operatorname{sen}\alpha}{l\cos\alpha-c}\right)}{\sqrt{c^2+l^2-2\,cl\cos\alpha}\;.\;\sqrt{b^2+c^2+l^2-2\,cl\cos\alpha}}$$

$$\left.+\left[\frac{a-l\cos\alpha}{\sqrt{b^2+a^2+l^2-2al\cos\alpha}}+\frac{l\cos\alpha-c}{\sqrt{b^2+c^2+l^2-2cl\cos\alpha}}\right]\frac{\cos\alpha}{b^2+l^2\operatorname{sen}^2\alpha}\right\}$$

ove dei radicali si deve considerare il solo valore assoluto.

Questa formola vale senza nessun cambiamento per tutti i valori di $\alpha < 90°$; quindi è applicabile senz'altro per la metà delle spire del solenoide che (avendo riguardo alla fig. 2) sono situate alla destra del piano che passa per O e che è normale alla direzione OA dell'ago; e se α variasse con continuità, cioè se le spire fossero in numero infinitamente grande, l'azione totale della indicata metà delle spire si avrebbe calcolando il valore di $2\int_0^{\frac{\pi}{2}} M d\alpha$.

Per le altre spire, per quelle cioè per le quali è $\alpha > 90°$, da una figura analoga alla fig. 2, fatta in modo da considerarvi il rettangolo simmetrico a quello RN rispetto ad O, si vedrebbe facilmente che le azioni dei singoli lati si otterrebbero da quelle calcolate già pei lati corrispondenti del rettangolo RN della figura 2, attribuendo all'angolo α della formula (3) anche valori $> 90°$, e conservando positivi i segni di a e di c anche se si contano dalla parte opposta di O; quindi la (3) o la (3_a) si posson considerare come le formule generali, che dànno il valore dell'azione di una spira qualunque, il cui piano faccia colla direzione dell'ago OA un angolo compreso fra 0 e 180°, tanto da una parte, quanto dall'altra dell'ago. L'azione di tutte quante le spire insieme, sarebbe quindi data, nell'ipotesi che il loro numero fosse infinito, da $2\int_0^{\pi} M d\alpha$.

Fin qui si è considerata l'azione di una spira qualunque su uno dei poli dell'ago; l'azione esercitata sull'altro polo, supposto situato sulla stessa retta OA alla distanza l_1 da O, si ottiene evidentemente sostituendo l_1 ad l nelle formule precedenti: e poichè le rotazioni che vengono impresse ai due poli sono di sensi opposti, il momento definitivo di rotazione, che subisce l'ago attorno al punto O, sarà la differenza fra il valore di M dato dalla (3a) e quello M' che da essa si ottiene cambiando l in l_1.

Delle azioni che i diversi lati di una spira qualunque esercitano sull'ago, e che sono normali al piano che passa pel polo magnetico e per la retta percorsa dalla corrente, abbiamo considerato fin qui le componenti normali alla direzione dell'ago e contenute nel piano di rotazione AOP; bisogna ora considerare anche le altre componenti che agiscono nella direzione dell'ago, o normalmente al piano di rotazione. Per le azioni che derivano dai due lati paralleli all'ago, si vede chiaramente che, per ragion di simmetria, le componenti normali al piano di rotazione si fanno scambievolmente equilibrio; invece non si fanno equilibrio le componenti, nella direzione dell'ago, che derivano dagli altri due lati. È facile vedere che la componente di f_1 nella direzione OA, pel polo A è data, da $f_1 \operatorname{sen}(\alpha + \gamma)$, in valore assoluto, e che la componente simile di f_2 è data da $f_2 \operatorname{sen} \gamma'$, essendo α, γ e γ' gli angoli sopra indicati delle figure 2 e 3. Queste due azioni debbono poi comporsi con le altre due esercitate sull'altro polo dell'ago, e la loro risultante non può mai annullarsi; talchè l'ago tende a oscillare a modo di pendolo attorno al punto di sospensione, se con qualche artifizio non ne sia impedito. Il modo più semplice d'impedire quest'oscillazione è quello di formare il sistema magnetico con 2 aghi identici, e situati l'uno sul prolungamento dell'altro, coi poli omonimi affacciati e posti simmetricamente rispetto al punto O. Se i due aghi non sono perfettamente uguali, per tentativi si potrà sempre riuscire a situarli in modo che, al chiudere del circuito del solenoide, il filo di sospensione del sistema non si sposti dalla posizione verticale di riposo. Adoperando due aghi si ottiene anche maggior sensibilità; sia perchè si viene a formare un sistema astatico, sia perchè raddoppia l'azione delle spire; ed è evidente che in vece di due aghi se ne potrebbe adoprare con van-

taggio anche 4, 6. . . . . , disposti uniformemente in giro attorno al punto O, verso del quale dovrebbero esser rivolti tutti i poli dello stesso nome.

III.

Dimensioni più opportune dell' ago magnetico e del telaio.

Per determinare in quali condizioni è sufficiente l' approssimazione che si ottiene ritenendo costante il valore di K nella (1) per qualunque valore di α, se il numero delle spire non è infinitamente grande, si può osservare che, se indichiamo con β l' angolo fra due spire consecutive, la più grande variazione in quel coefficiente si ha quando la deviazione dell' ago è tale che sia

$$\alpha = (n + {}^1/_2)\beta ,$$

con n numero intero qualunque; e tal variazione sarà prodotta per la massima parte dalle due spire che comprendono l' ago nella sua posizione deviata.

Ora se l' angolo α fosse tale che l' ago si trovasse nel piano di una spira, l' azione di questa sul polo A dell' ago si otterrebbe ponendo $\alpha = 0$ nella (3_a) e sarebbe:

$$M_0 = 2\mu i\, lb \left\{ \frac{1}{(a-l)\sqrt{b^2+(a-l)^2}} + \frac{1}{(l-c)\sqrt{b^2+(l-c)^2}} + \frac{a-l}{b^2\sqrt{b^2+(a-l)^2}} + \frac{l-c}{b^2\sqrt{b^2+(l-c)^2}} \right\} .$$

Se invece si suppone che l' ago si trovi nel piano bissettore dell' angolo dei piani di 2 spire consecutive, l' azione di ciascuna di queste due spire si ottiene dalla (3_a) facendovi $\alpha = \frac{\beta}{2}$; e se si prende β talmente piccolo che possa porsi con sufficiente approssimazione $\frac{\beta}{2}$ in luogo di sen $\frac{\beta}{2}$, e 1 in luogo di cos $\frac{\beta}{2}$, la (3_a) darà:

$$M_1 = 2\mu i l b \left\{ \frac{\cos\left(\frac{\beta}{2} + \operatorname{artang} \frac{l\beta}{2(a-l)}\right)}{(a-l)\sqrt{b^2+(a-l)^2}} + \frac{\cos\left(-\frac{\beta}{2} + \operatorname{artg} \frac{l\beta}{2(l-c)}\right)}{(l-c)\sqrt{b^2+(l-c)^2}} \right.$$

$$\left. + \left[\frac{a-l}{\sqrt{b^2+(a-l)^2}} + \frac{l-c}{\sqrt{b^2+(l-c)^2}}\right] \frac{1}{b^2+l^2\frac{\beta^2}{4}} \right\}.$$

Analogamente si avrebbero i valori di M_0' e M_1' per le azioni sull' altro polo, cambiando l in l_1.

Si vede dalle espressioni di M_0 e di M_1 che l' azione finale nei due casi potrà ritenersi sensibilmente la stessa tutte le volte che sieno trascurabili le differenze

$$\cos\left(\pm \frac{\beta}{2} + \operatorname{artg} \frac{l\beta}{2(a-l)}\right) - 1$$

e

$$\cos\left(\pm \frac{\beta}{2} + \operatorname{artg} \frac{l_1\beta}{2(a-l_1)}\right) - 1,$$

perchè evidentemente tanto $\frac{l^2\beta^2}{4}$ che $\frac{l_1\beta^2}{4}$ sono trascurabili di fronte a b^2 se β è piccolo come si è supposto e se si prende b maggiore di l e quindi di l_1. Poichè è $l_1 < l$, onde tutte queste condizioni sieno verificate basta che si prenda

$$a \gtrsim 2l \qquad b > l,$$

e allora, anche facendo per es. l' angolo β fra due spire uguale a 5°, il valore di M_1 si può ritenere uguale a quello di M_0, e quello di M_1' al valore di M_0', con la stessa approssimazione con la quale si possono trascurare le differenze

$$\text{sen } 5° - \text{arc sen } 5° \qquad \text{e } \cos 5° - 1;$$

cioè l' errore che si commette ritenendo costante il valore di K nella (1) è inferiore al 4 per mille.

Per tutte le altre spire evidentemente l' approssimazione su indicata è anche maggiore; quindi se l' angolo β fra due spire è di 5°, e se si prende $b > l$, $a \gtrsim 2l$, il coefficiente K della (1) si può ritenere costante per tutti i valori di α; tanto più che quando α non è un multiplo di β si può osservare che mentre

l'azione delle spire che son situate da una parte dell'ago è aumentata, per es., quella delle spire situate dall'altra parte è diminuita; di modo che se il compenso non è esatto, la differenza è certamente trascurabile.

Le misure che col galvanometro ora considerato posson farsi per qualunque deviazione $\alpha < \frac{\pi}{2}$ ponendo

$$i = \mathrm{K} \operatorname{sen} \alpha$$

con K costante, sono dunque approssimate quanto quelle che le ordinarie bussole delle tangenti dànno per valori di α non superiori a 3° circa; e l'approssimazione è tanto maggiore quanto più β è piccolo e quanto più α è grande.

Se nella (3_a) e nell'analoga che varrebbe per l'altro polo dell'ago, si indica con F (α, l) il coefficiente di $2\mu i$, il momento risultante di rotazione che si esercita su ciascun polo dell'ago potrà scriversi

$$\mathrm{M_R} = 4\,\mu\, i\, \Sigma\, \mathrm{F}\,(\alpha, l)\,,$$

rappresentando con Σ la somma di tutte le F corrispondenti a ciascuna spira del solenoïde, e facendo variare α da 0 a π. Per un galvanometro pel quale a, b, l, l_1 e β abbiano valori qualunque e ben determinati, si potrebbe evidentemente calcolare il valore di $\mathrm{M_R}$ mediante la (3_a); e quindi il valore di K si potrebbe assegnare per ogni valore di α. Per semplicizzare i calcoli si potrebbe anche osservare che, per ragione di simmetria, si ha

$$\Sigma\, \mathrm{F}\,(\alpha_r, l) = \Sigma\, \mathrm{F}\,(\alpha_s, l)$$

per valori di α_r e α_s che differiscano fra loro di un multiplo intero di β.

In ciò che precede si è ammesso implicitamente che all'ago magnetico possano sostituirsi due poli uguali e contrari situati in due punti A e B dell'ago; ma è necessario osservare che per fare questa sostituzione bisognerebbe poter assegnare la posizione che quei due punti A e B devono avere nell'ago, per poter mettere in calcolo le loro distanze l ed l_1 da O. Queste distanze possono assegnarsi con sufficiente approssimazione quando si tratti dell'azione che esercita sull'ago il magnetismo terrestre; per-

chè allora è noto che per gli aghi formati con fili di acciaio si può porre, secondo il Kohlrausch [1]), la distanza fra i poli uguale a $^{5}/_{6}$ della lunghezza dell' ago.

Se per le azioni esercitate dalle spire del solenoide percorse dalla corrente l' ago non può ridursi a due poli, quando si voglia calcolare M_R bisognerà nella (3_a) considerare μ come un elemento di magnetismo situato alla distanza l dall' asse di rotazione e, ammettendo conosciuta la distribuzione del magnetismo nell' ago, integrare la M per tutti gli elementi magnetici dell'ago.

IV.

Descrizione di alcune forme di galvanometri dei seni.

1. Per costruire un galvanometro secondo i principii sopra indicati, bisognava fare in modo che l'ago potesse muoversi attorno all' asse del solenoide, comunicando con l' esterno per mezzo di un sostegno che potesse servire a portare o l' indice, o lo specchietto, coi quali render visibili le sue deviazioni. Per far questo ho formato un telaio con due dischi circolari di legno (fig. 4), riuniti per mezzo di un tubo di vetro *a a* che ne forma l' asse; e per impedire che i due dischi si muovano l' uno rispetto all' altro, essi sono stabilmente fissati per mezzo di colonnette di legno *b b* disposte lungo la periferia. Le faccie esterne di questi dischi son munite di sottili scanalature radiali, distanti di 3° l' una dall' altra, e sul disco superiore è praticata una finestra semicircolare *c d*, munita di pareti metalliche sporgenti al di sopra del piano del disco. Per entro questa finestra passa il sostegno *r r* del sistema magnetico, che può esser formato da una o più coppie di aghi magnetici *n s*, rappresentati da piccoli pezzi di molle da orologio magnetizzati ugualmente, e disposti due a due lungo uno stesso diametro dell' anello di mica *m m*. Con opportuni contrappesi si può fare in modo che tutto il sistema stia orizzontale, e ruoti attorno all' asse del solenoide; e si può dare agli aghi una tal disposizione, che siano impediti i

1) F. Kohlrausch, *Leitf. der Phys.* 5 Auf. § 55 a. Cfr. *Wied. Ann.* XXII, 1884, e *N. Cim.* (3) XVI, pag. 244, 1884.

loro movimenti di traslazione nel piano orizzontale. L'anello con gli aghi deve esser disposto entro il solenoide prima di fissare fra loro i due dischi che ne formano il telaio; ma il sostegno *r r* può anche togliersi dall'anello, se su di questo si fissa con mastice un leggerissimo tubo d'avorio che serva a riceverlo, per rimetterlo a posto dopo che si sarà effettuato l'avvolgimento del filo. Piegando opportunamente il filo di alluminio *r r*, si riesce senza difficoltà a ottenere sempre che l'anello *m m* sia orizzontale, e che tutto il sistema ruoti attorno al filo di bozzolo cui è sospeso, e che rappresenta l'asse del solenoide.

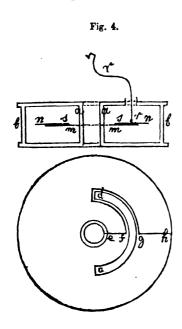



Fig. 4.

Il filo di rame, ricoperto al solito di seta, si avvolge facendolo passare ad ogni giro per entro il tubo *a a* di vetro, e in modo che ogni spira penetri in una delle 120 scanalature radiali che si trovano sulla faccia esterna di ciascun disco di legno. In quella metà del disco superiore nella quale trovasi l'apertura semicircolare *c d* il filo di rame, uscendo dal tubo di vetro, segue dapprima un raggio del disco nella porzione *ef*, poi si piega secondo gli archi *fd* e *dg* accosto alle pareti della fenditura, per riprendere poi il suo andamento secondo il raggio primitivo *gh*. Così, essendo molto prossimi fra loro i due archi *fd* e *gd*, ed essendo percorsi in senso contrario dalla corrente, l'avvolgimento è tale che il sistema delle spire si può ritenere come formante sensibilmente un solenoide neutro; mentre per l'apertura *cd* può penetrare nel solenoide il sostegno dell'ago, e questo sostegno può eseguire, attorno all'asse dell'anello, una rotazione di 90° da una parte e dall'altra della sua posizione di riposo.

Il galvanometro, che ho costruito come modello di prova, ha un solo strato di filo; ma si potrebbe con facilità avvolgerne diversi strati, per aumentarne la sensibilità; tuttavia bisogna avvertire che avvolgendo molti strati non si possono distribuire uniformemente le spire sul telaio, specialmente in prossimità della fenditura *cd*.

Il sistema magnetico del galvanometro ora descritto potrebbe esser formato anche in modo diverso: cioè si potrebbero piegare le due metà omonime di due aghi secondo un arco di cerchio (un quadrante per ciascuno) e le altre due metà, lasciate rettilinee, disporle secondo la perpendicolare al piano del semicerchio formato dalle prime. Riunendo i due aghi per le parti diritte, si potrebbero introdurre nel solenoide per la fenditura *cd*, entro la quale potrebbe ruotare la parte diritta degli aghi, che si applicherebbe alla sospensione portata dal filo di bozzolo.

2. Un altro modo di avvolgere il circuito, per ottenere un campo magnetico uniforme, è il seguente.

Il telaio si forma con 4 dischi di legno, riuniti dai tubi di vetro *a a* e *b b* e dalle colonnette di legno *d d* com'è indicato dalla fig. 5. Ogni disco è munito delle scanalature radiali che servono a guidare il filo di rame, e le singole spire di questo filo si dispongono com'è indicato, per la prima di esse, dalla linea A B C . . . H, che ha il capo libero A fuori del telaio; le spire successive si avvolgono seguendo un cammino simile, e disponendole via via nelle scanalature contigue. È evidente che in questo modo la porzione interna è del tutto uniforme; soltanto bisogna osservare che la sensibilità è qui molto minore, poichè le azioni di alcuni tratti di una medesima spira o si elidono scambievolmente o si contrariano. È anche da notare che questa disposizione si potrà usare utilmente soltanto in quei casi, nei quali l'aggiunta di una notevole resistenza non porti pregiudizio.

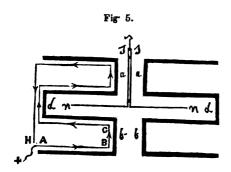



Fig. 5.

Con questo telaio si può usare un sistema astatico di due aghi piegati ad angolo retto, e riuniti pei poli omonimi come mostra la fig. 5, in modo che nell' interno del solenoide si trovino soggette all' azione della corrente le due metà omonime dei due aghi.

3. Un solenoide sensibilmente neutro si può ottenere anche in molti altri modi diversi dai precedenti. Per es. da un rocchetto di legno CD (fig. 6), si asporta quasi del tutto la parete del tubo che riunisce le due testate, lasciandone una piccola porzione A soltanto quanto basta per la necessaria solidità. Si ritagliano poi tanti pezzi di filo di rame coperto di seta, quante devono esser le spire del solenoide, e si fanno un po' più lunghi del perimetro di una spira. Sulle due testate C e D del rocchetto, e lungo la circonferenza che corrisponde alla periferia esterna del tubo A B, si fanno tanti fori equidistanti quante devono esser le spire; e ciò fatto ciascun pezzo di filo si fa passare per un foro della testata C e si porta, tenendolo sempre aderente al rocchetto, fino a venire in corrispondenza di una delle generatrici della porzione A di tubo, lungo la quale si fa discendere fino all' altra testata D; e, tenendolo aderente al tubo B, si conduce al foro corrispondente, pel quale passa al di sotto della testata D. Così tutti i fili si raccolgono lungo il tratto AB, e fra le due testate resta libero uno spazio sufficiente per la rotazione dell' ago.

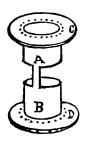



Fig. 6.

Ultimata la collocazione dei fili che dovranno formar le spire del solenoide, il rocchetto CD si fissa su un disco di legno, avendo cura di disporre le varie porzioni del filo di rame secondo i raggi di un cerchio che ha il centro sull' asse del tubo A B. Allora si fissa sul disco un anello di legno concentrico al rocchetto, che abbia per raggio esterno il raggio esterno del solenoide che si vuol costruire. Lungo la periferia di questo anello si fissano delle colonnette prismatiche di legno, e su di queste un secondo anello uguale a quello anzidetto, e in modo che il suo piano superiore coincida col piano superiore della testata C del rocchetto. Se si

riuniscono ora i capi dei singoli pezzi di filo di rame in modo che essi vengano a formare un solo circuito, colle spire disposte uniformemente secondo piani che passino per l'asse del rocchetto, il solenoide è compiuto.

L'ago magnetico può esser formato da un filo magnetizzato d'acciaio, piegato ad angolo retto, sospeso ad un filo di bozzolo per una sua estremità, e tenuto in equilibrio con un contrappeso, che può essere anche l'indice del galvanometro. Se non occorre molta libertà di movimento, si può anche usare un sistema astatico uguale a quello della figura 5. Nell'uno o nell'altro modo la sola parte nord, per es., subisce l'azione deviatrice della corrente: e la mancanza di simmetria delle parti interne delle spire non ha influenza sensibile sulla legge di deviazione dell'ago, purchè questo sia sufficientemente lungo.

È da notare che qui agiscono anche le forze dirette lungo l'ago; talchè, se è molto leggero, esso tende a oscillare come un pendolo; ma questo inconveniente si può eliminare facendo abbastanza pesante il sistema mobile.

4. L'avvolgimento di un solenoide neutro sarebbe più facile, se si disponessero le sue spire in derivazione anzichè in serie; perchè allora si potrebbero saldare i capi di tutte le spire a due anelli metallici disposti attorno al foro centrale del telaio, che sarebbe formato da due dischi circolari tenuti fissi come quelli della fig. 4. Ma in questo caso la costruzione si può semplicizzare ancora di più, formando il circuito metallico con due coni di rame riuniti per le loro basi, e facendo arrivare i reofori della pila ai due vertici per mezzo di fili verticali, che si riuniscono a grande distanza dall'ago magnetico, formato da due aghi piegati ad angolo retto nel modo tenuto pel galvanometro rappresentato dalla figura 5. Si può anche fare arrivare la corrente al vertice inferiore (fig. 7) per mezzo di un tubo metallico, entro il quale passi un altro tubo che sia saldato al vertice superiore: allora questo tubo, in corrispondenza del piano comune delle due basi dei coni, deve avere una fenditura che permetta al sistema magnetico di ruotare attorno alla verticale.

È superfluo accennare al modo pratico di costruire questo galvanometro semplicissimo, e d'introdurre i due aghi nel tubo AB; accennerò peraltro che è difficile che il rame del commercio

non presenti traccie sensibili di ferro, che disturbino il funzionamento del galvanometro. I due modelli che ne ho costruito non mi hanno potuto servire che per piccolissime deviazioni, osservate collo specchietto e col cannocchiale; perchè quando gli aghi deviano di troppo, si portano in regioni dove l' azione magnetica del ferro contenuto nel rame è più o meno energica, e subiscono attrazioni che talvolta li fanno rimanere aderenti alle pareti del tubo AB. Quest'inconveniente non si presenterebbe, del resto, adoprando rame elettrolitico.

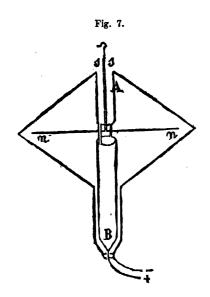



Fig. 7.

5. Il galvanometro a due coni di rame è certamente uno di quelli il cui circuito è dei più semplici, e il cui campo è uniforme; ma si può ottenere anche un'ulteriore semplificazione, adoprando un solo tubo di rame, simile al tubo AB della fig. 7, ma assai più lungo, in modo che i due fili che portano la corrente, e che per un buon tratto si posson tenere sul prolungamento dell'asse del tubo, si riuniscano alla pila a distanza sufficiente dai soliti due aghi piegati ad angolo retto, che formano il sistema magnetico, in modo che su di questi non abbia azione sensibile la parte rimanente del circuito.

In questo caso si può anche adoprare del tubo di ottone, perchè se pure conterrà del ferro, non cambiando mai la posizione relativa del tubo e degli aghi, la legge di deviazione non potrà essere influenzata dalle azioni magnetiche che potessero esser dovute al ferro stesso.

La sensibilità di questi due ultimi galvanometri è assai grande, da poter esser adoprati per letture dirette anche per correnti non troppo deboli; purchè quello a due coni sia formato con rame non magnetico.

Per la resistenza quasi trascurabile del proprio circuito, e per la loro semplicità, questi due galvanometri potrebbero servire utilmente in molti casi da amperometri: basterebbe in fatti determinare, con un voltametro a nitrato d'argento o a solfato di rame, quale intensità della corrente corrisponde a una data deviazione, per poter graduare direttamente tali galvanometri mediante la legge rappresentata dalla (1).

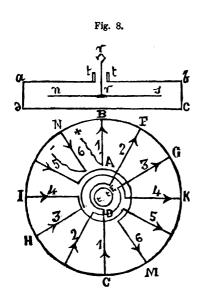
Se il galvanometro dovesse servire in un circuito di molta resistenza, si potrebbe aumentare la sensibilità di quello fondato sull'azione della parte rettilinea del circuito, che è normale all'ago, formando col filo metallico isolato un telaio rettangolare, in modo che i fili che formano uno dei lati del rettangolo fossero disposti secondo le generatrici di un cilindro, nel cui interno fossero situate le parti verticali dei due aghi e il filo di sospensione. Le parti orizzontali degli aghi stessi dovrebbero allora passare per un'apertura formata a metà del cilindro, e resa libera raccogliendo insieme in quel piccolo tratto, con opportune legature, i fili che formano il circuito: il sistema dei due aghi potrebbe così ruotare attorno al proprio asse di un angolo sufficiente; e se i lati del rettangolo fossero assai grandi, il campo magnetico, nella porzione utilizzata, potrebbe ritenersi uniforme.

6. Mi resta ora a parlare di un altro galvanometro, che è costruito in modo diverso dai precedenti.

Due dischi circolari di legno son tenuti a distanza fissa per mezzo di colonnette periferiche, e quello superiore ha un foro centrale munito di un tubo *tt* di vetro. Sopra ciascun disco son praticate le solite scanalature radiali, entro le quali si fisseranno le spire del circuito. Queste spire, nella parte inferiore *dc* del telaio s'incrociano scambievolmente nel centro del disco [1]; ma nella parte superiore, in vece, giunta una spira in prossimità del tubo *tt* dopo aver percorso per es. un raggio CD (fig. 8), si ripiega attorno al tubo, per andar poi a disporsi dall'altra parte del tubo lungo il raggio EF contiguo al prolungamento di quello che ha percorso dianzi. Così si fa per tutte le altre spire, come

1) Per impedire che quivi le spire formino un rilievo, ho praticato un foro anche nel disco inferiore, e ho leggermente affondato in quella cavità le prime spire, in modo che le ultime restino tutte quante nel piano *dc*: così è anche raggiunta una maggior fissità delle spire.

è indicato dalla figura 8, e se si ha cura che una spira descriva attorno al tubo *tt* un arco di cerchio destrorso, e la consecutiva un arco sinistrorso, come anche è indicato dal disegno schematico della figura 8, è chiaro che queste porzioni circolari di corrente non eserciteranno nessun' azione sensibile sull'ago magnetico.

Fig. 8.

In questo modo non si ha un solenoide neutro; ma si ha un sistema di spire disposte così, che quelle a destra della bissettrice dell' angolo formato dalla prima e dall' ultima spira (segnate 1 e 6 nel diagramma) sono percorse da correnti che si allontanano dal centro, e quelle dell' altra metà a sinistra sono percorse da correnti che vanno verso il centro.

L' ago magnetico è un ago ordinario *n s*, sospeso pel suo punto di mezzo, e deve introdursi entro il telaio, insieme con la sua sospensione *r r*, prima di riunire tra loro i due dischi di legno *a b* e *d c*.

Se il telaio si dispone in modo che l' ago, nella sua posizione di riposo, occupi la bisettrice dell' angolo fra la prima spira ABCD e l' ultima MN, evidentemente non devierebbe affatto pel passaggio della corrente; ma se nella posizione di riposo l' ago è normale all' anzidetta bisettrice, allora al passaggio della corrente devierà, e si muoverà in un campo che per un' estensione assai grande, sarà prossimamente uniforme. Si potrà allora ritenere che, per deviazioni comprese entro certi limiti, anche con questa disposizione delle spire l' intensità della corrente sia proporzionale al seno dell' angolo di deviazione. Se quest' ipotesi sia vera o no, e in caso affermativo entro quali limiti si possa ritenere applicabile la (1) anche al caso attuale, spetta all' esperienza di deciderlo; ed è appunto delle ricerche sperimentali che ho

eseguito con questo e con altri dei sopra descritti galvanometri, che mi resta a parlare. Avvertirò soltanto che la teoria di quest' ultimo galvanometro è del tutto analoga a quella dei galvanometri a solenoide neutro, e che per l' azione di una spira qualunque si trovano formule del tutto simili alla (3) e (3_a); e che finalmente per le dimensioni più opportune dell' ago magnetico e del telaio, con una discussione analoga a quella fatta per i galvanometri a solenoide neutro, si trova che devono essere anche qui sodisfatte le condizioni:

$$a \geq 2l, \qquad b \gtrless l$$

essendo $2a$ e $2b$ i lati del rettangolo di una spira, e $2l$ la lunghezza dell' ago magnetico.

V.

Graduazione dei galvanometri.

a) METODO.

Fra i molti metodi proposti per la graduazione dei galvanometri, uno dei più semplici e spediti sarebbe certamente quello del Naccari [1]); ma per i galvanometri da me costruiti non è applicabile, nemmeno con le modificazioni introdottevi dal Grassi [2]): perchè col metodo del Naccari bisogna che la resistenza del galvanometro sia molto piccola, o possa rendersi molto grande quella del circuito che contiene la pila; e con la modificazione del Grassi bisogna poter render assai grande la resistenza del galvanometro. Per usare di questi metodi coi galvanometri che volevo graduare, e che, all' infuori di quelli descritti ai n. 4 e 5 del capitolo precedente, hanno una resistenza da 5 a 8 B. A., bisognerebbe usare una pila di molti elementi, e ciò non si può fare senza pericolo di danneggiare le resistenze del ponte di Wheatstone, di cui mi servivo nelle mie esperienze.

Molto semplice sarebbe stato anche l' uso delle correnti indotte; e tanto più esatti sarebbero stati i resultati ottenibili con questo metodo, adoprando un solenoide neutro che possiedo, e

1) Naccari e Bellati, *Fisica pratica*, pag. 493.
2) G. Grassi, *R. Acc. delle Sc.* Napoli 1887.

che con molta cura ho avvolto per altri scopi sopra un anello di ferro dolce; perchè allora, mantenendo costante la corrente magnetizzante, l'intensità della corrente indotta, che si potrebbe far circolare nel galvanometro da graduare, sarebbe proporzionale al numero delle spire che il circuito indotto forma sull'anello; ma coi galvanometri da me costruiti, con questo metodo non potevo avere deviazioni sufficientemente grandi senza usare molte pile.

Ho preferito perciò di servirmi del metodo delle correnti derivate e delle resistenze compensatrici, facendo sì che l'intensità della corrente restasse costante nel circuito della pila, e variasse in un modo conosciuto in quello del galvanometro. Non potendo disporre di altre resistenze graduate, all'infuori di quelle che formano un ponte di Wheatstone nel modello costruito dalla Casa Elliott, e dovendo anche evitare l'uso di frazioni di ohm, perchè non contenute nel ponte, ho adottato una disposizione un po' diversa da quella comunemente indicata per questo metodo, e che mi sembra abbastanza comoda nella pratica.

Disposto il galvanometro in derivazione sul circuito della pila, nel ramo della pila si metta una derivazione variabile y (fig. 9) su un tratto di resistenza ρ, e al variare della derivazione x agli estremi della quale è inserito il galvanometro G, si faccia variare y in modo che la resistenza complessiva del fascio resti costante. Allora, se si chiama r la resistenza AGB del galvanometro, x quella di AB, e R la resistenza fra A e C, bisognerà che x e y sodisfino alla condizione.

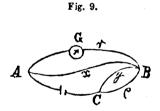



Fig. 9.

$$(5) \qquad R + \frac{\rho y}{\rho + y} + \frac{r x}{r + x} = \text{costante};$$

ossia, indicando con c una costante, ammettendo che la resistenza della pila rimanga costante se non varia l'intensità della corrente che l'attraversa, dovrà essere

$$\frac{\rho y}{\rho + y} + \frac{r x}{r + x} = c \,, \tag{6}$$

che si può scrivere:

$$\rho x\,(r-c) + ry\,(\rho - c) + xy\,(\rho + r - c) = c\rho r\,. \tag{6$_a$}$$

Poichè i valori di ρ e di c sono arbitrari, si può porre

$$\rho = c = r\,, \tag{7}$$

e allora la (6_a) si riduce a

$$xy = r^2\,, \tag{8}$$

restando pienamente arbitrario il valore di R, perchè è affatto arbitraria la costante della (5).

Queste condizioni (7) e (8) per la costanza della resistenza totale sono evidentemente molto più semplici, e per i calcoli anche molto più comode, di quelle che si trovano facendo uso delle resistenze compensatrici nel modo ordinario; perchè scegliendo opportunamente il valore di r si potranno determinare molte coppie di valori interi per x e per y che rendano verificata la (8).

Per poter adoprare con questo metodo la cassetta di resistenze che si trova nel Gabinetto di Fisica del Liceo di Lucca, e che è il ponte di Wheatstone n° 1381 costruito dalla Casa *Elliott Brs. di Londra,* i valori interi di x e di y che devon sodisfare la (8) non possono scegliersi altro che in una serie limitata di numeri. Per poter dunque ottenere una serie di valori assai estesi da poter servire alla graduazione del galvanometro, bisogna scegliere opportunamente il valore di r, aggiungendo, ove occorra, della resistenza nel circuito del galvanometro. Un sistema di valori assai comodo ed esteso si ottiene facendo

$$r = \sqrt{600} = 24{,}4939 \text{ BA}\,,$$

perchè allora facendo x uguale successivamente a

1, 3, 5, 6, 10, 20, 30, 60. 100, 120, 200 e 600

unità B. A., si deve prendere y uguale a

600, 200, 120, 100, 60, 30, 20, 10, 6, 5, 3 e 1

unità respettivamente.

La disposizione pratica delle comunicazioni del galvanometro e della pila col ponte è indicata dalla fig. 10, nella quale il ramo AB rappresenta la x, e quello BC la y. Nei punti B e C si unisce la resistenza ρ, uguale a quella r del galvanometro, (che fa capo ai punti A e B) dopo averle rese ambedue uguali a 24,4939 B. A. misurandole avanti, per mezzo dello stesso ponte, nel solito modo e con un galvanometro sensibilissimo a specchio. La pila comunica coi punti C ed A, e si può chiudere il suo circuito per mezzo del tasto di sinistra del ponte. È poi evidente che ρ si può scambiar di posto con r; e questo deve anzi esser fatto a un certo punto della graduazione: perchè i valori 1, 10, 20, 100, 120 e 200, per x possono aversi quando i capi del galvanometro sono in A e B; ma gli altri 6 valori non possono aversi altro che ponendo i capi del galvanometro in B e C, e quindi quelli della ρ in A e in B. Tutto si riduce dunque a scambiar fra loro di posto le estremità dei fili che fanno capo in A e in C; il che può farsi comodamente con un commutatore. Devesi peraltro avvertire che se si vuole che la deviazione dell'ago galvanometrico non cangi segno al commutare fra loro A e C, bisogna anche invertire la corrente della pila.

Fig. 10.

L'intensità i della corrente che con questa disposizione passa pel galvanometro, si trova facilmente applicando le leggi di Kirchhoff al circuito della fig. 9. Infatti, se E è la forza elettromotrice della pila, si trova

$$(9) \qquad i = \frac{E x}{\left(R + \frac{\rho y}{\rho + y}\right)(r + x) + r x};$$

ma, avendo posto

$$\rho = c = r$$

per la (6) la (9) diviene, dopo facili riduzioni:

$$(10) \qquad i = \frac{E x}{(R + r)(r + x)}.$$

Se si ammette che la forza elettromotrice e la resistenza interna della pila restino costanti, si avrà quindi, indicando con γ una costante,

$$i = \gamma \frac{x}{r + x} \, . \tag{11}$$

L'ipotesi ora fatta si può ritener vera, se si sceglie per pila una daniell montata come indicarono Thompson e Wright [1]; perchè scegliendo opportunamente la densità del solfato di rame e del solfato di zinco, la f. e. m. resta costante; e quanto alla resistenza interna, che comparisce nella R, mentre sarebbe variabile se la pila fosse attraversata da correnti di diverse intensità, si può ritener costante colla disposizione adottata, per la quale l'intensità della corrente complessiva resta sempre la stessa. Del resto si può sempre riconoscere se la resistenza interna e la f. e. m. della pila restano costanti durante il tempo della graduazione; perchè o si posson ripeter più volte, a determinati intervalli di tempo, alcune misure con gli stessi valori di x e costatare se si hanno o no gli stessi resultati sempre; o si può misurare volta a volta la f. e. m. della pila con un elettrometro, e con un galvanometro ordinario introdotto nel ramo AC della pila si può riconoscere se contemporaneamente la corrente complessiva rimane o no la stessa al variare di x e di y. Nelle esperienze che ho eseguito ho riconosciuto infatti che la corrente totale resta costante: poichè la f. e. m., per le osservazioni sovra accennate di Thompson e Wright, si deve ritener costante, si può dunque anche ritenere che rimanga costante la resistenza interna della pila.

Per i galvanometri, di cui qui ci occupiamo, la graduazione deve esser fatta per le deviazioni definitive, permanenti; perchè per esse soltanto son valide le considerazioni teoriche dalle quali son partito. Per non tener chiuso troppo tempo il circuito della pila, dacchè lo smorzamento delle oscillazioni dell'ago magnetico, nei galvanometri descritti che hanno il telaio di legno e le spire molto distanti dall'ago, è piccolissimo, si può

1) C. Thompson e C. R. A. Wright, *Phil. Mag.* 17, 1885; *N. Cim.* 16, p. 252, 1885.

usare il metodo di Gauss [1]) di interrompere e di ristabilire opportunamente la corrente, perchè l' ago si fermi quasi subito nella sua nuova posizione d' equilibrio. Ma poichè il movimento dell' ago si può ritenere, in questi galvanometri, pendolare, la deviazione definitiva deve esser la metà di quella impulsiva; ho riconosciuto sperimentalmente che questo è difatti verificato anche per deviazioni impulsive di 60° e più; quindi si può eseguir la graduazione anche con le deviazioni impulsive, purchè si ricordi che nella (1) devon mettersi per α i valori delle deviazioni definitive corrispondenti.

b) VERIFICAZIONE SPERIMENTALE DELLA LEGGE DEI SENI.

Il galvanometro rappresentato dalla figura 8 è certamente quello, pel quale una verificazione diretta dei limiti di validità della (1) è maggiormente necessaria. Perciò ho costruito tre modelli di questo galvanometro, colle seguenti dimensioni:

Modello	Diametro dei dischi	Altezza del telaio. (Segmento *bc* della figura 8).	Lunghezza dell' ago	Angolo fra 2 spire
a)	114mm	28mm	74mm	6°
b)	110 »	19 »	88 »	3°
c)	72 »	36 »	42 »	5°

Nel modello *b*), che ha le dimensioni più svantaggiose, il circuito è formato con 2 fili separati, in modo che le spire di uno si alternano con quelle dell' altro, e può quindi servire come galvanometro differenziale. Facendo passare per i due fili la corrente di una stessa pila in direzioni opposte, l' ago devia al più di 1° dalla posizione di riposo, a seconda della sua situazione iniziale rispetto alle spire; mentre se la corrente passa per un solo circuito, la deviazione supera 90°. Ciò mostra che anche in questo galvanometro si potrebbe ritenere che il coefficiente K della (1) resti costante; ed infatti la legge dei seni è abbastanza

1) Gauss, *Result. aus d. Beob. der Magn. Ver.* — Werke, t. V, pag. 395.

bene verificata anche per questo galvanometro, come ho costatato con le esperienze fatte per la sua graduazione col metodo sopra descritto.

Poichè i resultati sono analoghi per tutti e tre i modelli, mi limiterò a riferire i resultati delle esperienze fatte pel galvanometro *c*), le cui dimensioni sodisfano alle condizioni (4). La lettura delle deviazioni fu fatta direttamente, su un cerchio metallico diviso in gradi, del diametro di 20 centimetri, sul quale si possono apprezzare i quinti di grado.

Per gli altri galvanometri usai o il metodo dello specchio colla scala e col cannocchiale, o un cerchio diviso in mezzi gradi, del diametro di 95 mm. Per brevità riporterò qui soltanto i resultati delle esperienze fatte coi galvanometri descritti ai n. 3, 4, 5 e 6 (mod. *c*), del cap. precedente.

In luogo di riprodurre le ordinarie figure, colle quali ho rappresentato i resultati ottenuti prendendo per ascisse le intensità della corrente (proporzionali in questo caso, per la (11), a $\frac{x}{r+x}$) e per ordinate i valori corrispondenti del seno dell'angolo della deviazione definitiva, riassumerò le esperienze per mezzo di tabelle numeriche che mostrino, come farebbero quelle figure, le divergenze fra la legge teorica ammessa e la legge sperimentale trovata.

Se valesse la (1) i punti che rappresentano le estremità delle ordinate uguali a sen α, relative alle ascisse misurate dai valori corrispondenti di $x/(r+x)$, dovrebbero esser tutti su di una retta passante per l'origine delle coordinate. In pratica questo assolutamente non è verificato mai; ma le divergenze dalla legge teorica sono così piccole, che si può con tutta sicurezza tracciare una retta (che chiamerò *a*) che meno di ogni altra si discosti dall'insieme dei punti ottenuti; e poichè questi si trovano in parte al di sopra, in parte al di sotto della retta *a* ora detta, si può asserire che le divergenze son dovute a errori di osservazione, e che la (1) è sempre verificata.

Per mostrare quanto questa conclusione sia accettabile, servono appunto le tabelle seguenti. In esse la 1ª colonna contiene i valori adoprati per le resistenze della derivazione x, e la seconda colonna contiene i valori corrispondenti di $x/(r+x)$, che

son proporzionali all'intensità delle correnti che circolano nel galvanometro. I valori contenuti nella 5ª colonna sono stati calcolati ritenendo come valore più probabile del rapporto $\frac{\text{sen } \alpha}{x / (r+x)}$ la tangente trigonometrica dell'angolo che la retta a sopra indicata fa coll'asse delle ascisse, lungo il quale si contavano i valori di $x / (r+x)$.

Tavola I.

Galvanometro n° 6, modello c). $r = 24{,}5$ (fig. 8).

x	$\frac{x}{r+x}$	Deviazioni osservate espresse in gradi		Deviazioni definitive calcolate
		impulsive	definitive	
		con 1 daniell		
3	0,1091	5	2°,30'	2°,37',35"
5	0,1583	8	4,12	3 ,48 ,34
6	0,1950	9	4,30	4 ,41 ,50
10	0,2900	16,12'	8	6 ,59 ,40
20	0,4495	21	11	10 ,53 ,—
30	0,5506	24	12	13 ,22 ,29
60	0,7101	34	17,6	17 ,21 , 2
100	0,8032	39	19,48	19 ,43 ,—
120	0,8305	40	21,6	20 ,24 ,49
200	0,8909	44	22	21 ,58 ,25
600	0,9608	48	24	23 ,48 ,—
		con 2 daniell		
3	0,1091	8	4	4°,13',25"
5	0,1583	12	6	6 . 7 ,58
6	0,1950	14,30'	7,12'	7 ,33 ,48
10	0,2900	22	11	11 ,17 ,19
20	0,4495	34	17	17 ,39 ,46
30	0,5506	44	21,48	21 ,49 ,—
60	0,7101	58	28,30	28 ,38 ,26
100	0,8032	66	32,30	32 ,50 ,—
120	0,8305	68	34	34 , 6 ,—
200	0,8909	73	37	36 ,58 ,—
600	0,9608	79	41	40 ,25 ,50

TAVOLA II.

Galvanometro n° 3. (fig. 6). $r = 24{,}494$

x	$\frac{x}{r+x}$	Deviazioni osservate espresse in gradi		Deviazioni definitive calcolate
		impulsive	definitive	
1	0,0392	6	3	2°,22',53"
3	0,1091	13,30'	7	6 ,38 ,28
5	0,1583	20,6	10,30'	9 ,39 ,28
6	0,1950	24	12,12	11 ,55 ,27
10	0,2900	36	18	17 ,54 ,11
20	0,4495	56,30	28,30	28 ,27 ,21
30	0,5506	68,12	34	35 ,42 ,31
60	0,7101	89	48,30	48 ,50 ,—

TAVOLA III.

Galvanometro n° 4 (a doppio cono) $r = 24{,}49$
(collo specchio e col cannocchiale) [1]).

x	$\frac{x}{r+x}$	Deviazioni osservate in parti della scala		Deviazioni definitive calcolate
		impulsive	definitive	
1	0,0392	28	14	11
3	0,1091	68	35	30,5
10	0,2900	159	79	81
20	0,4495	230	118	125,8
30	0,5506		154	154,1
60	0,7101		198	198,8
600	0,9608		269	269

TAVOLA IV.

Galvanometro n° 4 (a doppio cono) $r = 24{,}5$

x	$\frac{x}{r+x}$	Deviazioni osservate espresse in gradi		Deviazioni definitive calcolate
		impulsive	definitive	
6	0,1950	4°,12'		
10	0,2900	8 ,30		
20	0,4495	13 ,48		
30	0,5506	21 ,12		
60	0,7101	30		
100	0,8032	36 ,12		
120	0,8305	38 ,12		
200	0,8909	41 ,30		

1) La scala essendo situata a m. 1,55 dallo specchio del galvanometro, e le devia-

Non ho potuto riempire l'ultima colonna di questa tavola, perchè i primi tre punti ($x = 6, 10, 20$) sono sensibilmente su una retta che passa per l'origine, mentre gli altri sono su una retta diversa che taglia l'asse delle ascisse nel punto ove sarebbe rappresentato il valore $x = 7,32$. Questa divergenza dalla legge espressa dalla (1) è dovuta al ferro contenuto nella lastra di rame colla quale è formato il galvanometro.

TAVOLA V.

Galvanometro n° 5 (tubo di rame) $r = 24,5$

x	$\frac{x}{r+x}$	Deviazioni osservate espresse in gradi		Deviazioni definitive calcolate
		impulsive	definitive	
6	0,1950	10	5	4°,10',15"
20	0,4495	16	8,30'	9, 38, 36
30	0,5506	23	11	11, 50, 27
60	0,7101	29	14	15, 20, 43
100	0,8032	38	19	17, 25, —
200	0,8909	42	21	19, 24, —

TAVOLA VI.

Galvanometro n° 5 (tubo d'ottone) $r = 24,5$

x	$\frac{x}{r+x}$	Deviazioni osservate espresse in gradi		Deviazioni definitive calcolate
		impulsive	definitive	
3	0,1091		6	5°,46,'16"
6	0,1950		10,30'	10, 21, 15
10	0,2900	29	16	15, 30, 13
20	0,4495	47	25	24, 28, 35
30	0,5506	58,30	30,30	30, 30, —
60	0,7101		41	40, 49, 40
100	0,8032		48	47, 45, 30
120	0,8305		51	49, 57, 10
200	0,8909		56,30	55, 12, —

Le differenze fra i valori osservati e quelli calcolati sono sempre dell'ordine degli errori d'osservazione e non hanno affatto carattere sistematico; dunque si può concludere che pren-

zioni osservate essendo piccole, le correzioni da farsi per ridurre le letture al seno dell'angolo di deviazione non raggiungono l'1 per °/₀ pel caso di $x = 600$; perciò ho preso le letture stesse proporzionali al seno dell'angolo di deviazione.

dendo a considerare sia la deviazione definitiva, sia la metà di quella impulsiva, *l' intensità della corrente è sempre misurata, con questi galvanometri, dal seno dell' angolo della deviazione definitiva.*

Si deve peraltro notare che per piccole deviazioni la lettura diretta, su un cerchio diviso, non si presta ad una sufficiente esattezza. Infatti potendo sempre commetter l'errore di un grado nella lettura di α, l'errore relativo nella valutazione di i può divenire molto grande. Questo è una conseguenza dell' espressione che si trova per la sensibilità relativa di questi galvanometri, la quale essendo data, com' è noto, da $s = \frac{f(\alpha)}{f'(\alpha)}$ (se $i = kf(\alpha)$ rappresenta la legge di deviazione) nel caso attuale è espressa da $s = \tan \alpha$, e quindi è piccolissima per piccoli valori di α. Per correnti di piccola intensità bisognerà dunque fissare all' ago uno specchietto, e leggerne le deviazioni col metodo di Gauss.

SULLA PROPAGAZIONE DELLE ONDE ELETTRICHE NEI FILI;
H. HERTZ [1]).

È noto che, se è di direzione e intensità costante, la corrente elettrica percorre tutta la massa del conduttore, e che quando è periodicamente variabile, per gli effetti dell' autoinduzione percorre di preferenza gli strati esterni; e che l'interno del conduttore resta tanto più privo di corrente, quanto più breve è il periodo con cui essa varia d' intensità e di direzione. Se l'inversione avviene parecchi milioni di volte al secondo, stando alla teoria del Maxwell tutta quanta la massa del conduttore deve esser priva di corrente, e l'elettricità deve propagarsi soltanto all' esterno del conduttore. Ciò presenta delle difficoltà fisiche, per eliminar le quali recentemente Heaviside e Poynting hanno cercato d'interpretare diversamente la teoria di Maxwell, ammettendo che la forza elettrica che determina la corrente si propa-

1) *Wied. Ann.* XXXVII, pag. 395-408, 1889.

ghi generalmente non già nel conduttore stesso, ma che in ogni caso penetri dal di fuori nel conduttore, e si propaghi nei metalli con velocità relativamente piccola, e con le stesse leggi con le quali si propagano le variazioni di temperatura in un conduttore del calorico. Se dunque le forze che agiscono nel mezzo che circonda il conduttore cambiano continuamente di direzione, l'azione loro penetrerà soltanto in una piccolissima parte della massa; e quanto più lente saranno le oscillazioni tanto più profondamente penetreranno le loro azioni: e se le variazioni cessano, la forza avrà tempo di agire con uguale intensità in tutta la massa del conduttore.

Mediante le oscillazioni rapidissime di cui si occupa da qualche tempo, l'Hertz ha voluto ricercare se quelle deduzioni teoriche sono o no verificate sperimentalmente.

Gli apparecchi usati sono quelli stessi che furon già descritti in questo Giornale (XXV pag. 244, e XXVI pag. 41); le onde utilizzate avevano uguale a circa 3 m. la distanza fra due nodi.

Se il conduttore primario agisce su quello secondario attraverso l'aria, è certo che l'azione penetra nel secondario dall'esterno; ora l'Hertz ha trovato che se il conduttore secondario, che è posto in tal situazione da avere scintille da 5 a 6 mm. di lunghezza, si chiude in un involucro metallico, è sottratto completamente all'azione dell'eccitatore; mentre è noto che quando le oscillazioni elettriche sono lentissime, la forza integrale dell'induzione non è, in generale, influenzata da un involucro metallico. Potendo ridurre sottilissimo lo spessore dell'involucro, le azioni emananti dall'eccitatore dovrebbero attraversarlo; ma anche i fogli dorati si mostrarono sufficienti a proteggere affatto dalle oscillazioni rapidissime. La distanza fra il conduttore secondario e l'involucro non ha influenza, e non occorre nemmeno che l'uno sia dall'altro isolato; talchè si comprende come la stessa superficie metallica del conduttore serva a proteggere l'interno.

Potrebbe tuttavia supporsi che se l'azione si propagasse non per un mezzo coibente, ma mediante un conduttore, le cose dovessero essere diverse; ma l'Hertz ha trovato che ciò non è. Infatti se a una delle lastre dell'eccitatore se ne affaccia un'altra uguale, e a questa si salda un filo metallico, lungo di questo filo le azioni si propagano, com'è noto, a grande distanza, e secondo il linguaggio stabilito si suol dire che in quel filo si pro-

paga un' onda; in vece l'Hertz fa osservare che tutta la perturbazione si propaga nello spazio esterno, ed è limitata alla superficie del filo, senza penetrare affatto nella sua massa. E che sia di fatti così, si deduce da questo: che se una porzione del filo, isolato con guttaperca, si racchiude fra due lastre di zinco che sieno saldate al filo per le loro estremità, tagliando il filo non si ha all'interruzione la minima scintilla finchè l'interruzione resta difesa dalle lastre; mentre le scintille si presentano se i due capi del filo, opportunamente prolungato, si avvicinano fra loro fuori delle lastre di zinco, e l'intensità delle scintille aumenta all'aumentar della porzione di filo che è fuori delle lastre.

L' Hertz ha anche mostrato come si possa proteggere una porzione di conduttore mediante pochi fili metallici tesi intorno ad esso; ma fra tutte le esperienze descritte, giova riferir la seguente. Il filo che è unito alla lastra affacciata all'eccitatore è interrotto in un punto ove si hanno scintille ben distinte; a destra e a sinistra dell'interruzione sono due dischi normali al filo, che li attraversa pei loro centri; quello A dalla parte dell' eccitatore è saldato al filo; l'altro B ne è isolato, ed è unito a un tubo metallico γ lungo 4 m., che circonda il filo senza toccarlo; fra i due dischi son tesi 24 fili metallici, che servono da involucro protettore dell' interruzione. Se il tubo γ, alla sua estremità libera δ è in comunicazione col filo, all' interruzione che è fra i due dischi non si hanno scintille, mentre esse compariscono se si toglie la comunicazione fra l'estremità δ del tubo e il filo. Avendo osservato che le scintille si hanno, quando il filo è isolato dal tubo γ, anche se fuori del tubo esso filo sporge di poco, mentre spariscono se il filo si taglia alla pari dell'estremità δ del tubo, l'Hertz ne deduce che se si hanno le scintille quando il filo non tocca in δ il tubo che lo circonda, non si può concludere che l' azione elettrica emanante dall'eccitatore abbia attraversato il disco metallico A e si sia propagata nel filo; perchè se fosse così le scintille dovrebbero aversi anche quando il filo è tagliato alla pari dell' estremità δ del tubo; bisogna ammettere in vece che l' azione elettrica si sia propagata, senza avere attraversato il disco A, per l' aria che circonda il sistema, e che arrivata al filo che sporge dal tubo γ continui in parte a pro-

pagarsi attorno al filo, e in parte penetri entro il tubo γ e si propaghi all'indietro fino all'interruzione contenuta fra i due dischi A e B, provocandovi le scintille.

Che questa spiegazione sia vera, l'Hertz lo dimostra anche facendo vedere che impedendo le scintille col far grande l'interruzione fra i due dischi, l'onda retrograda che penetra entro il tubo, ritorna poi indietro riflettendosi all'interruzione; e così entro il tubo si ha un'onda stazionaria dovuta all'interferenza di quelle dirette e riflesse. Per questo egli ha operato con tubi assai grandi, e con risuonatori opportuni ha potuto costatare l'esistenza dei nodi e dei ventri di vibrazione entro il tubo.

Questi resultati portano quindi a concludere che si devono scambiare di nome i conduttori e i coibenti, quali s'intendono nel linguaggio usato finora: infatti i così detti conduttori non permettono la propagazione delle onde elettriche, le quali si propagano invece nei coibenti. La contradizione è tuttavia soltanto formale; perchè mentre i metalli non conducono certamente le forze elettriche, appunto per questo, impedendo che esse si disperdano, diventano i conduttori della causa apparente di tali forze, cioè dell'elettricità cui si riferisce la terminologia consacrata dall'uso.

SULLE RELAZIONI FRA LE ESPERIENZE DI *HERTZ* E ALCUNI PROBLEMI OTTICI; W. KÖNIG [1]).

Nella sua Memoria sulla teoria dinamica della diffrazione, lo Stokes trattò un problema della teoria ondulatoria della luce, simile a quello che l'Hertz ha preso a studiare nell'elettricità; cioè il problema della distribuzione, sia per la direzione che per l'intensità, delle vibrazioni luminose attorno a una data vibrazione rettilinea, considerata come sorgente luminosa.

Le equazioni differenziali da cui dipende la soluzione essendo le stesse nei due problemi, sarebbe da aspettarsi che fossero le

1) *Wied. Ann.* XXXVII, pag. 651-665, 1889.

stesse anche le soluzioni; ma il König mostra che dal confronto dei resultati finali si trova che nei termini di ordine più elevato, i quali hanno una parte importantissima nella spiegazione delle esperienze di Hertz, si ha una singolare differenza fra le formule di Stokes e quelle di Hertz.

Il König dimostra infatti che i valori trovati da Hertz per le componenti u, v, w degli spostamenti lungo gli assi differiscono da quelli che si ottengono dalle formule di Stokes, quando per tali formule si eseguisca la trasformazione di assi necessaria a render confrontabili le soluzioni, perchè nelle formule di Stokes vi sono in più dei termini che sono respettivamente le derivate parziali rispetto a x, y, e z della funzione

$$- \mathrm{C} \operatorname{sen} nt \frac{d \frac{1}{r}}{dz} .$$

Questi termini rappresentano un movimento che si propaga nello spazio con velocità quasi infinita, perchè C è inversamente proporzionale alla densità dell'etere; ed è da notare che quei valori aggiuntivi non sodisfano alle equazioni differenziali fondamentali, mentre ciascuno di essi sodisfa all'equazione $\Delta^2 = 0$; talchè la loro forma, astraendo dal fattore sen nt, corrisponde piuttosto a un problema statico, che a un problema dinamico.

Esaminando il modo col quale Stokes ottenne la soluzione del problema, il König osserva che la divergenza accennata è dovuta all'aver fatto uso, nel problema dinamico, di una condizione che corrisponde soltanto a una perturbazione statica; e che quindi sarebbe più conveniente considerare le formule ottenute dall'Hertz pel problema elettrico come soluzioni dell'analogo problema ottico. Allora in prossimità dell'origine, considerando r infinitesima di fronte alla lunghezza d'onda, e ammettendo che la vibrazione all'origine avvenga nella direzione dell'asse z, le componenti dello spostamento si potrebbero prendere della forma

$$(1)\quad u = \frac{d}{dx} \mathrm{C} \operatorname{sen} nt \frac{d \frac{1}{r}}{dz}, \; v = \frac{d}{dy} \mathrm{C} \operatorname{sen} nt \frac{d \frac{1}{r}}{dz}, \; w = \frac{d}{dz} \mathrm{C} \operatorname{sen} nt \frac{d \frac{1}{r}}{dz},$$

cioè esse componenti sarebbero le derivate parziali della funzione

potenziale del doppio punto elettrico che è supposto da Hertz possedere momento elettrico periodicamente variabile.

Per collegare questa soluzioue coi fenomeni elastici si può osservare che se le componenti dello spostamento fossero le derivate della funzione

$$\phi = C \frac{d \frac{1}{r}}{dz} ,$$

si potrebbe ritenere che lo stato del mezzo fosse quello determinato dal moto delle particelle situate sulla superficie di una sfera di raggio $r = R$; moto che consisterebbe in uno spostamento di tutta la sfera, nel senso dell' asse z, della quantità $A = 2C/R^3$, e in uno spostamento delle particelle, sulla superficie della sfera, parallelo al meridiano determinato dal piano RZ; cioè le particelle dovrebbero restare sempre su una sfera e potrebbero soltanto spostarsi su di essa tangenzialmente. Ciò posto le (1) corrispondono a uno spostamento che, invece di esser costante, s' inverta periodicamente di direzione, e quindi le equazioni fondamentali di Hertz si riferiscono al caso che in un fluido incompressibile le particelle superficiali di una sfera di raggio R infinitesimo compiano delle oscillazioni nella direzione dell' asse delle z coll' ampiezza $A = 2C/R^3$.

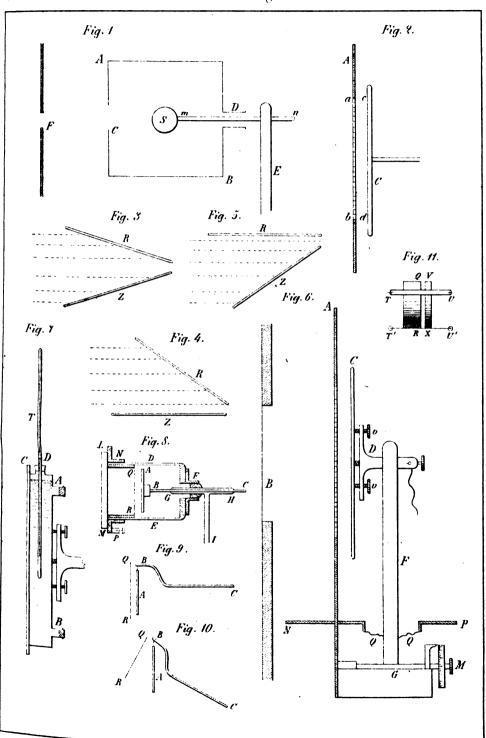
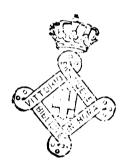
Da ciò resulta una relazione, del resto puramente formale, fra le esperienze di Hertz e quelle del Bjerknes sui fenomeni così detti idromagnetici e idroelettrici (cfr. *N. Cim.* XII, pag. 97 1882). Il Bjerknes si occupò delle analogie fra le azioni che esercita in un fluido incompressibile e senza attrito una sfera vibrante, e quelle di una molecola polarizzata elettricamente, o magneticamente. Se la sfera oscillante è comparabile in ogni momento a una molecola polarizzata elettricamente, è anche comparabile, nell' insieme del suo movimento, alle vibrazioni elettriche trattate da Hertz; ma quest' analogia vale soltanto per quelle parti del campo per le quali r è infinitesima di fronte alla lunghezza d' onda λ.

Per distanze maggiori, per quei valori, cioè, di r che son comparabili con λ, bisogna ricorrere alle formule complete di Hertz; e le linee di forza elettrica si potranno considerare, nel problema ottico, come linee dello spostamento elastico. Per

valori di r che son grandi di fronte a λ il moto si riduce a una pura onda trasversale, perchè nelle equazioni di Hertz i termini di ordine superiore sono trascurabili di fronte a quelli che contengono al denominatore la prima potenza di r. Nei fenomeni ottici quei termini di ordine superiore non sono mai stati considerati, a motivo della piccolezza della lunghezza d'onda della luce; e soltanto le esperienze di Hertz hanno giustificato la presenza di quei termini nella soluzione di Stokes.

Dalle sue formule lo Stokes dedusse poi una legge sulla variazione del piano di polarizzazione, che verificò egli stesso con reticoli tracciati sul vetro, e che poi fu contestata e nuovamente dimostrata vera da altri sperimentatori; e dalle medesime formule dedusse anche la legge della distribuzione dell'intensità nella scomposizione della luce provocata da particelle infinitesime come si ha nella luce azzurra del cielo, nelle nubi artificiali di Tyndall e nelle emulsioni o nei precipitati estremamente divisi. Quella legge corrisponde perfettamente alla distribuzione della forza elettrica attorno a una vibrazione rettilinea, per grandi distanze da questa vibrazione. Ora queste vibrazioni, essendo mantenute dalla luce incidente, sono confrontabili con le vibrazioni del circuito secondario di Hertz e non con quelle dell'eccitatore; perciò è probabile che anche nel caso della luce abbia una parte notevole il fenomeno della risonanza. Se ciò fosse effettivamente vero, volendo ricercare la dipendenza dell'intensità della luce dalla lunghezza d'onda bisognerebbe, per le leggi della risonanza, tener conto anche della frequenza relativa con la quale si presentano, nel fenomeno, particelle di dimensioni più o meno grandi. Ma il König fa notare che Lord Rayleigh, fondandosi sul teorema di Stokes, ha dato di questi fenomeni una spiegazione che non dipende affatto dalla risonanza, ammettendo invece che le particelle perturbatrici sieno piccolissime di fronte alla lunghezza d'onda, e così la loro influenza sui moti luminosi si presenta soltanto sotto forma di un aumento della massa d'etere vibrante, nei punti occupati da quelle particelle.

Il König termina il suo lavoro facendo alcune considerazioni sulla forma che il Réthy ottenne per le onde sferiche dalle equa-

Fig. 1
Fig. 2.
Fig. 3
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 11.
Fig. 7
Fig. 4.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.

zioni di Stokes; e mostra che le formule del Réthy corrispondono alla distribuzione della forza magnetica attorno ad una vibrazione elettrica rettilinea.

SUI FENOMENI ELETTRICI PROVOCATI DALLE RADIAZIONI;
III MEMORIA DEL PROF. AUGUSTO RIGHI.

(*Atti del R. Istituto Veneto di sc. lett. ed arti.* Vol. VII).

Introduzione.

1. Nella prima Memoria su questo argomento [1]) ho reso conto delle ricerche da me fatte intorno all'azione dei raggi ultravioletti sulle cariche di contatto dei conduttori e sulle cariche date a corpi isolanti, come pure intorno al meccanismo col quale si compiono questi fenomeni. Rispetto a quest'ultimo punto ho dimostrato, che l'elettricità negativa, la quale abbandona un corpo su cui cadono le più rifrangibili delle radiazioni ultraviolette, è trasportata da particelle materiali, che si muovono sensibilmente lungo le linee di forza del campo elettrico. Le esperienze narrate nella seconda Memoria [2]) non lasciano su ciò dubbio veruno poichè in esse si ottengono prove visibili evidentissime di quella speciale convezione elettrica.

Nella prima Memoria diedi pure la dimostrazione di un fatto, che sembrami essere fondamentale [3]). Esso consiste in ciò che un corpo non elettrizzato (metallo, carbone, solfo, ebanite), acquista una carica elettrica positiva quando è investito dalle radiazioni. Apposite esperienze mi condussero a trovare la legge di questo fenomeno, la quale risulta da ciò che segue. Quando le radiazioni cadono sul corpo, questo si carica gradatamente di elettricità positiva ed acquista così un potenziale positivo, il quale

1) R. Acc. di Bologna, seduta 11 novembre 1888. — *N. Cimento*, III. serie, t. XXIV, pag. 256 (1888).

2) *Atti del R. Istituto Veneto*, serie VI, t. VII. — *N. Cimento*, 1889.

3) La prima notizia di questo fenomeno fu data nella mia I Nota (*Rend. della R. Acc. dei Lincei*, 4 marzo 1888), e più estesamente nella Nota V (*Rend. della R. Acc. dei Lincei*, comunicazioni anteriori al 1° luglio 1888).

seguita ad aumentare di più in più lentamente, sinchè diviene sensibilmente costante. Ora, il valore finale che si raggiunge è diverso non solo secondo la natura del corpo, ma anche secondo la sua forma, la disposizione dei conduttori circostanti ecc., per cui questo valor finale non ha nulla di caratteristico. Invece, ciò che determina la condizione finale del corpo è la densità elettrica alla sua superficie, nelle parti su cui cadono le radiazioni, poichè difatti: *la densità elettrica massima o finale, sul corpo illuminato, dipende dalla sua natura e non dalla sua capacità elettrostatica.* Ne consegue, per esempio, che se il corpo esposto a ricevere le radiazioni è una lastra metallica piana, che può collocarsi a diverse distanze da un' altra lastra tenuta ad un potenziale costante (per es. comunicante col suolo), il potenziale, al quale si trova portato allorchè le radiazioni hanno prodotto tutto il loro effetto, è tanto più elevato quanto più le due lastre sono lontane fra loro, poichè infatti tanto maggiore deve divenire il potenziale suddetto affinchè la densità elettrica arrivi al suo valore costante.

La costanza della densità elettrica massima, trae seco quella della forza elettrostatica presso la superficie illuminata, per cui, ravvicinando questa legge alla dimostrazione sperimentale già da me data, del trasporto elettrico delle cariche negative sotto l' azione delle radiazioni, si può asserire quanto segue: *Sotto l' azione delle radiazioni avviene che certe particelle materiali (probabilmente le molecole del gas ambiente) si allontanano dal corpo illuminato seguendo le linee di forza, portando via dell' elettricità negativa e lasciando al corpo altrettanta elettricità positiva. Mano a mano che la carica positiva nel corpo cresce, essa esercita, sulle particelle che si muovono, una forza elettrostatica di più in più grande che viene ad opporsi al movimento; allorchè la densità elettrica superficiale è giunta ad un certo valore, quella forza elettrostatica diviene sufficiente ad impedire ogni ulteriore convezione e la carica del corpo cessa di aumentare.* La forza elettrostatica presso la superficie nell' istante in cui il corpo raggiunge la sua massima carica, misura adunque l' azione elettromotrice delle radiazioni.

2. Per completare lo studio del fenomeno descritto rimaneva a misurare il valore di questa azione elettromotrice. Siccome, per quanto si è detto, essa è misurata dalla forza elettro-

statica F suddetta, e questa è legata alla densità superficiale δ dalla nota relazione $F = 4\pi\delta$, così basterà determinare sperimentalmente questa densità elettrica finale. Essa ha nell' aria un valore caratteristico per ogni corpo, mentre potrebbe darsi che per uno stesso corpo avesse un valore diverso se all' aria si sostituissero altri gas.

Dopo aver riferito nel primo capitolo di questa Memoria alcune nuove esperienze in appoggio alla legge fondamentale richiamata più addietro, rendo conto nei due capitoli successivi di una lunga serie di misure fatte per determinare la densità elettrica massima (e per conseguenza anche la forza elettrostatica capace di equilibrare l' azione elettromotrice delle radiazioni) relativa a diversi conduttori [1]). Descrivo poscia nel cap. IV molte esperienze eseguite in vista di indagare se gli strati gassosi aderenti ai metalli hanno una parte attiva necessaria nei fenomeni elettrici delle radiazioni, riservando al cap. V. la trattazione di certi effetti, probabilmente di indole non elettrica, che si producono sui metalli per opera sempre delle radiazioni ultraviolette [2]). Infine, descrivo nell' ultimo capitolo delle esperienze sui fenomeni elettrici dalle radiazioni, i quali si compiono nell' aria più o meno rarefatta, le quali esperienze furono da me intraprese colla speranza di giungere per questa nuova via a risolvere la questione sulla natura delle particelle materiali che servono a trasportare le cariche negative.

In tutte le mie esperienze la sorgente delle radiazioni è stata la lampada elettrica a zinco descritta nella seconda Memoria. Senza una sorgente così ricca delle radiazioni le più rifrangibili, la maggior parte delle esperienze non sarebbero state possibili. Come strumento di misura servì sempre un elettrometro a quadranti del modello Mascart.

Alcune necessarie precauzioni per la buona riuscita, saranno indicate mano a mano che se ne presenterà l' occasione.

1) Diedi già cenno del metodo impiegato e di qualche risultato in una Nota pubblicata nei *Rend. della R. Acc. dei Lincei* 3 marzo 1889.

2) Anche di queste esperienze diedi qualche notizia nella nota citata qui sopra.

Cap. I. — *Nuove esperienze che confermano la legge del fenomeno già enunciata.*

3. Ho eseguite alcune nuove esperienze, da aggiungere a quelle riferite nella prima Memoria, per dimostrare la costanza del valore della massima densità elettrica che acquista un dato conduttore esposto a radiazioni di data intensità.

Alcune di queste esperienze consistono nel misurare il potenziale positivo al quale sono portati sotto l' azione dei raggi ultravioletti conduttori di egual natura e di curvatura differente.

A questo scopo possono servire alcune sfere di rame di diametri diversi. Messa una di queste sfere in comunicazione coll' elettrometro la si illumina per un tempo sufficiente, cioè finchè cessi di crescere la deviazione elettrometrica. Lo stesso si fa successivamente colle altre.

Se veramente la densità elettrica che si raggiunge è la stessa per le varie sfere, i corrispondenti potenziali devono essere proporzionali ai loro raggi.

La sfera S su cui agiscono le radiazioni è avvitata ad un' asta *mn* (*Tav. I*, fig. 1) sostenuta da un isolatore E, ed è circondata da una scatola di rame AB avente due fori C D. Pel foro D passa liberamente l' asta *mn*, mentre il foro C è destinato al passaggio delle radiazioni. Queste sono limitate da un diaframma forato F, l' apertura del quale, di diametro diverso secondo quello della sfera adoperata, deve esser tale che soltanto S e non la parete di fondo della scatola sia illuminata.

La scatola è tenuta in comunicazione col suolo, e la sfera con una delle paia di quadranti dell' elettrometro, di cui l'altro paio è in comunicazione col suolo, ed il cui ago è caricato da 100 coppie rame-acqua-zinco. Messa un istante la sfera in comunicazione col suolo, la densità elettrica su di essa diviene zero, poichè la sua superficie è della stessa natura di quella del conduttore che la circonda, che è pure in comunicazione col suolo. Si apre allora l' adito alle radiazioni, e si protrae la loro azione sinchè l' elettrometro assuma una deviazione stabile, che vien letta e ridotta in Volta coll' uso di una coppia campione Latimer-Clarke. Ecco i risultati di una serie di misure:

Diametro della sfera	Potenziale in Volta
1cm.	0,12
2	0,24
3	0,34

Il potenziale massimo raggiunto dalle tre sfere è presso a poco proporzionale al raggio.

Veramente colla sfera di 3 centimetri il potenziale raggiunto è un poco minore di quello voluto dalla proporzionalità, ma mi sembra debba ciò attribuirsi alla dispersione della carica positiva acquistata per opera delle radiazioni, la quale dispersione si effettua dalla superficie non illuminata della sfera, dall' asta *mn*, dal filo che va all' elettrometro ecc.

Se la scatola non fosse di egual natura della sfera, la densità raggiunta dipenderebbe anche dalla differenza di potenziale che esiste tra la sfera e il conduttore che la circonda. È possibile anche in tal caso trovare una verificazione alla legge relativa alla densità massima, se si suppongono assai grandi le dimensioni della scatola in confronto a quelle delle sfere.

Infatti se V_0 è il potenziale della scatola (che è costante perchè essa è in comunicazione col suolo) e V_1 quello della sfera, quando la densità ha raggiunto il suo massimo valore δ, si ha

$$V_1 = V_0 + 4\pi\delta R_1 ,$$

dicendo R_1 il raggio della sfera. Per sfere di raggi R_2, R_3, ... si avrà del pari, pei rispettivi potenziali V_2 V_3 ... ai quali sono portate dalle radiazioni:

$$V_2 = V_0 + 4\pi\delta R_2$$
$$V_3 = V_0 + 4\pi\delta R_3 \text{ ecc.}$$

D' onde

$$\frac{V_2 - V_1}{R_2 - R_1} = \frac{V_3 - V_2}{R_3 - R_2} = \ldots = 4\pi\delta .$$

Cioè deve essere costante non più il rapporto fra il potenziale ed il raggio della sfera, ma bensì il rapporto fra la differenza dei potenziali raggiunti da due sfere e la differenza dei loro raggi.

Se la scatola, pure essendo di rame come le sfere, non è alla superficie interna nelle stesse condizioni di queste, è solo in quest' ultimo modo che si potrà verificare la costanza di δ. Nelle mie esperienze ho preferito adoperare sfere e scatola di uno stesso metallo e di pulire con carta smerigliata prima di ogni misura, sia la sfera, sia la superficie interna della scatola.

Dai numeri della tabella precedente si potrebbe dedurre il valore che ha la densità elettrica sulla sfera di rame, allorchè ha raggiunto il suo massimo valore. Così, per esempio, se la sfera di raggio $0^c{,}5$ arriva a un potenziale di 0,12 Volta ossia di $\frac{0{,}12}{300}$ unità elettrostatiche di potenziale, si avrà

$$\delta = \frac{0{,}12}{300.4\pi.0{,}5} = 0{,}000064 \text{ (C. G. S.)},$$

Questo valore non corrisponde a quello determinato più avanti con altro metodo, il che dipende dall'aver adoperato nelle esperienze attuali una intensità di radiazioni minore che nelle esperienze che saranno più oltre descritte, come pure dalla diversa temperatura ambiente nei due casi.

4. Nelle esperienze, di cui segue la descrizione, il metallo illuminato ebbe sempre la forma di un disco piano, comunicante coll' elettrometro, e collocato parallelamente ad una rete metallica o ad una lastra finamente traforata, comunicante col suolo. Le radiazioni cadevano sul disco, passando attraverso i vani della rete o della lastra traforata. Dimostrai già fin dalla mia prima pubblicazione sull' attuale soggetto, che se disco e rete sono estremamente vicini, le radiazioni riducono i due metalli allo stesso potenziale, per cui se, prima di far agire le radiazioni, si mise per un momento il disco in comunicazione col suolo, tanto da poter stabilire lo zero dell' elettrometro, la deviazione che si ottiene illuminando il sistema misura la differenza di potenziale che esisteva fra i due metalli allorchè comunicavano fra loro. Rigorosamente però, la deviazione suddetta supera sempre alcun

poco il valore che misura quella differenza di potenziale, giacchè quello dei due metalli (e cioè il disco) che è più fortemente illuminato resta con una carica positiva. Se veramente la densità elettrica sulla faccia interna del disco prodotta da questa carica è costante per ogni metallo, la differenza fra la deviazione finale ed il valore della differenza di potenziale dei due metalli, dovrà essere tanto maggiore, quanto più lontano si pone il disco dalla rete. Ciò verificai sempre, e fu anzi questo fatto che mi condusse a trovare il fenomeno del caricarsi d'un conduttore scarico illuminato.

Ma invece di una semplice verificazione qualitativa, si può ottenere una verificazione numerica della costanza della densità. Infatti sia A (fig. 2) la rete metallica (o lastra traforata) comunicante col suolo, C il disco metallico, che supporremo avere un diametro maggiore di quello della porzione *ab* di A per cui possono passare le radiazioni. Se oltre a ciò supponiamo che il disco non sia troppo vicino ad A, di modo che la distribuzione elettrica su di esso non risenta l'effetto dei fori praticati in *ab*, la densità elettrica sulla parte *cd* del disco, che viene illuminata, potrà considerarsi come uniforme ed eguale a quella che possederebbe il disco se questo e la rete fossero due conduttori piani indefiniti; e ciò sarà lecito almeno sinchè non si allontani soverchiamente il disco dalla rete. Coi dischi da me adoperati, di 11 cent. di diametro, la distanza fra disco e rete si può praticamente variare da 2 a 20 e più millimetri senza che divenga sensibile l'errorè che si commette considerando il sistema come un condensatore piano indefinito.

Sia V_0 il potenziale della rete, che è costante perchè è tenuta in comunicazione col suolo, V_1 quello del disco allorquando le radiazioni hanno agito tanto che il potenziale stesso abbia cessato di crescere, d_1 la distanza fra i due conduttori. Si avrà, chiamando δ la densità massima che acquista il disco sotto l'azione delle radiazioni:

$$\delta = \frac{V_1 - V_0}{4\pi d_1} .$$

Diamo alla distanza fra le armature successivamente altri valori d_2, d_3 ... Se δ è veramente costante, indicando con V_2

$V_3 \ldots$ i potenziali massimi che raggiunge il disco nei vari casi dovrà aversi

$$\delta = \frac{V_1 - V_0}{4\pi d_1} = \frac{V_2 - V_0}{4\pi d_2} = \frac{V_3 - V_0}{4\pi d_3} = \ldots$$

Se ne deduce

$$4\pi\delta = \frac{V_2 - V_1}{d_2 - d_1} = \frac{V_3 - V_2}{d_3 - d_2} = \ldots .$$

Se, in particolare, le distanze $d_1\ d_2\ d_3 \ldots$ si seguono in progressione aritmetica, di modo che sia

$$d_2 = d_1 + a \quad d_3 = d_1 + 2a \ldots \text{ si avrà:}$$
$$4\pi a\delta = V_2 - V_1 = V_3 - V_2 = \ldots ,$$

cioè i potenziali V_1, V_2, $V_3 \ldots$ devono formare essi pure una progressione aritmetica.

Per verificare questa conseguenza, occorre evidentemente spostare il disco parallelamente a se stesso, di quantità successivamente eguali. A questo scopo l'isolatore che lo regge è fissato sopra il carretto di una vite micrometrica che dà il duecentesimo di millimetro, e precisamente una di quelle che si trovano nei sostegni del banco d'ottica. (Nella fig. 6 è rappresentato l'apparecchio; sarà descritto con più dettaglio al § 7).

Ecco come esempio i risultati di alcune esperienze, nelle quali tanto il disco che la lastra traforata erano di rame. Quest'ultima era però verniciata, onde attenuare grandemente l'azione che su di essa potevano esercitare le radiazioni (vedi capitolo seguente, § 6).

Distanza fra la lastra ed il disco	Potenziale del disco	Differenza
0c,25	0,32 Volta	
		0,22
0, 50	0,54 »	
		0,21
0, 75	0,75 »	
		0,21
1, 00	0,96 »	
		0,22
1, 25	1,18 »	
		0,19
1, 50	1,37 »	
		0,17
1, 75	1,54 »	

Come si vede dall'ultima colonna, la legge resta abbastanza confermata, poichè l'essere un po' scarsi i valori dei potenziali misurati alle distanze maggiori è da attribuirsi alla dispersione. Le esperienze fatte con altri metalli diedero sempre risultati analoghi. Così, per esempio sostituito al disco di rame uno di zinco ottenni:

Distanze fra disco e lastra traforata	Potenziale del disco	Differenza
0c,5	— 0,45 Volta	
		0,37
1,0	— 0,08 »	
		0,37
1,5	+ 0,29 »	

Si può adunque considerare come bene dimostrata la legge fondamentale del fenomeno già enunciata.

Possiamo quindi passare alle esperienze destinate a determinare il valore della densità massima per vari corpi.

Cap. II. — *Misura della densità elettrica massima per vari conduttori nell' aria.*

5. Riprendiamo il ragionamento col quale abbiamo stabilito la formula

$$\delta = \frac{V_1 - V_0}{4\pi d_1},$$

e supponiamo che si porti il disco ad una nuova distanza $d_1 + a$ dalla rete. Se V_2 è il potenziale a cui è portato in tal caso sotto l'azione dei raggi ultravioletti, si avrà similmente:

$$\delta = \frac{V_2 - V_0}{4\pi(d_1 + a)}.$$

Eliminando V_0 fra queste due equazioni, si trova:

$$\delta = \frac{V_2 - V_1}{4\pi a}.$$

Per misurare adunque la densità elettrica δ, che si trova sopra un dato disco quando le radiazioni hanno agito su di esso,

basterà misurare il potenziale massimo V_1, che raggiunge il disco quando è ad una distanza qualunque dalla rete, allontanarlo quindi da questa di una quantità a, misurata colla vite micrometrica, e misurare il nuovo valore V_2 del potenziale acquistato dal disco sotto l'azione delle radiazioni.

Il risultato dovrà essere indipendente dal potenziale costante V_0 della rete, per cui quest' ultima potrà essere di qualunque sostanza, ed invece di comunicare col suolo direttamente, potrà, occorrendo, essere tenuta ad un potenziale diverso qualunque per mezzo d' una pila.

La forza elettrostatica che fa equilibrio alla forza elettromotrice delle radiazioni sarà:

$$F = 4\pi\delta = \frac{V_2 - V_1}{a} .$$

In queste formule V_1 e V_2 devono supporsi valutati in unità assolute elettrostatiche, a in centimetri, δ e F nelle rispettive unità assolute. Nelle esperienze numerosissime, che ho eseguite con questo metodo, e delle quali darò più oltre i risultati, ho adoperato una lastra di zinco traforata anzichè una rete metallica. Questa lastra fu inoltre accuratamente verniciata con vernice nera all' alcool in ogni sua parte, onde attenuare, per quanto è possibile, l' azione che i raggi ultravioletti possono produrre su di essa.

6. La necessità di questa precauzione risulta dalla seguente esperienza.

Si abbiano due lastre, l' una R di rame (fig. 3) e l' altra Z di zinco disposte ad angolo, in modo che sia possibile illuminarle nello stesso tempo. Se ne metta una in comunicazione stabile col suolo, p. es. Z, e l' altra R in comunicazione coll' elettrometro.

Fatto un istante comunicare col suolo anche R, si lasci libero l' adito alle radiazioni, in modo che cadano su R e Z sotto angoli di incidenza eguali (come indicano le linee punteggiate).

La deviazione massima (positiva) che si otterrà così, misurerà la differenza di potenziale fra Z ed R. Infatti non potrà formarsi su R la solita carica positiva, poichè questa produrrebbe una carica negativa di influenza in Z, e subito per effetto

delle radiazioni dell' elettricità negativa sarebbe portata da Z a R. Cesserà quindi la convezione elettrica fra Z ed R non appena la densità elettrica su entrambe le lastre sia sensibilmente nulla. In una esperienza così disposta la deviazione, ridotta in Volta, fu di 0,85 V.

Supponiamo ora che le due lastre vengano inclinate come mostra la fig. 4, in modo cioè che le radiazioni cadano su R e non su Z. In questo caso cesserà la convezione elettrica quando sul rame si avrà una densità elettrica positiva, e la deviazione sarà maggiore che nel caso precedente. Praticamente ottenni 0,88 V. invece di 0,85 V. Nel caso attuale, se si trascura l' effetto che possono produrre le radiazioni che cadono su Z solo dopo essere state riflesse o diffuse, può benissimo caricarsi positivamente R, e quindi negativamente Z, senza che si inizi la convezione elettrica sopra Z. L' effetto opposto si ha dando alle lastre un' inclinazione opposta come nella fig. 5. In tal caso è Z che resta con densità positiva e la deviazione è minore. Trovai difatti, così facendo, 0,82 V.

Nel caso di un disco e d' una rete o lastra traforata, quest' ultima è illuminata essa pure; dalla parte esterna direttamente, e dalla parte rivolta al disco in causa delle radiazioni da questo riflesse o diffuse.

Non si potrà quindi formare sul disco la densità positiva massima, poichè essa provocherebbe una carica negativa nella rete e quindi una convezione compensatrice.

Per questo motivo la lastra traforata impiegata nell' apparecchio destinato alla misura di δ, deve essere coperta della vernice che impedisce quasi completamente la produzione della convezione foto-elettrica sulla sua superficie.

7. La lastra di zinco traforata e verniciata A (fig. 6) è disposta verticalmente di fronte all' apertura B dalla quale escono le variazioni.

Quest' apertura, fatta nella imposta d' una piccola finestra praticata nella parete, è chiusa con una lastra di quarzo oppure di selenite. La lampada elettrica a zinco trovasi dall' altra parte della finestra, e cioè in una camera vicina, disposta nel modo che fu dettagliatamente descritto nella II Memoria. Il disco C, su cui si vuole sperimentare, è disposto parallelamente alla la-

stra traforata. Esso è avvitato ad un pezzo di ottone D sostenuto dalla colonna di ebanite F, per mezzo di una vite che sorge dal suo mezzo e che è stata fatta espressamente un po' troppo sottile. Il disco, senza cadere, può quindi essere inclinato alcun poco in un senso qualunque, e per mezzo di tre piccole viti *v* essere ridotto parallelo alla lastra A.

Mentre la lastra A è fissata sopra un piede G, la colonna F è portata dal carretto mobile della vite micrometrica M. È per mezzo di questa che si può allontanare il disco dalla lastra di quantità determinate e misurate con esattezza.

Per le esperienze nell'aria secca, l' apparecchio viene chiuso con una campana di zinco, internamente verniciata, la quale ha una tubulatura in corrispondenza alla parte traforata della lastra A. Una corta manica di gomma elastica collega questa tubulatura al contorno dell' apertura B, in modo che non vi sia comunicazione fra l' aria esterna e quella chiusa nella campana. Quest' ultima ha due tubi pei quali si fa circolare l' aria o eventualmente altro gas e riposa sopra una lastra di zinco NP saldata alla A. Una guernitura di pelle e dei morsetti assicurano qui pure la buona chiusura. Onde poi la colonna F possa muoversi liberamente senza che sfugga il gas dalla campana, essa passa per un' altra larga tubulatura praticata nella piastra orizzontalmente NP, mentre un disco di gomma elastica QQ forato in mezzo è strettamente legato da una parte alla detta tubulatura, dall' altra alla colonna di ebanite.

La comunicazione del disco C coll' elettrometro è stabilita come segue.

Un tubo d' ebanite (non rappresentato nella fig. 6) traversa la piastra NP sporgendo all' interno e all' esterno. Nel suo foro è fissata con mastice un' asticella metallica la quale comunica da una parte col pezzo D, per mezzo di un filo piegato ad elica flessibile, e dalla parte esterna con un filo sottile di rame che resta teso fra essa e l' elettrometro. Alla sua estremità esterna alla campana l' asticella suddetta porta anche una vaschettina di rame con mercurio, nel quale possono pescare le estremità di due leve mobili, una delle quali comunica col suolo e l' altra con un polo della coppia campione Latimer-Clarcke, di cui l' altro polo comunica colla terra. La prima di queste leve serve adun-

que a mettere allo zero l'elettrometro: l'altra serve a misurarne la sensibilità e quindi a ridurre in Volta le deviazioni lette in millimetri della scala.

Infine, l'apparecchio della figura 6 può essere portato da un sostegno isolante. È così possibile a volontà, o di tenere in comunicazione col suolo la lastra A o di mantenerla a qualunque potenziale costante, tenendola invece in comunicazione col polo di una pila di un numero variabile di coppie, della quale l'altro polo comunica col suolo.

Per le esperienze che riferisco in questo capitolo, eseguite nell'aria ordinaria, la campana non fu adoperata.

8. Descritto così l'apparecchio, ecco come, dopo una lunga serie di tentativi, decisi, di condurre gli esperimenti. Collocato il disco C a cinque o sei millimetri di distanza dalla lastra traforata A si fanno agire le radiazioni. L'ago dell'elettrometro devìa immediatamente, prima rapidamente, poi con grande lentezza. Quando è quasi fermo, p. es., non si sposta che di un millimetro in 60 secondi (essendo tale la sensibilità che un Volta corrisponde ad una deviazione di 110 a 150 millimetri), si fa la lettura e poi si fa aumentare la deviazione di qualche millímetro dando (con un piccolo conduttore isolato, col quale si tocca il polo isolato d'una piccola pila ausiliaria) un poco di elettricità positiva al disco. Sotto l'azione delle radiazioni la deviazione decresce lentamente. Quando l'ago non si sposta quasi più, si fa una nuova lettura. La media fra le due letture, che per solito non diversificano che di un millimetro o due, sarà sensibilmente quella che misura il potenziale V_1 che ha il disco quando alla superficie di esso la densità elettrica ha raggiunto il suo valore limite. Lo scopo pel quale si fanno le due letture è quello di abbreviare la misura.

Fatto ciò il disco viene allontanato dalla lastra traforata per mezzo della vite micrometrica di una quantità a esattamente nota (in generale mezzo centimetro) e poi si fanno in modo simile altre due letture. La media di esse sarà il potenziale V_2 del disco nella nuova posizione. La differenza $V_2 - V_1$ fra i due potenziali, valutati in unità assolute elettrostatiche divisa per 4π e per lo spostamento a dato al disco sarà, secondo la formula del paragrafo 5, la densità massima sul disco, mentre che la

stessa differenza divisa solo per lo spostamento, darà la forza elettrostatica che alla superficie del disco fa equilibrio all'azione elettromotrice delle radiazioni. Sempre si trova $V_2 > V_1$ il che prova che la densità massima δ è positiva.

Coi corpi che sono assai elettronegativi per contatto relativamente allo zinco, p. es., carbone, argento, rame, ecc., i potenziali V_1 e V_2 sono assai elevati se, come finora si è supposto, la lastra A comunica col suolo. Infatti, essi oltrepassano, e spesso di molto, un Volta. In tali condizioni la dispersione (che, per quante cure si prendano, ha luogo continuamente dalle parti del disco e dei conduttori con esso comunicanti, che non sono esposte alle radiazioni) altera le misure. Infatti, non sarà più nel momento in cui cessa la convezione foto-elettrica sulla superficie del disco, che la deviazione elettrometrica cesserà di crescere, ma sarà invece quando, rallentandosi via via la convezione e crescendo la dispersione, si giunge ad uno stato di compensazione.

Ad evitare, od almeno attenuare tale causa di errore, ho tratto partito della circostanza del non entrare nella formula che dà la densità δ, il potenziale V_0 della lastra traforata. Ho dapprima verificato ciò con apposite esperienze, che trovo inutile riferire in dettaglio, ma dalle quali risulta, che se invece di tenere la lastra traforata in comunicazione col suolo, la si tiene ad un potenziale qualunque, positivo o negativo, i potenziali V_1 V_2, determinati nel modo descritto più sopra, variano, ma la loro differenza rimane sensibilmente costante.

Basta quindi mantenere la lastra A ad un potenziale negativo sufficiente, dato da una o due coppie rame-acqua-zinco, onde i due potenziali V_1 e V_2 restino assai piccoli e quindi non si abbia a temere l'effetto della dispersione.

Ogni volta che, sperimentando sopra un nuovo disco, vedevo crescere di troppo la deviazione positiva, la rendevo minore dando un appropriato valore al potenziale della lastra traforata.

Resta per ultimo a notare, che onde le misure fatte in giorni diversi fossero comparabili, bisognerebbe essere sicuri della costanza di intensità delle radiazioni, e delle altre condizioni sperimentali. Benchè la corrente adoperata nella lampada fosse sempre ottenuta in condizioni apparentemente costanti, poichè era

sempre data da due dinamo in serie mosse da un motore di quattro cavalli, pure la luce mostrava delle variazioni non piccole d' intensità.

In mancanza di un mezzo di misura della intensità delle radiazioni attive, mi attenni a questo metodo. Scelsi un corpo come termine di confronto, e questo fu il carbone di storta e per ogni corpo da sperimentare feci precedere e seguire le relative misure di V_1 e V_2 con analoghe misure eseguite col disco di carbone. Queste, in giorni diversi, diedero per la densità δ sul carbone valori variabili. Attribuendo queste variazioni a variazioni di intensità delle radiazioni, riducevo con una proporzione il valore di δ, a quello che si sarebbe ottenuto se le radiazioni avessero avuto un dato valore costante, e cioè quello del giorno in cui per la prima volta misurai con cura il valore di δ pel carbone.

Così facendo ottenni pei vari metalli, dopo ripetute prove fatte anche a grandi intervalli di tempo, dei risultati numerici abbastanza concordanti. La ragione poi della preferenza data al carbone è, che questo corpo si comporta in un modo costante anche nella sua forza elettromotrice di contatto, mentre i metalli, e specialmente i più ossidabili, danno risultati variabilissimi collo stato di pulitura della superficie.

Nelle mie esperienze ogni disco veniva pulito fortemente con buona carta smerigliata piuttosto grossa un istante prima d' ogni esperienza.

(Continua).

SULLA DIVERSA RESISTENZA ELETTRICA OPPOSTA DA ALCUNI CIRCUITI METALLICI ALLA SCARICA DEI CONDENSATORI ED ALLA CORRENTE DELLA PILA; RICERCHE DEL PROF. EMILIO VILLARI [1]).

Analoghe ricerche volli eseguire per mezzo del galvanometro che misura, come è noto, la quantità di elettrico delle correnti che lo attraversano.

1) Continuazione e fine vedi pag. 90.

Adoperai perciò dapprima, pel circuito normale ed eterogeneo, due fili di rame grossi $1,45^{mm}$, rivestiti da grosso strato di gutta-perca, così da formare un cordone di $5,5^{mm}$, e lunghi $17,50^{M}$ ciascuno: altre volte adoperai anche dei fili nudi. Il filo normale fu sempre tenuto disteso, e quello eterogeneo alcune volte fu tenuto disteso altre volte fu ripiegato sopra se stesso a modo di ansa; ed altre volte ancora fu avvolto a spira sopra un grosso ed appropriato cannone di vetro. Due primi capi di detti circuiti venivano uniti all' armatura esterna di una batteria di 12 giare, isolata e riunita ad una bottiglia elettrometrica; gli altri due capi erano uniti ai due rocchetti di filo di rame rivestito di gutta-perca di un galvanometro Wiedmann, congiunti differenzialmente i quali poi si riunivano insieme in un filo unico comunicante con uno scaricatore isolato a pallina. Per sperimentare si caricava la batteria, e poscia abbassando lo scaricatore contro la sua armatura interna, la si scaricava attraverso i circuiti ed il galvanometro. Il galvanometro fu reso astatico e sensibilissimo per mezzo di una appropriata e ben disposta calamita. Quindi avendo sperimentato varie volte con una carica di 40° scintille elettrometriche, e con circuiti distesi, osservai una deviazione costantemente di 14^{mm}, per eccesso della corrente del circuito destro o normale. Poscia il filo di sinistra fu ripiegato ad ansa, e poi a spirale [1]), come si disse: e sempre con la scarica il galvanometro deviò in questi diversi casi costantemente, di 14^{mm} nel medesimo verso. Nè diversi furono i risultati quando s' introduceva nella spirale, sia una colonna di mercurio lunga 32^{cm} e grossa 55^{mm}, sia un tubo di ottone, o di foglie di stagnola, od anche una spirale chiusa di grosso filo di rame. Laonde può inferirsene, come d' altronde è noto, che la forma dei circuiti derivati non è sufficiente a modificare la quantità di elettricità delle correnti istantanee che li percorre. E siccome le misure termometriche, più sopra riferite, mostrano che il termometro unito al circuito ripiegato si riscalda assai di più di quello unito all' altro, così sembrerebbe che nel circuito ripiegato la corrente si stabilisse in più breve tempo che nell' altro, a cagione della diminuzione delle estra-correnti inverse.

1) La spirale era lunga 32 cm., e constava di 58 giri di filo avvolti sopra un cannone di vetro di 8 cm. di diametro. Detta spirale era fissata sopra una lastra di ebanite a 3 m. dal galvanometro, così da non influenzarlo direttamente al passaggio della scarica.

Di poi introdussi nella spirale un grosso fascio di fili di ferro ricotti, lunghi 42^{cm}, grossi 1^{mm} e pesante 2,5 chili; e sperimentando, come d'ordinario con le solite scariche, ottenni delle deviazioni, delle quali do qui un esempio: il segno — premesso ai numeri indica che la deviazione fu sempre in un verso corrispondente ad eccesso di corrente del circuito normale.

	Deviazioni al galvanometro
Spirale vuota	—10,8—10,8;
» con fascio	—69;—26;—20;—19;—16;—19,5;—19,5cost.;
» con fascio capovolto	—101 . . . . —19;
» id. di nuovo capovolto	—101 . . . . —18;
» vuota	—13,6;
» con fascio stato battuto	—70;
» » » »	—70.

Le deviazioni precedenti mostrano una diminuzione della corrente pel circuito che contiene la spirale col ferro e dà luogo alle seguenti deduzioni:

1. Che il fascio di fili agisce nella spirale, come se ne aumentasse la resistenza, onde la corrente si deriva maggiormente per l'altro circuito.

2. L'efficacia del ferro è in relazione della modificazione di magnetismo che esso subisce per effetto delle scariche, e perciò:

a) Essa efficacia va decrescendo, dalle prime scariche alle successive, fino a raggiungere un effetto costante.

b) Essa cresce se si ha cura di smagnetizzare il ferro avanti ogni nuova esperienza, scuotendolo o battendolo ripetutamente,

c) Essa diventa massima con l'invertirsi del suo magnetismo, se dopo aver ben magnetizzato il fascio, lo si capovolge, senza scosse, nella spirale.

Inoltre si rende anche manifesto, dai numeri precedenti, che il fascio non acquista tutto il suo magnetismo permanente residuo, che ad una data scarica s'appartiene, se non dopo 8 o 10 scariche successive.

In seguito fu introdotto nella spirale il medesimo fascio, ora nudo ed ora inviluppato con stagnola. La scarica fu ripetuta 10 volte di seguito, a fine di indurre nel ferro il massimo di magnetismo possibile; di poi si scaricava la batteria completamente, e con la macchina invertita la si caricava in senso inverso, e la si scaricava poi attraverso i due circuiti. Così operando, il magnetismo del fascio s'invertiva senza scosse, e subiva così una grande variazione nel suo momento magnetico, per lo che reagiva potentemente sulla spirale e si produssero le deviazioni seguenti:

	Direzione della scarica	Deviazione del Galvanometro	Deviazione totale media
Spirale con fascio nudo	Diretta	— 93	
	Invertita	+ 94	
	Diretta	— 69	172
	Invertita	+ 86	
« con fascio involto			
da 2 fogli stagnola	Diretta		
	Invertita	+ 203	
	Diretta	— 196	
	Invertita	+ 204	400
	Diretta	— 197	
» con fascio involto			
da 4 mezzi fogli stagnola	Invertita		
	Diretta	— 133	
	Invertita	+ 109	242

Questi numeri mostrano, che l'induzione del fascio sulla spirale, e l'aumento apparente della resistenza di essa, è minimo (misurato dalla deviazione somma 172^{mm}), quando il fascio è nudo.

Detto aumento è massimo (più del doppio, indicato dalla deviazione 400^{mm}), quando il fascio è inviluppato da due mezzi fogli di stagnola; ed è intermedio (indicato dalla deviazione di 242^{mm}) quando il fascio è inviluppato da quattro mezzi fogli di stagnola [1]).

1) Si noti che la spirale col ferro trovavasi a 3 m. distante dal galvanometro, e non vi avea alcuna azione diretta nel momento della scarica.

Le quali differenze d'induzioni, prodotte dal fascio, sono dovute alle differenze di magnetismo che esso acquista per la scarica nei casi sopra indicati, come risulta dalle seguenti esperienze.

Si disponga la consueta spirale, contenente il fascio di fili, orizzontalmente, nel medesimo piano dello specchietto del galvanometro e ad un metro di distanza da esso; il quale, privato dei suoi rocchetti, serve da magnetometro. Poscia si sperimenti come di consueto, ripetendo la scarica pei soliti fili derivati, normale ed eterogeneo, dieci volte in una direzione, e dieci nella opposta, ottenuta con lo invertire la macchina elettrica. Il magnetismo indotto nel fascio si determinava dalla deviazione fissa del magnetometro prodotta dopo le dieci scariche adoperate. E così si ebbero i seguenti numeri:

	Direzione delle scariche	Posiz. del magnetometro	Deviaz. totale
Spirale di rame con fascio nudo	Inverse		
	Dirette	— 16	
	Inverse	+ 4,8	20,3
	Dirette	— 15	
Con fascio inviluppato da due mezzi fogli stagnola	Dirette		
	Inverse	+ 20	
	Dirette	— 22	
	Inverse	+ 18	40.
	Dirette	— 20.	
	Inverse	+ 19	

Donde si rende manifesto, che la scarica induce nel fascio un magnetismo assai maggiore (circa il doppio) quando è ricoperto da stagnola, di quando è nudo.

Le misure seguenti furono quindi istituite a fine di studiare le variazioni del magnetismo patite dal fascio per le ripetute scariche.

	Direzione delle scariche	Posizione del magnetometro per le successive scariche
Spirale rame con fascio avvolto da due mezze stagnole	Diretta	
	Inversa	+61 +66+70+72
	Diretta	+55 +46+41+37,5+35+33+31,5+28+29
	Inversa	+49 +58+61+64 +65+66+67,3+70+70
	Inversa	
» con fascio nudo	Diretta	+48,5+40+36+33 +34
	Inversa	+44 +53+54+54 +54,3.

Donde si scorge che le scariche successive aumentano mano mano il magnetismo del fascio, e che la variazione magnetica prodotta nel fascio nudo è, al massimo, misurata da $20^{mm},3$ e nel fascio coperto di stagnola da $42^{mm},5$, cioè del doppio che nel caso precedente. Questi risultati concordano con le altre misure magnetometriche e con quelle fatte col galvanometro.

L'effetto degli inviluppi metallici sul potere magnetizzante delle scariche parmi sia facile ad interpretarsi. La magnetizzazione essendo dovuta, secondo si crede, ad uno spostamento delle molecole del ferro, si comprende di leggieri che una forza magnetizzante troppo rapida e fugace possa produrre minor magnetismo di un'altra, anche meno efficace, ma più duratura e prolungata, perchè le molecole magnetiche possono avere così più tempo ed agio ad ubbidire alla loro azione. Perciò riesce utile avvolgere il fascio di fili con pochi fogli di stagnola.

Ma se la corrente della scarica, per troppo durare, diminuisse oltre misura della sua intensità, potrebbe naturalmente decrescere il suo potere magnetizzante, come appunto s'è visto accadere adoperando il ferro avvolto con molta stagnola.

Queste medesime considerazioni ci fanno comprendere come l'azione induttrice, nei fenomeni descritti, sia massima col fascio di fili, diminuisca, adoperando un tubo d ferro vuoto, e diventi minimo con un cilindro di ferro massiccio lungo 58^{cm} e grosso 5^{cm}.

RIASSUNTO.

Studiai in principio le derivazioni delle scariche dei condensatori, misurandole mercè un termometro a gas, fatto con un filo di platino, che introducevo in uno dei circuiti mentovati, mentre nell'altro inserivo un filo eguale per compenso. Chiamo circuiti di eguale resistenza *leidica* quelli, che aventi la stessa lunghezza ed uniti allo stesso termometro, lo riscaldano egualmente per una medesima scarica: chiamo poi resistenza *voltaica* o *vera*, quella misurata con la pila. Ciò premesso, ecco i principali risultati ai quali sono giunto.

Un circuito di rame, composto in parte di filo grosso ed in parte sottile, apparisce di resistenza *leidica* minore di un al-

tro messo in derivazione con esso di eguale lunghezza, e di grossezza intermedia, e tale da avere la medesima resistenza voltaica del primo.

Col crescere della differenza dei diametri dei due fili del circuito eterogeneo, decresce la sua resistenza leidica, relativamente all'altro in derivazione.

Lo stesso dicasi di un circuito, formato da una striscia più o meno larga e da un filo sottile di rame, posto in derivazione con un filo di rame della medesima lunghezza e resistenza voltaica.

La resistenza leidica di un circuito, formato da due fili paralleli e vicinissimi (bifilo) derivato con un secondo circuito di un solo filo di rame, scemerà allontanando fra loro i capi del bifilo.

Questi fenomeni sono dovuti all'estra-corrente inversa, prodotte dalla scarica, alla quale contrastano. Esse sono più vigorose quando i capi del bifilo sono più vicini, la striscia è più stretta ed il filo più sottile.

Un filo ripiegato ad ansa, così che la scarica vada per un capo e torni per l'altro, presenterà per la stessa ragione, minore resistenza elettrica quando i capi dell'ansa sono vicini che quando sono lontani.

Dunque può dirsi che di due circuiti derivati di rame, di eguali lunghezze, apparirà meno resistente leidicamente quello nel quale più si indeboliscono le estracorrenti delle scariche.

Con circuiti di rame separati, cioè non in derivazione, si manifestano fenomeni analoghi, ma con intensità relativamente minore.

Sperimentando con circuiti derivati di eguali lunghezze e resistenze voltaiche, si trova che lo stagno ha la medesima resistenza leidica del rame, il piombo e lo zinco un poco minore; forse perchè questi due metalli, per la troppo piccola conducibilità, dovettero adoperarsi in fili assai grossi.

In circuiti derivati di fili di eguali lunghezze e diametri, il piombo mostra avere eguale resistenza leidica del rame, il ferro e lo zinco minore, sebbene le loro reali resistenze sieno rame = 1, piombo = 11,06, ferro = 7,41 e zinco 3,81. Il ferro, inoltre, sostituito al piombo, scema l'energia della scarica in entrambi i circuiti; lo zinco invece l'aumenta.

Il ferro più grosso del rame, e reso d'eguale lunghezza e resistenza reale di esso, con l'aggiunta di sottil filo di rame, mostra alla scarica in circuiti separati assai maggiore resistenza del rame per le estra-correnti magneto-elettriche energiche, altra volta studiate e descritte da me. Per tale resistenza aumentata si riscalda più del rame, a condizioni pari, come altra volta mostrai. Perciò nei parafulmini, e nei conduttori telegrafici e telefonici, deve al ferro preferirsi il rame.

Se in uno dei due circuiti di rame derivati ed eguali s'introduca una spirale di filo di rame grossa e di resistenza trascurabile, essa, per le estra-correnti, accresce la resistenza leidica del detto circuito; la sua efficacia però diminuisce quando vi si introduca una spirale chiusa, od una massa metallica non magnetica.

Un fascio di fili di ferro, introdotto nella spirale, accresce, per le stesse ragioni, la resistenza leidica del relativo circuito non solo, ma ancora, e per ragione non determinata, quella del circuito derivato, tantochè in entrambi scema l'energia termica della scarica.

Un cilindro di ferro massiccio introdotto nella spirale, operando come ferro e come conduttore, non modificò la resistenza leidica del circuito proprio, bensì diminuì quella del circuito derivato.

Le esperienze eseguite col galvanometro, a circuiti derivati eguali di rame, mostrarono che la forma di essi non modificavano punto le quantità delle correnti delle scariche derivate.

Fatto con una parte di uno dei circuiti coperto di guttaperca una grossa spirale, ed introdottovi un grosso fascio di sottili e lunghi fili di ferro, s'osservò che la spirale tanto più contrastava il passaggio della scarica derivata, a cagione delle solite estra-correnti magneto-elettriche, quanto maggiore era la modificazione del magnetismo del fascio, onde si osservarono i fenomeni seguenti.

L'efficacia del fascio dei fili, e perciò la sua induzione, è massima nella prima scarica, e va quindi lentamente degradando nelle successive, sino a produrre poi un effetto costante, dopo l'ottava o decima scarica. Onde è, che il momento magnetico del fascio relativo ad una data scarica si raggiunge solo dopo averla ripetuta otto o dieci volte.

L'efficacia ed induzione del fascio s'accresce se prima di una nuova scarica lo si smagnetizza percuotendolo vigorosamente; e molto di più s'accresce invertendone il magnetismo, con l'invertire la scarica.

L'efficacia d'induzione del fascio sulla spirale è minima quando esso è nudo; cresce sensibilmente (da 172 a 242) se è avvolto con quattro mezzi fogli di stagnola; e diventa massima (400), se è inviluppato da due soli mezzi fogli di detta stagnola.

Tali diverse intensità di induzioni sono dovute al diverso momento magnetico svolto nel fascio per l'azione della scarica. E di vero, misurando questo, per via di un magnetometro, si è osservato, che il momento magnetico indotto dalla scarica per la spirale nel fascio, è minimo quando esso è nudo; ed è circa doppio quando il fascio trovasi involto in due mezzi fogli di stagnola. Inoltre il momento magnetico di esso cresce man mano, sino all'ottava o decima scarica, e poscia rimane costante per le scariche successive.

SULLA LEGGE DI OSCILLAZIONE DEI DIAPASON E SULLA MISURA DELL'INTENSITÀ DEL SUONO; PROF. A. STEFANINI.

(Dal vol. XXV degli *Atti della R. Acc. Lucchese di Sc. Lett. ed Arti*).

I.

Molte ricerche, tanto sperimentali che teoriche, sono state fatte a proposito della misura dell'intensità del suono; ed ho già avuto occasione [1]) di accennare ad alcune obiezioni che furon mosse contro la definizione comunemente accettata dell'intensità, mostrando anche, allora, come i resultati delle mie esperienze concorderebbero con quelli ottenuti dal Vierordt e dal-

1) Atti della *R. Acc. Lucc. di Sc. Lett. ed Arti* Vol. XXV, pag. 111; *N. Cim.* (3) 22, pag. 97, 1887; *Beibl.* XII, pag. 320, 1888.

l' Oberbeck, ammettendo che l' intensità del suono fosse proporzionale alla quantità di moto, e non alla forza viva, comunicata al corpo vibrante. Esponendo quelle mie esperienze, accennai ad altre ricerche che mi proponeva di fare per vedere se fosse stato possibile di riconoscere più direttamente quale dei due modi di valutare l' intensità del suono fosse da preferirsi; e per queste nuove ricerche si richiedeva la valutazione numerica delle costanti che entrano nell' espressione analitica della legge comunemente accettata per le vibrazioni dei diapason. Avendo da qualche tempo compiuto quella determinazione, mi permetto di comunicare i resultati ai quali son giunto, tanto rispetto alla legge di oscillazione dei diapason, quanto a quella dell' intensità del suono.

Il punto di partenza delle mie ricerche fu il seguente.

Se si fa vibrare un diapason a una distanza d dall' orecchio, dando un' ampiezza iniziale a_0 di vibrazione ai punti estremi dei suoi rebbi, esso cesserà di esser sentito dopo un certo tempo t, cioè dopo che la sua ampiezza di vibrazione si sarà ridotta ad essere $\frac{a_0}{n}$; se, determinato quel tempo t, si porta il diapason alla distanza $\frac{d}{2}$ dall' orecchio, cesserà di nuovo di sentirsi dopo un tempo t_1, e se l' intensità del suono è proporzionale alla forza viva e inversamente proporzionale al quadrato delle distanze, dopo quel tempo t_1 la sua ampiezza di vibrazione dovrà essersi ridotta ad $\frac{a_0}{2n}$; mentre dovrà essersi ridotta ad $\frac{a_0}{4n}$, se l' intensità del suono è proporzionale alla quantità di moto. Riducendo ancora la distanza dal diapason all' orecchio, portandola per esempio ad essere $\frac{d}{4}$, il suono cesserà di sentirsi dopo il tempo t_2: e allora, alla fine di quel tempo, nella prima ipotesi l' ampiezza di vibrazione dovrà essere divenuta $\frac{a_0}{4n}$, nella seconda invece $\frac{a_0}{16n}$
Le ampiezze di oscillazione che bisogna considerare ai tempi t, t_1, e t_2 sono quelle dei punti estremi dei rebbi; perchè alla prima e alla seconda potenza respettivamente di tali ampiezze son proporzionali la quantità di moto e la forza viva media di tutto

il diapason, come farò vedere dopo che avrò trattato della legge di oscillazione.

Ora è evidente che conoscendo la legge di vibrazione del diapason adoperato, si potrà da essa dedurre a qual frazione del valore iniziale a_0 si sarà ridotta l'ampiezza di vibrazione dopo i tempi t, t_1 e t_2; quindi, senza bisogno di misurare le ampiezze di vibrazione, si potrà anche riconoscere quale delle due ipotesi sulla misura dell'intensità del suono sia la più conforme ai resultati sperimentali.

II.

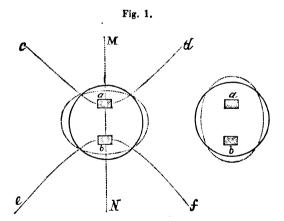
In ciò che precede è ammesso che, anche nel caso considerato, l'intensità del suono varii in ragione inversa del quadrato delle distanze. Se si pensa alle condensazioni e alle rarefazioni che avvengono fra i due rebbi, e al fatto che in certe direzioni attorno al diapason il suono è quasi estinto, quell'ipotesi sembra inammissibile; tanto più che, secondo le esperienze di Hesehus [1]), la legge dell'inversa del quadrato delle distanze varrebbe soltanto se la distanza è molto grande in confronto del corpo sonoro e della lunghezza d'onda. Ma dalla discussione che fece il Kiessling [2]) delle esperienze fatte per determinare la posizione delle superficie d'interferenza nel suono emesso dal diapason, e delle spiegazioni che di quel fenomeno dettero i fratelli Weber e il Chladni, resulterebbe che effettivamente anche per questi strumenti si potesse ritenere che le vibrazioni sonore si propaghino per onde sferiche. In fatti il Kiessling osserva che l'unica spiegazione esatta di quei fenomeni d'interferenza è quella che fu data dal Chladni [3]), quantunque il Chladni stesso dopo alcune ricerche fatte col Sommering nel 1826 immergendo nell'acqua le estremità vibranti di un diapason, fosse condotto ad abbandonare quella prima spiegazione, per sostituirgliene un'altra errata. Secondo la prima spiegazione del Chladni, che fu riconosciuta esatta dal Kiessling, i rebbi di un diapason vi-

1) N. Hesehus, *Giorn. della Soc. fis. chim. russa*, XVIII, pag. 268; *Beibl.* XI, pag. 512 e *Jour. de Phys.* (2) VIII, pag. 227.

2) H. Kiessling, *Pogg. Ann.* 130, pag. 177, 1867.

3) Chladni, *Kartnes's Archiv.* VII, pag. 92.

brante producon fra loro un' onda rarefatta, nel momento stesso che all' esterno ne producono una condensata, e viceversa. Ora, quando i rebbi si allontanano l' uno dall' altro, di fronte a ciascuno d' essi si produce un' onda condensata, mentre fra i rebbi si produce l' onda rarefatta: dunque si deve produrre un' onda rarefatta anche in direzione normale alla vibrazione; perchè l'aria accorre da tutte le parti nello spazio lasciato vuoto. Quando in vece i rebbi si muovono l' un verso l' altro, si produce dietro a ciascuno un' onda rarefatta, mentre l' aria compresa fra di essi sfugge verso i lati, e produce un' onda condensata in direzione normale alla vibrazione. Perciò nelle direzioni comprese fra quella delle vibrazioni e quella normale ad esse, il suono non può propagarsi che poco o nulla, poichè in quei punti l' aria non può essere spinta nè verso l' interno, nè verso l' esterno. Ciascun punto situato in quelle direzioni deve ritenersi come un nodo di vibrazione, e in ogni tratto situato circolarmente attorno al diapason le particelle d' aria assumono alternativamente le posizioni indicate dalle curve ovali punteggiate della fig. 1, precisa-

Fig. 1.

mente come accade pel suono fondamentale reso da una campana. Le superficie d' interferenza anzi dette sono, secondo il Weber [1]), iperboliche, e l' iperbole *c a d e b f* ne rappresenta una sezione. Continuando lo studio delle vibrazioni di una sola sbarra

1) Weber, *Wellenlehre*, pag. 506: cfr. Violle, *Cours de Phys.* II, pag. 98.

e di un diapason, il Kiessling conclude poi che ogni punto dei 4 spigoli di ciascun rebbio, situato in uno stesso piano normale alla lunghezza del rebbio, può ritenersi quale origine di altrettanti sistemi d'onda, che, interferendo fra loro, daranno luogo all'estinzione del suono lungo le superfici iperboliche anzi dette.

Se oltre a tutto ciò si osserva la forma regolare che hanno le linee di corrente ottenute dal Chladni facendo vibrare il diapason coll'estremità dei rebbi immersi nell'acqua [1]), non che la forma delle curve ottenute in modo analogo dal Decharme [2]), curve che mostrano come, nella direzione delle vibrazioni, la propagazione del moto ondulatorio si possa ritener effettuata per onde che nella direzione MN della fig. 1 si mantengano sempre regolari, sembra che si possa concludere che, almeno finchè l'orecchio si mantiene nel piano MN normale alle faccie *a*, *b* e non è troppo vicino al diapason, la legge dell'inversa dei quadrati delle distanze possa essere ammessa anche nel caso che ho preso a studiare.

Secondo il Vierordt [3]) in vece l'intensità del suono dovrebbe variare in ragione inversa delle distanze: ed Hesehus [4]) trovò che in fatti, nelle esperienze che fece il Vierordt colla caduta di sfere pesanti, ciò potrebbe ammettersi per distanze inferiori a 2^m, a motivo delle vibrazioni comunicate ai sostegni dei corpi sonori; ma da quanto precede si vede che questa legge non può applicarsi ai suoni da me studiati; e del resto mostrerò a suo luogo (VI) come dovrebbero essere interpretati, in questo caso, i resultati da me ottenuti.

Non restava dunque che determinare la legge di vibrazione dei diapason, per poter poi calcolare a qual frazione del valore iniziale si riduceva, dopo un tempo qualunque, l'ampiezza delle loro vibrazioni.

III.

Supponendo che la resistenza incontrata dalle faccie del diapason nei loro movimenti sia proporzionale alla velocità e che

1) Kiessling, *l. c* fig. 5, tav. IV.
2) Decharme, *Lum. électr.* XV, 1885, pag. 493, fig. 22, 23, e 26.
3) Vierordt, *Die Schall und die Tonstärke.* 1883.
4) Hesehus, *l. c.*

le forze elastiche sieno proporzionali allo spostamento x, l'equazione differenziale del moto di un punto del diapason è

$$\frac{d^2x}{dt^2} + k\frac{dx}{dt} + n^2x = 0,$$

ove k e n sono costanti. Contando il tempo dal primo passaggio per la posizione di riposo, la soluzione di quest'equazione è

$$(1) \qquad x = \mathrm{A}e^{-\frac{kt}{2}} \operatorname{sen} \sqrt{n^2 - \frac{k^2}{4}}\, t,$$

e si dimostra che le ampiezze massime a di oscillazione devon sodisfare alla relazione [1])

$$(1)_1 \qquad a = a_0 e^{-\alpha t},$$

ove a_0 è l'ampiezza iniziale e α una costante che si può determinare sperimentalmente, ed ove la t prende valori che differiscon tra loro di mezzo periodo.

Questa legge peraltro non può essere che approssimata, perchè l'ipotesi fondamentale da cui deriva non può ammettersi che per piccole velocità; e le esperienze che sono state fatte in proposito hanno mostrato che in fatti la $(1)_1$ non è verificata con α costante. La variazione di α coll'ampiezza di vibrazione fu notata incidentemente dal Poske [2]), e constatata sperimentalmente dal Wead [3]). Questi, eccitando il diapason con diverse ampiezze iniziali, determinava volta a volta il tempo che occorreva perchè l'ampiezza di vibrazione passasse da un valore z' a un altro valore z''; misurava le ampiezze con un microscopio munito di un micrometro oculare le cui divisioni erano distanti 1/22 di mm, e contava il tempo con un cronometro che dava 1/8 di secondo. Così egli trovò che i valori di α sodisfacevano abbastanza bene alla relazione

$$(2) \qquad \alpha = a_1 + b_1 \frac{z' + z''}{2},$$

con a_1 e b_1 costanti per ciascun diapason; ma è facile vedere

1) Lord Rayleigh, *Theory of Sound* I, § 45, (trad. ted.).
2) Poske, *Pogg. Ann.* 92, pag. 470.
3) C. K. Wead, *Sill. Jour.* (3) 326, pag.e 177, 188.

che nè la legge

$$a = a_0 e^{-\left(a_1 + b_1 \frac{\varepsilon' + \varepsilon''}{2}\right) t}$$

nè quella più semplice

$$a = a_0 e^{-(a_1 + b_1 a_0) t}$$

che ne resulterebbero per le ampiezze massime d'oscillazione, sono adattate per le mie ricerche; perchè la seconda è valida solamente per piccoli valori di t, e per potersene servire resterebbe sempre da determinarsi esattamente almeno l'ampiezza iniziale di vibrazione.

Anche per le oscillazioni di torsione dei fili metallici, lo Schmidt [1]) costatò che la legge di Gauss e di Weber sulla costanza del decremento logaritmico non è sempre valida, e che in generale il valore ε di quel decremento dipende dall'ampiezza e dal periodo di oscillazione, in modo che si ha

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{a}{b + T},$$

ove ε_0 è il decremento logaritmico per ampiezze infinitesime, T il periodo, e a e b costanti da determinarsi per ciascun filo. Secondo il Braun [2]) invece, pei fili elastici si dovrebbe avere

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \chi \xi^2$$

essendo ξ l'ampiezza di oscillazione, e χ una costante; ma sembra che questa relazione non sia affatto generale, e che valga solamente per i fili che furono da esso adoperati.

Il decremento logaritmico non è costante nemmeno per le oscillazioni del pendolo, per le quali secondo Gronau e Meyer [3]) si ha

$$p\,\varepsilon = \log_e\left(\frac{\varphi_0}{\varphi_p} \frac{1 + \beta\varphi_p}{1 + \beta\varphi_0}\right)$$

essendo φ_0 l'ampiezza iniziale e φ_p quella dopo p oscillazioni, e β una costante.

1) P. M. Schmidt, *Wied. Ann.* 2, pag. 252, 1877.
2) F. Braun, *Pogg. Ann.* 151, 1874.
3) O. E. Meyer, *Pogg. Ann.* 142, pag. 518, 1871.

Non conoscendo altre esperienze in proposito, volli perciò verificare in altro modo se la $(1)_1$ fosse stata abbastanza approssimata da poterla usare nelle mie esperienze, e pensai per questo di fotografare le oscillazioni del diapason facendo cadere su una striscia di carta preparata per la fotografia, che si avvolgeva su un cilindro contenuto in un' opportuna camera oscura, un fascio di luce riflesso da uno specchietto, fissato, in direzione normale alla lunghezza del rebbio, all' estremità del diapason vibrante. Se lo specchio oscillasse attorno ad un asse passante per la sua superficie riflettente, le ampiezze di oscillazione fotografate rappresenterebbero la tangente del doppio dell' angolo di rotazione dello specchio stesso; qui in vece bisogna notare che le oscillalazioni dello specchio si compiono attorno ad un asse diverso, e che le ampiezze a che figurano nella $(1)_1$ posson ritenersi misurate dalla freccia della flessione di ciascun rebbio, e quindi anche [1]) dalla tangente dell' angolo ϑ di flessione.

Ora sia AB (fig. 2) una branca del diapason, ab la posizione

Fig. 2.

di riposo dello specchietto, $a' b'$ quella relativa alla flessione ϑ; LB, L'B' sieno le direzioni, parallele fra loro, dei raggi luminosi incidenti; BD, B'C quelle dei raggi riflessi, e sia M' il punto d' incontro dei raggi riflessi stessi. Se da M' e da B si

1) Violle, *l. c.* I, pag. 444.

conducono le parallele BE, MH' alla tangente MB' all' estremità del diapason nella posizione spostata, chiamando i, i' gli angoli d'incidenza dei raggi luminosi nelle due posizioni dello specchio, e ϑ l'angolo B'MB, x l'angolo CM'D, si ha

$$\mathrm{EBG} = \vartheta = i - i' ,$$
$$\mathrm{HM'D} = i + \vartheta , \qquad \mathrm{HM'C} = i' ,$$
$$x = \mathrm{HM'D} - \mathrm{HM'C} = i + \vartheta - i' .$$

e perciò:

$$x = 2\vartheta .$$

Poichè nelle esperienze da me eseguite l'angolo ϑ è stato sempre inferiore a 2°, si può porre

$$\operatorname{tang} x = 2 \operatorname{tang} \vartheta ,$$

e perciò, se il punto M' si mantenesse fisso, l'escursione CD fotografata sulla carta FF' si potrebbe ritenere proporzionale a quella effettivamente compiuta dall'estremità libera del diapason. Ma il punto M' si muove sulla BD, e poichè, ponendo $\mathrm{M'D} = r$, $\mathrm{DC} = m$ si ha

$$r = m \operatorname{cotang} 2\vartheta ,$$

e quindi

$$dr = dm \operatorname{cotang} 2\vartheta - \frac{2m\, d\vartheta}{\operatorname{sen}^2 2\vartheta} ,$$

si vede che quando sen 2ϑ è infinitesimo, a una piccola variazione nel valore di ϑ ne corrisponde una molto grande in quello di r, e perciò le ampiezze fotografate DC non si posson sempre ritenere proporzionali alle ampiezze di vibrazione effettive.

Tuttavia si può vedere entro quali limiti quella proporzionalità è ammissibile; perchè se dal punto B' si conduce la parallela B'T alla M'D, si ha:

$$\mathrm{TC} = \mathrm{B'T} \operatorname{tang} 2\vartheta ;$$

e siccome per ampiezze di vibrazione finite e piccole del diapason si può ritenere costante la distanza B'T dall' estremità vibrante alla carta fotografica FF', e infinitesima la differenza DT fra l'ampiezza fotografata DC e il segmento TC, ne resulta che

per ampiezze di vibrazione non troppo piccole, tali cioè che rispetto ad esse il segmento DT sia sempre trascurabile, si può, con grandissima approssimazione, prendere l'ampiezza che comparisce nella $(1)_1$ proporzionale a quella fotografata.

È anche da osservare che nel fare la misura di ciascuna ampiezza fotografata, bisogna tener conto della larghezza della linea luminosa che rappresenta l'immagine mobile della fenditura posta davanti allo specchio del diapason; larghezza che colle lenti di cui dispongo non mi fu possibile di ridurre ad esser minore di $^1/_2$ mm. Per avere il valore dell'escursione effettivamente compiuta, dall'ampiezza fotografata bisogna togliere la larghezza di quell'immagine luminosa [1]. La misura delle singole ampiezze la feci mediante un compasso e una scala ticonica che permetteva di leggere i decimi di mm e di apprezzarne i ventesimi.

Nelle tavole seguenti I, II e III, che riassumono i resultati di alcune delle esperienze che feci nel modo indicato, la seconda colonna contiene le misure delle ampiezze fotografate, già corrette della larghezza della linea luminosa. Ho distinto col numero 0 la prima ampiezza fotografata, e nella colonna 4.ª è contenuta la differenza fra i logaritmi volgari della prima ampiezza a_0, e di quella della linea corrispondente.

TAVOLA I.

DIAPASON 128 v. s. Distanza dal diapason alla camera fotografica m. 1. Larghezza della linea luminosa mm. 0,8.

N. d'ordine dell'oscillazione	Ampiezza in mm fotografata a_n	$\log a_n$	$\log a_0 - \log a_n$	$\frac{\log a_0 - \log a_n}{n}$
0	20,8	1.31806		
500	18.0	1.25527	0,06279	0,0001256
1000	15.3	1,18469	·13337	1333
1500	13.5	1.13033	·18773	1251
2000	11.6	1,06445	·25361	1268
2500	·10,2	1,00860	·30946	1237

1) La differenza fra le sezioni del fascio luminoso nelle due posizioni estreme è affatto trascurabile; com'è trascurabile la differenza fra la sezione normale del fascio luminoso in D (fig. 2) e quella obliqua in C.

TAVOLA II.

DIAPASON 192 v. s. Larghezza linea luminosa mm. 0,5.

N. d'ordine dell'oscillazione fotografata	Ampiezza in mm. a_n	$\log a_n$	$\log a_0 - \log a_n$	$\frac{\log a_0 - \log a_n}{n}$
0	13,1	1,11727		
200	12,1	1,08278	0,03449	0,0001729
400	11,2	1,04921	·06806	1701
600	10,3	1,01283	·10444	1741
800	9,6	0,98227	·13500	1688
1000	9,85	0,94694	·17023	1702
1200	8,5	0,92941	·18786	1566
1400	7,8	0,89209	·22518	1609
1600	7,25	0,86033	·25694	1606
1800	6,85	0,83569	·28158	1564

TAVOLA III.

DIAPASON 256 v. s. Larghezza linea luminosa mm. 0,7

N. d'ordine dell'oscillazione fotografata	Ampiezza in mm. a_n	$\log a_n$	$\log a_0 - \log a_n$	$\frac{\log a_0 - \log a_n}{n}$
0	22,6	1,35410		
400	16,3	1,21218	0,14192	0,0003548
800	11,3	1,05307	0,30103	3763
1200	8,4	0,92427	0,42983	3582
1600	5,9	0,77085	0,58325	3645
2000	4,41	0,64433	0,70977	3549
2400	3,05	0,48429	0,86981	3624
2800	2,10	0,32221	1,03189	3542
3200	1,70	0,23045	1,12365	3511

I resultati così ottenuti mostrano una leggiera variazione del decremento logaritmico, che accennerebbe effettivamente a una legge di oscillazione diversa da quella che è rappresentata dalla $(1)_1$; ma per poter verificare ancor meglio se la $(1)_1$ poteva ritenersi applicabile o no, era necessario fotografare le ampiezze di oscillazione per un tempo maggiore di quello che feci nelle riferite esperienze, e contemporaneamente era necessario che l'ampiezza di vibrazione fosse ancor più ingrandita. Ma allora

l'uso della carta fotografica sarebbe stato scomodo e dispendioso, e perciò ricorsi a quello delle lastre di vetro del Bernaert, preparate alla gelatina-bromuro, limitandomi con queste a fotografare le ampiezze massime d'oscillazione di secondo in secondo.

Ed ecco la disposizione che adottai.

Il fascio dei raggi luminosi che avevano attraversato due fenditure orizzontali poste davanti al porta luce era raccolto da un sistema di lenti, e dopo la riflessione sullo specchio fissato al diapason andava a cadere su un diaframma D munito di una sottilissima fenditura verticale, e in corrispondenza della metà di questa fenditura. Dietro al diaframma si trovava la lastra fotografica, portata da un telaio di legno che poteva scorrere dietro la fenditura, mantenendosi ad essa sempre appoggiata. Il telaio era messo in moto dalla vite di una macchina da dividere. Davanti alla fenditura del diafragma D oscillava un pendolo a secondi, che al di sotto della massa lenticolore portava un leggerissimo diafragma di carta nera, munito di una fenditura larga 3 mm. la quale, quando il pendolo era fermo, veniva a situarsi in modo che la fenditura del diafragma D rappresentasse l'asse longitudinale della fenditura mobile. Poichè l'ampiezza di oscillazione del pendolo era di 10^c, la fenditura del diafragma D non restava scoperta che per circa $^1/_{60}$ di secondo. Alla vite che metteva in moto la lastra fotografica si faceva fare un giro completo ad ogni battuta del pendolo, e con un po' di esercizio si riusciva a regolare il movimento in modo, che quando la fenditura D era scoperta la lastra fotografica stasse quasi ferma. Il moto del pendolo era regolato con quello del pendolo astronomico n° 65 di Arnold, che si trova nella camera oscura del Liceo, ove si facevano queste esperienze. I diapason adoperati essendo quelli di 128, 192 e 256 v. s. al secondo, nel tempo che la fenditura D rimaneva scoperta potevano al più esser compiute 5 vibrazioni per la nota più acuta; talchè si può ritenere che le ampiezze fotografate siano quelle che le estremità dei diapason avevano di secondo in secondo.

Prima di servirsi delle misure fatte direttamente sulle lastre fotografiche, oltre alle avvertenze già fatte a proposito delle ampiezze di oscillazione fotografate sulla carta, bisogna tener conto di una correzione che potrebbe esser resa necessaria dalla

disposizione sperimentale adottata. In fatti in ciò che precede è supposto che la lastra fotografica, come lo era effettivamente la carta FF', sia perpendicolare alla direzione dei raggi riflessi dallo specchio nella posizione di riposo. In vece, a motivo dei tavoli e dei sostegni di cui solamente potevo disporre, fui obbligato a tenere il diapason più alto della linea di mezzo della lastra fotografica; e siccome era impossibile dare a questa una posizione diversa dalla verticale, perchè doveva esser parallela alla fenditura portata dal pendolo, così i raggi riflessi dallo specchio del diapason cadevano obliquamente sulla lastra fotografica. È necessario quindi vedere quale influenza questo fatto può avere sulla misura delle ampiezze di oscillazione.

(Continua).

RIVISTA

Comptes rendus — 1889.

1.° Semestre. (continuazione).

9, 10. — M. GOUY. *Sulle trasformazioni e sull' equilibrio in termodinamica.* — L' A. espone come il metodo da lui precedentemente impiegato, e da lui descritto nella sua nota del numero 7, qui sopra, conduca a far uso in termodinamica di una *nuova funzione*, che si riferisce immediatamente alla considerazione dei cicli. Ma la Nota è pur essa non suscettibile di un sunto.

A. POTIER. *Relazione fra il potere rotatorio magnetico e il trasporto delle onde luminose per la materia ponderabile.* — In un campo magnetico ogni molecola diviene un piccolo magnete il cui asse ha la stessa direzione della forza magnetica. Se ora nel campo magnetico si propaga un raggio luminoso, e si ammette che la materia ponderabile partecipi al movimento luminoso, avremo che *in generale*, le direzioni degl' assi magnetici oscilleranno in modo periodico.

Sia γ il coseno dell' angolo che la direzione della forza magnetica fa colla direzione del raggio luminoso; le componenti (nelle

direzioni x ed y paralelle al piano dell' onda) delle forze elettromotrici a cui danno luogo tali oscillazioni, resultano

$$P_1 = -4\pi\, \omega\, m\, h\, \gamma \eta\,, \qquad Q_1 = 4\pi\, \omega\, m\, h\, \gamma \xi\,,$$

essendo ξ e η le componenti dello spostamento di un punto del mezzo nelle direzioni x ed y; ωm il valore medio del momento magnetico delle molecole ponderabili per unità di volume; h una costante che dipende dalla natura del mezzo, o dai legami fra l' etere e la materia ponderabile.

Se ammettiamo che il mezzo sia sede di un movimento ottico ed elettromagnetico, converrà aggiungere alle forze elettromotrici indotte dalla corrente nel mezzo ambiente (vale a dire alle forze elastiche della teoria ordinaria delle ondulazioni) la forza elettromotrice dovuta alle oscillazioni degl' assi magnetici delle molecole ponderabili. Per l' aggiunta di queste forze le ordinarie equazioni della teoria elettromagnetica di Maxwell

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = k\mu \frac{d^2\xi}{dt^2}\,, \qquad \frac{d^2\eta}{dz^2} = k\mu \frac{d^2\eta}{dt^2}\,,$$

(in cui k rappresenta il potere induttore del mezzo, e μ la permeabilità magnetica) vengono mutate nelle altre

$$\frac{d^2\xi}{dz^2} = k\left(\mu \frac{d^2\xi}{dt^2} - \omega\, m\, h\, \gamma \frac{d^2\eta}{dz^2}\right)\,, \quad \frac{d^2\eta}{dz^2} = k\left(\mu \frac{d^2\eta}{dt^2} + \omega\, m\, h\, \gamma \frac{d^2\xi}{dz^2}\right)\,.$$

Queste equazioni esprimono che i raggi circolari, aventi senso inverso, si propagano con velocità differenti, ovvero che il mezzo possiede il poter rotatorio. Questo potere a parità delle altre condizioni, resulta proporzionale ad $m\gamma$, ossia, alla componente secondo il raggio luminoso della forza magnetica (Legge di Verdet).

11. — H. POINCARÈ. *Sui tentativi per una spiegazione meccanica dei principi della termodinamica* — L' A. trova soddisfacente la spiegazione dei fenomeni reversibili, partendo dai teoremi fondamentali della meccanica, data dall' Helmohltz nelle sue Memorie sui sistemi monociclici e sul principio della minima azione. Si prestano anche i fenomeni non reversibili ad una spiegazione meccanica? Ecco la questione propostaci dall' A. Per risolverla egli cerca se è possibile provare, per un sistema sottratto ad azioni esterne, la esistenza di una funzione (*la entropia*) che abbia la proprietà di andare continuamente aumentando.

Se p_a sono i parametri che individuano la situazione del sistema, H il potenziale cinetico, E l' energia, posto

$$s_a = -\frac{dH}{dp_a}\,,$$

si ha

$$\frac{dp_a}{dt}=\frac{dE}{ds_a}\,,\quad \frac{ds_a}{dt}=-\frac{dE}{dp_a}\,.$$

Se esistesse la entropia S avente la proprietà di aumentare sempre, dovrebbe aversi

$$(1)\qquad 0<\frac{dS}{dt}=\Sigma\left(\frac{dS}{dp_a}\frac{dE}{ds_a}-\frac{dS}{ds_a}\frac{dE}{dp_a}\right),$$

Ora l' A. afferma che, in certi casi, scegliendo convenientemente i legami del sistema, esiste un massimo dell' entropia, e che a questo massimo corrisponde uno stato (s_a^0, p_a^0) di equilibrio stabile del sistema. Trascurando infinitesimi del 3° ordine, nell' intorno del massimo, la S può considerarsi, a meno di una costante arbitraria, come una forma quadratica negativa delle $s_a - s_a^0$, $p_a - p_a^0$; mentre la E può considerarsi come una forma quadratica definita o indefinita. Da ciò l' A. conclude che la (1) deve essere una forma quadratica negativa. Questo resultato conduce l' A. a ritenere incompatibile il principio di Hamilton col principio dell' aumento dell' entropia, e quindi ad ammettere che i fenomeni non reversibili non possono spiegarsi partendo dai principi fondamentali della dinamica.

12. — M. Mascart. *Sull' acromatismo delle interferenze* — Il Cornu (*Comptes rendus.* 1881) studiò lo spostamento delle frange di interferenza nella luce bianca, per la interposizione di una lamina refringente nel cammino di uno dei raggi; ed ha mostrato che la nuova posizione apparente della frangia centrale non solo dipende dal ritardo ottico, ma anche dalla dispersione del mezzo interposto. Il Cornu chiamò *frangia acromatica* quella che corrisponde alla stessa fase, per i colori più importanti dello spettro. Lo Stokes aveva già verificato quel fatto, e che la osservazione delle frange attraverso di un prisma di piccolo angolo produce uno spostamento apparente della frangia di simmetria.

L' impiego di un prisma ha inoltre un altro effetto. Nello stesso tempo in cui la refrazione cangia la direzione apparente delle frange dei diversi colori, essa ne modifica l' apertura angolare in modo ineguale; e la sovrapposizione dei sistemi relativi a lunghezze d' onda vicine, allora è molto più perfetta che nel fenomeno primitivo, onde si può distinguere un numero considerevole di frange, da un lato e dall' altro di quella che è acromatizzata. Così osservando attraverso un prisma gli anelli prodotti da una lamina di aria fra due vetri, Newton ne vide più di quaranta, e le apparenze sono allora analoghe a quelle osservate con la luce omogenea.

La Nota contiene la spiegazione analitica di queste particolarità.

A. POTIER. *Sulla polarizzazione elittica per riflessione vitrea.* — Questa Nota è un sunto fatto dall' A. di una sua Memoria presentata all' Accademia. La polarizzazione elittica della luce riflessa dai corpi trasparenti, fu spiegata dal Cauchy supponendo delle onde longitudinali evanescenti; ma questa teoria conduce a certe relazioni fra i coefficienti di elitticità di tre corpi, presi due a due, che non furono verificate dal Jamin e dal Quincke.

Si spiega altresì quella polarizzazione elittica, ammettendo una modificazione progressiva benchè rapida, delle proprietà del mezzo in prossimità della superficie di separazione; e questo è ciò che fu fatto dal Lorentz, ammettendo le formule del Fresnel per la riflessione e la refrazione tra due strati infinitamente sottili (*Ann. Pogg.* t. CXI).

Ora l' A. sviluppa in quella Memoria una teoria, della quale egli pubblicò i principi nel periodico dell' *Association française pour l' avancement des Sciences*, 1873.

Ci limitiamo a questi cenni; e solo dobbiamo aggiungere che l' A. arriva ad una formula che mostra un aumento rapido della elitticità della luce riflessa, a misura che diminuisce la lunghezza d' onda; mentre che la teoria del Cauchy conduce ad una elitticità costante. Il Cornu comunicò all' A. i resultati di alcune sue esperienze inedite e relative alla riflessione dei raggi ultra-violetti; e siccome quei resultati verificano quella variazione rapida di elitticità l' A. si decise a pubblicare la sua teoria.

13. — MARCEL DEPREZ. *Sulla regolarizzazione della velocità di una dinamo-elettrica, che serve da ricettrice in una trasmissione di forza per la elettricità.* — L' A. ricerca in quali condizioni può esser mantenuta costante la velocità della ricettrice, vale a dire indipendente dalla grandezza del lavoro motore che la ricettrice può sviluppare in un solo giro, supponendo la generatrice animata da una velocità costante; e trova che generalmente il problema ha una soluzione. La Nota interessa la pratica di tali macchine.

P. DUHEM. *Sulla trasformazione e l' equilibrio nella termodinamica.* — La *nuova funzione* della quale parlò il Gouy (*Comptes rendus* 10-1889) è definita dalla formula

$$E = E(U - TS) + W,$$

E essendo l' equivalente meccanico del calore, U la energia interna, T la temperatura assoluta, S la entropia, W il potenziale delle forze esterne, e il Gouy osservò che, in certi casi, quella funzione si riduceva al potenziale termodinamico. Ora, dice il Duhem, se ci si riferisce alla definizione da me data a questa

quantità (*Il potenziale termodinamico*, p. 8) si vede che io pongo, per definir questa funzione, la eguaglianza

$$\Omega = E(U - TS) + W,$$

e che è dunque identica a quella del Gouy. A questa osservazione il Duhem ne aggiunge un'altra ancora, che come la prima, conduce a concludere che quella *funzione* del Gouy, non era nuova.

H. PELLAT. *Sulla differenza di potenziale al contatto di un metallo e di un sale dello stesso metallo.* — Quando un metallo liquido, p. es. il mercurio, scola entro un elettrolite, ed un filo conduttore riunisce il metallo liquido nel fondo del vaso al metallo stesso che esce dal foro di eflusso, si ha nel filo una corrente elettrica. Se il metallo che scola è isolato, esso prende un potenziale costante, diverso da quello nel fondo, e la differenza fra i due potenziali è 0,52 in Volt se il mercurio scola entro una soluzione di solfato di zinco. Una pila così fatta, ha una forza elettromotrice diversa da quella che avrebbe se l'elettrode liquido fosse immobile.

L'A. ammette che il metallo che cade in goccie in un elettrolite prenda lo stesso potenziale di quest'ultimo, perchè, fino a che ha luogo la differenza di potenziale, ogni goccia è carica di elettricità, e l'elettrolite della elettricità contraria; e le goccie togliendo al metallo che scola una delle due elettricità, il potenziale di questo varia fino a che sia uguale a quello dell'elettrolite. Allora la differenza di potenziale fra il metallo immobile e quello che scola, è la differenza di potenziale fra l'elettrolite e il metallo immobile. L'A. la chiama *differenza di potenziale normale.* Le esperienze dell'A. mostrano che « *la differenza di potenziale normale fra un metallo e la soluzione di un sale di questo metallo in contatto con lui è nulla.* I metalli liquidi esperimentati, furono il mercurio, l'amalgama liquido di rame e quello di zinco, preparati puri per elettrolisi. Questi amalgami funzionano in una pila come il rame e lo zinco solidi.

P, M ed M' siano i metalli dei poli e di ognuno degli elettrodi di una pila del tipo Daniell, ed S ed S' le dissoluzioni dei sali dei metalli M ed M', sali dello stesso acido. Si avrà per la forza elettromotrice E di questa pila

$$E = P/M + M/S + S/S' + S'M' + M'P;$$

ma avendosi secondo Volta $M'/P + P/M = M'M$, e, secondo la legge enunciata, $M/S = S'M' = 0$, si avrà $E = S/S' + M'/M$. Dunque la E di un tipo Daniell è uguale alla differenza di potenziale che esisterebbe fra i due metalli che formano gli elettrodi se fossero direttamente a contatto, più quella dei due liquidi

a contatto. Siccome la E del tipo Daniell è proporzionale alla quantità di calore svolta dalla sostituzione del metallo dell' anodo al metallo del catode, in un sale dello stesso acido, resulta che « la differenza di potenziale di due sali, dello stesso acido e di metalli differenti, a contatto, aumentata della differenza di potenziale di quei metalli messi a contatto, è proporzionale alla quantità di calore svolta dalla sostituzione di uno dei metalli all' altro nel sale dell' acido considerato ». Così la teoria del contatto è d' accordo con la teoria chimica della pila, senza supporre che la sede della forza elettromotrice sia nella superficie di contatto fra il metallo attaccato e il liquido, cosa inesatta.

E. Mercadier. *Sulla telefonografia.* — Si tratta della trasmissione a distanza in una linea telegrafica, dei suoni e parole per così dire incrostate dallo stile del fonografo sul cilindro dell' apparecchio, che nell' antico modello è ricoperto da una foglia di stagno, e nel nuovo da uno strato di una cera speciale. L' A. scelse un antico modello a foglia di stagno, sostituendo al cornetto che serve a parlare, un telefono o un microfono. Facendo uso del telefono gli si toglie il diafragma e lo si avvita alla montatura del fonografo, in modo che i poli del magnete del telefono siano vicinissimi alla membrana in ferro del fonografo, la quale serve da diaframma telefonico. Facendo uso del microfono, si dispongono come è d' uso, tre o quattro carboni sopra un disco di abete, e si aggiusta alla montatura del fonografo, in modo che i carboni siano vicinissimi alla membrana. Naturalmente, l' uso del microfono richiede una pila ed un rocchetto di induzione.

Per le esperienze, si avvita al fonografo il cornetto acustico, e si marcano sulla foglia di stagno le parole pronunciate fortemente; poi, si sostituisce al cornetto il telefono o il microfono, ponendo nel circuito due telefoni che servono da ricettori. Facendo passare lo stile del fonografo sulle traccie impresse nella foglia di stagno, le vibrazioni dello stile e della membrana producono nel telefono trasmettitore i noti effetti, così come nel microfono, in virtù della trasmissione delle vibrazioni della membrana all' aria che circonda i carboni. Così si intendono nei telefoni le parole pronunciate dapprima nel fonografo. La introduzione di grandi resistenze nel circuito non cangia notabilmente le intensità degli effetti.

F. Beaulard. *Sulla doppia refrazione del quarzo.* — In una direzione obliqua all' asse, il quarzo presenta la doppia refrazione elittica. Airy immaginò che i due raggi circolari di Fresnel si trasformassero in due vibrazioni di girazioni opposte, secondo due elissi simili, i di cui grandi elissi fossero ad angolo retto e bitangenti alle estremità di uno degl' assi. Un certo numero di teo-

rie matematiche sono state, come è noto, pubblicate su questo soggetto; ed ora l' A. ne ha intrapreso lo studio, con un metodo che egli crede di grande precisione.

Un raggio polarizzato rettilineamente cade sopra un grosso cubo di quarzo tagliato normalmente all' asse, in modo che il piano di incidenza sia nella sezione principale che qui supporremo orizzontale. Se $\delta : 2\pi$ è il ritardo in lunghezza d' onda delle due vibrazioni elittiche di Airy, che si propagano con velocità ineguali, e se K ed $1 : K$ sono i rapporti degl' assi di quelle elissi, si ha all' escita dal quarzo una vibrazione elittica ove il rapporto fra gli assi è $\tang \alpha$, e che presenta per la sua componente verticale e la componente orizzontale, una differenza u di fase. Se si fa $K = \tang \varepsilon$, a seconda di che la vibrazione incidente è verticale od orizzontale o a 45° si hanno i sistemi seguenti di equazioni.

$$(1) \qquad \cos\frac{\delta}{2} = \cos u \,.\, \operatorname{sen}\alpha\,, \quad \operatorname{tang} 2\varepsilon = 1 : \operatorname{sen} u \,.\, \operatorname{tang}\alpha\,,$$

$$(2) \qquad \cos\frac{\delta}{2} = \cos u \,.\, \cos\alpha\,, \quad \operatorname{tang} 2\varepsilon = \operatorname{tang}\alpha : \operatorname{sen} u\,,$$

$$(3) \qquad \cos\delta = \cos u \,.\, \operatorname{sen} 2\alpha, \quad \operatorname{tang} 2\varepsilon = 1 : \operatorname{sen} u \,.\, \operatorname{tang} 2\alpha\,.$$

Secondo queste formule giova che u sia vicino a $\pi : 4$, e per conseguenza l' impiego, come compensatore, di una mica quarto d' onda pel giallo, e graduata per le altre radiazioni col noto metodo (*Journ de Phy.* 1885, p. 267).

L' apparecchio si compone di un polarizzatore, del cubo di quarzo sopra un limbo graduato, della mica quarto di onda con l' asse nel piano di incidenza o nella regione perpendicolare, e di un spettroscopio che ha davanti alla fenditura un analizzatore munito di un limbo verticale.

Si mira una data radiazione, una linea nota, che si isola per mezzo di una fenditura oculare, e si inclina il quarzo in modo da condurre una frangia nera su quella linea. Per questa radiazione, u è determinato dalla mica. Dietro la fenditura dello spettroscopio, si pone una lamina sottile di quarzo a due rotazioni, la di cui linea di separazione è normale alla fenditura, e allora la frangia ha due parti inegualmente oscure; che si arriva a renderle uguali per mezzo dell' analizzatore; e così si determina α. L' A. dirà in seguito i resultati ottenuti.

14. — E. H. AMAGAT. *Determinazione diretta, ossia senza far uso di formule, della compressibilità del vetro, del cristallo e dei metalli.* — Importava all' A. per le sue esperienze sui liquidi e sui gas, di sapere se per grandi pressioni la compressibilità del vetro diminuisce notevolmente. Seguì il metodo del Buchanan e

Tait. Un tubo della sostanza studiata, da ogni parte compresso dall' acqua ove è immerso, si raccorcia e se ne misura l' accorciamento; ma l' A. modificò l' apparecchio, rendendolo più esatto. Le esperienze furono estese fino a 2000 atmosfere, ad una temperatura media di 12°. Trovò che quella diminuzione era appena sensibile, e presenta un quadro numerico dei resultati.

A. POTIER. *Sulla differenza di potenziale dei metalli a contatto.* — La origine di quella differenza, ossia delle cariche che si manifestano quando si riuniscono con un circuito metallico i due dischi di metalli differenti, diede origine a lunghe discussioni; seguendo alcuni le idee di Volta ed altri attribuendo il fatto ad azioni chimiche. L' A. comincia la sua Nota esponendo diverse sue considerazioni, nelle quali rammenta i resultati da lui pubblicati in altra sua Nota recente; e poi passa ad esprimere analiticamente la differenza apparente di potenziale al contatto, concludendo che se i due metalli hanno uguali cariche elettriche, la forza elettromotrice deve essere uguale alla differenza di potenziale osservata nell' aria. Passa quindi a considerare i fenomeni elettro-capillari scoperti dal Lippmann, l' effetto Peltier ed i fenomeni termoelettrici, ma disgraziatamente un completo e breve sunto di questa Nota non sarebbe possibile.

J. BORGMAN. *Sui fenomeni actinoelettrici.* — Ripetendo le note esperienze di Hallwachs sulla influenza della luce elettrica sulla variazione del potenziale negativo di un disco di zinco situato nell' aria, l' A. osservò che quella variazione non era uniforme. La perdita di elettricità negativa era lenta nel principio della illuminazione, aumentava in seguito; e cessata la illuminazione la variazione del potenziale continuava per qualche tempo, apparendo una influenza della durata della illuminazione. Qui l' A. rammenta sommariamente le esperienze dello Stoletow, del Righi, Bichat, Blondlot, Wiedemann ed E. Bert. Se l' apparire e lo sparire della corrente in un circuito contenente due lamine metalliche, delle quali una ha delle aperture pel passaggio della luce e l' altra è piena, la prima comunicando col polo positivo e la seconda col negativo della pila, hanno luogo istantaneamente, od almeno con gran velocità, al principio ed alla fine della illuminazione, allora adoprando il telefono invece del galvanometro, e ponendo davanti all' arco voltaico un disco opaco tagliato in settori, e rotante rapidamente, si dovrebbe avere dal telefono un suono, che non si udirebbe se quell' effetto non fosse istantaneo; ed è quest' ultima cosa che è verificata dalla anzidetta esperienza. Nulladimeno il telefono è percorso da una corrente, perchè vi si sente un colpo acuto, nell' istante della chiusura del circuito,

quando la illuminazione della lamina negativa si fa senza interruzione.

E. MERCADIER. *Sulla intensità degli effetti telefonici.* — Quella intensità dipende da molte cause, e l' A. ha cominciato con lo studiar la influenza della grossezza del diaframma, e per una stessa variazione del campo magnetico. La membrana era serrata in una montatura di ebanite per isolarla; a per evitare i rinforzi dovuti ai suoni armonici, non gli faceva produrre un suono musicale, ma invece un rumor secco. Faceva uso di un amper-metro a milliamper e si teneva costante la corrente. Si esperimentarono diciotto diaframmi di ferro, di grossezze varianti da 0,148 a 2 millimetri. La Nota contiene il disegno della curva che per ascisse ha le grossezze e per ordinate le intensità. Il telefono riproduceva il rumor di un metronomo posto a distanza. Il coperchio del telefono aveva un piccol foro, in modo che le onde sonore a cui dava escita si potevano considerare come sferiche. Nelle esperienze, si allontanava il telefono dall' orecchio fino a che la intensità del romore fosse nulla, e si misurava la distanza. Il resultato generale è che per ogni telefono di dato campo magnetico, vi ha una grossezza tale del diaframma di ferro, che produce il massimo effetto. X.

SUNTI di A. STEFANINI.

Annalen der Phys. und Chem. von G. Wiedeman.
Vol. XXXIII-XXXIV — 1888.

XXXIII. (Continuaz.). F. STENGER. *Sulla misura assoluta dei campi magnetici.* — Un piccolo rocchetto è sospeso bifilarmente a due fili che servono anche da reofori. Le spire son verticali e parallele alle linee di forza orizzontali del campo. Se una corrente i percorre il rocchetto, e determina una deviazione α, che si misura col metodo di Gauss, se si chiama f la superficie racchiusa dalle spire e D la forza direttrice della sospensione, la forza F del campo è:

$$F = \frac{D \tang \alpha}{f i} .$$

La D e la f si deducono dalle dimensioni e dal peso dell' apparecchio; i si misura con una bussola delle tangenti, il cui coefficiente di riduzione è determinato giornalmente col voltametro a argento.

Il vantaggio che questo metodo ha su quelli usati per l' innanzi consiste nel poter far la lettura delle deviazioni permanenti

e di usare correnti deboli (0,01 amp.). Il metodo poi è molto sensibile: così in un campo di 320 C. G. S. la deviazione α fu di 250 parti della scala, con una corrente di 0,01 amp. Possono quindi farsi comodamente delle determinazioni a meno di 1 p. $^0/_{00}$.

G. Tammann. *Sul metodo dinamico per la determinazione della tensione dei vapori.* — Per ovviare alle difficoltà che s' incontrano nella determinazione diretta della tensione dei vapori emessi a basse temperature dalle soluzioni saline, l' A. ha applicato il metodo dinamico già usato da Regnault per l' acqua. Regnault saturava di vapore un dato volume, faceva poi assorbire il vapore dall' acido solforico, e confrontava il peso del vapore così trovato con quello che si deduceva dal calcolo.

Applicando questo metodo, opportunamente modificato, alla determinazione della tensione del vapor acqueo che si svolge dagli idrati metallici, l' A. riconobbe che esso non conduce a resultati attendibili, e manifesta dei dubbi anche sui resultati ottenuti dal Müller-Erzbach col metodo indicato già in questo Giornale (*N. Cim.* 18, pag. 80; 20, pag. 160); perchè i valori ottenuti da Müller-Erzbach sono sempre molto più piccoli di quelli ottenuti col metodo statico da altri osservatori.

Da tutto quanto è esposto in questo lavoro resulta poi che la tensione del vapore, emesso da un cristallo, dipende dallo stato fisico delle sue faccie.

Ketteler. *Ricerche sperimentali sul potere rifrangente dei liquidi entro limiti molto estesi di temperatura.* — Come fece già notare in altri lavori (*N. Cim.* XXIV, pag. 85) l' A. osserva che non si posson ritener verificate dall' esperienza nè la legge di Gladstone, nè quella di Jamin, nè quella di Lorenz. Ora egli ha sottoposto a verificazione sperimentale la formula da esso proposta altra volta, cioè

$$\frac{n^2-1}{d}(1-\beta d)=\mathrm{M}, \tag{1}$$

nella quale n è l' indice di refrazione, d la densità, β il volume che aquisterebbe l' unità di massa ponderabile se la materia fosse continua, cioè $1/d-\beta$ rappresenta il volume dell' etere intramolecolare, ed M è una funzione molecolare dipendente dalla costituzione della sostanza. Osservando che M decresce colla temperatura, che il suo valore M_f per lo stato liquido è maggiore di quello M_g per lo stato gasoso, pel quale diviene, al limite, indipendente dalla temperatura, e che la differenza $\mathrm{M}_f-\mathrm{M}_g$ è sempre piccola, l' A. ritiene che possa porsi la variazione di tal differenza proporzionale alla variazione dt della temperatura, cioè

$$d(\mathrm{M}_f-\mathrm{M}_g)=-k(\mathrm{M}_f-\mathrm{M}_g)\,dt$$

con k costante; talchè la forma di M sarebbe

$$M = C\,(1 + a\,e^{-kt})$$

essendo a una nuova costante, e $C = M_g$ la costante relativa allo stato gasoso.

Allora la formula (1) si può scrivere

$$(n^2 - 1)\,(v - \beta) = C\,(1 + a\,e^{-kt}), \tag{2}$$

ovè si è posto $1/d = v$.

Per verificare questa formula l'A. ha fatto molte determinazioni per le luci del sodio, del litio e del tallio a diverse temperature, sia per l'acqua distillata, sia per l'alcole etilico; e ha trovato che effettivamente i resultati sperimentali son benissimo rappresentati dalla (2).

Per l'acqua l'A. ha trovato due sistemi di costanti cioè:

	a	β	h
I)	0,00246	0,20271	0,02290
II)	0,05617	0,15999	0,000937

e per l'alcole etilico il sistema

a	β	h
0,07748	0,200	0,002215

I valori di queste costanti valgono per qualunque lunghezza d'onda, mentre i valori di C variano colla refrangibilità dei raggi, e si ha

	C_{Li}	C_{Na}	C_{Tl}
per l'acqua	0,61574	0,62035	0,62433
» l'alcole	0,84193	0,84750	0,85249

Proseguendo questi studi, dopo la pubblicazione della Memoria di Zehnder sull'influenza della pressione sull'indice di refrazione dell'acqua (vedi pag. 187), il Ketteler ha potuto riconoscere (*Wied. Ann.* XXXV) che il significato e il valore di β nella sua formula (2) sono indipendenti dalla forma della funzione che si possa prendere per rappresentare la M.

Infatti lo Zehnder, come già il Quincke (*N. Cim.* XV, p. 85), trovò che la sola legge di Gladstone

$$(n - 1)\,v = c$$

è verificata dalle esperienze sulle variazioni di pressione; e se nella

$$(n^2 - 1)\,(v - \beta) = C$$

si suppone C costante, differenziando rispetto a v e ponendo per dv il valore

$$dv = -\mu\,v\,p$$

essendo μ il coefficiente di compressibilità e p la pressione, si ottiene

$$dn = \frac{\mu v}{2n} \frac{n^2 - 1}{v - \beta} p \, .$$

Ponendo ora

$$p = 1 \qquad dn = n_1 - n$$

si ha

$$\frac{n_1 - n}{n - 1} \frac{2n}{n + 1} \frac{v - \beta}{v} = \mu \, ,$$

e quindi μ può calcolarsi mediante esperienze ottiche. Se di più si pone, secondo Landolt

$$\frac{n_1 - n}{n - 1} = \mu' \, ,$$

dalle precedenti si ottiene

$$\frac{\beta}{v} = \beta \, d = 1 - \frac{\mu}{\mu'} \frac{n + 1}{2n}$$

e così conoscendo μ/μ' e l' indice medio n si può calcolare β. Dalle esperienze di Quincke e di Zehnder, per l' acqua si ottiene così per β il valor medio $\beta = 0{,}12$ che coincide molto con quello del secondo sistema di valori ($\beta = 0{,}16$) ottenuto dal Ketteler.

Coll' aiuto delle formule precedenti il Ketteler ha calcolato, dai resultati del Quincke, i valori di β per diversi liquidi, e ha trovato che β cresce con μ, mentre d diminuisce al crescere di μ.

Il Ketteler eseguì anche delle esperienze sul solfuro di carbonio e trovò che per esso vale, meglio della (2), l'altra relazione

$$(n^2 - 1) \; (v - \beta) = \text{costante}$$

e che la dispersione $(n_a^2 - 1) / (n_b^2 - 1) - 1$ diminuisce al crescere di n.

H. J. OESTING *Due metodi per ottenere le curve di vibrazione di* Lissajous. — Per ottener le figure di Lissajous per le vibrazioni di torsione, l' A. fissa uno specchio nel mezzo di un filo teso orizzontalmente, e un altro nel mezzo di un filo teso verticalmente. Con dei pesi mobili e con la tensione dei fili si può fare in modo che i due specchi compiano vibrazioni le cui durate e le cui fasi stieno in un rapporto determinato; e si capisce che se un fascio di luce si riflette prima su uno specchio e poi sull'altro, su uno schermaglio ove si raccolga il fascio dopo le due riflessioni si otterranno le curve di Lissajous.

Queste curve si possono anche ottenere per le oscillazioni pendolari, fissando uno specchio orizzontale a un pendolo fissato al centro di una sospensione cardanica. Se il cerchio esterno della sospensione porta appesi, all'estremità del diametro attorno a cui oscilla il cerchio esterno, due pendoli, quando questi oscillano insieme a quello interno, un fascio di raggi luminosi, riflessi dallo specchio, disegna sul soffitto le figure di Lissajous.

C. DIETERICI. *Su una determinazione dell' equivalente dinamico del calore, e sul calorico specifico dell' acqua.* — L' A. si è servito di un filo metallico percorso da una corrente elettrica, di cui misurava l' intensità mediante un voltametro a argento, e contenuto in un calorimetro a ghiaccio di Bunsen. Usando i valori recentemente stabiliti per l' ohm legale e per l' equivalente elettrochimico dell' argento, e ammettendo che occorrano 79,87 calorie medie per fondere un Cg di ghiaccio, l' A. ha ottenuto per l' equivalente dinamico del calore il numero

$$(424{,}36 \pm 0{,}17)\ 10^5 \, . \, g \, . \, cm^2 \, / \, sec^2 \, .$$

Quanto alla dipendenza del calore specifico dell' acqua dalla temperatura, l' A. confronta fra loro i resultati ottenuti da diversi sperimentatori, e dice che il calorimetro a ghiaccio di Bunsen non si presta a ricerche esatte di questo genere, a motivo degli errori che si hanno, nelle letture, per lo scambio di calore coll' esterno.

Dalle esperienze eseguite per la determinazione dell' equivalente dinamico del calore l' A. ha ottenuto i seguenti valori per il calore specifico dell' acqua:

temp.	*cal. spec.*	*temp.*	*cal. spec.*
0	1,	60	1,0057
10	0,9943	70	1,0120
20	0,9893	80	1,0182
30	0,9872	90	1,0244
40	0,9934	100	1,0306
50	0,9995		

Il calore specifico medio dell' acqua fra 0 e 100° sarebbe quindi

$$c_m = 1{,}0045 \, .$$

A. WINKELMANN. *Dipendenza fra l' evaporazione e la pressione esterna.* — È nota la legge di Dalton, secondo la quale la quantità di vapore è proporzionale alla sua tensione massima p, e inversamente proporzionale alla pressione esterna P. Stefan ha

invece dedotto, dalla sua teoria dell' evaporazione, che la quantità di vapore è data dall' espressione

$$\log_e \frac{P - p'}{P - p}$$

se p' è la tensione effettiva del vapore nell' aria.

L' A. ha sottoposto la legge di Stefan a una nuova verificazione, facendo variare la pressione P esterna, e ha trovato che quella legge è conforme ai resultati sperimentali; ciò che non è della legge di Dalton.

K. R. Koch. *Sulla dispersione dell' elettricità da un corpo incandescente.* — Molte esperienze sono state fatte per riconoscere se le due specie d' elettricità sono ugualmente disperse dai corpi incandescenti, ed è stato stabilito che l' elettricità positiva è da essi dispersa molto più di quella negativa.

Il Koch ha fatto nuove esperienze su questo soggetto, con due metodi diversi, determinando cioè la diminuzione della carica di un filo reso incandescente galvanicamente, e determinando il potenziale elettrico dell' aria che circonda un tal filo caricato di elettricità.

In ambedue i modi ha trovato che infatti la dispersione è più rapida per l' elettricità positiva che per quella negativa a temperature vicine a quella del rosso vivo; pel calor bianco molto intenso la dispersione è uguale per le due elettricità.

Questi resultati sono indipendenti dalla natura e dalla pressione del gas che circonda il corpo elettrizzato.

A. v. Ettingshausen e W. Nernst. *Sul contegno termico e galvanico di alcune leghe di stagno e bismuto in un campo magnetico.* — É noto che l' aggiunta di poco stagno al bismuto cambia moltissimo la posizione del bismuto nella serie termoelettrica, tanto che una lega che contiene il 6 % di Sn è positiva coll'antimonio. Gli A. hanno perciò voluto determinare l' effetto termomagnetico anche nelle leghe Bi Sn, insieme alle differenze di temperatura che si presentano agli orli di una lastra percorsa da una corrente galvanica, per riconoscere se v' ha dipendenza fra' due fenomeni, o fra essi, il fenomeno di Hall, e l' aumento apparente di resistenza che il bismuto e le sue leghe presentano in un campo magnetico.

Gli A. hanno trovato dapprima che la resistenza elettrica di tutte le leghe Bi Sn cresce colla temperatura (fra 0 e 30°), mentre pel bismuto avviene il contrario. La conduttività diminuisce moltissimo per l' aggiunta di poco stagno, e poi aumenta di nuovo.

Per tutte le leghe fu trovata normale la direzione della f. e. m. termomagnetica; cioè si passa dal punto d' ingresso della cor-

rente calorifica a quello della corrente termomagnetica nella lastra, rotando in senso opposto a quello che ha la corrente magnetizzante.

Per una differenza di temperatura fra due lati di una lastra, si osserva poi che si arriva sempre dal punto d'ingresso della corrente al lato riscaldato con un movimento dello stesso senso della corrente che produce il campo magnetico.

Un resultato notevole è poi questo: che mentre il bismuto e lo stagno hanno ambedue nel fenomeno di Hall un poter rotatorio R negativo, le loro leghe hanno R positivo o negativo a seconda dell' intensità del campo magnetico, e le leghe con molto stagno hanno in generale R positivo. Ciò farebbe supporre che si avesse a che fare con la sovrapposizione del fenomeno di Hall ad un fenomeno opposto non ancora studiato.

Da tutti questi fatti sembra che si possa concludere che una corrente galvanica trasporta con sè del calore, e che inversamente una corrente termica produce una f. e. m. come il Kohlrausch aveva supposto per spiegare i fenomeni termoelettrici.

A. Foeppl. *Sulla conduttività del vuoto.* — L' A. ha cercato se in una spirale fatta con tubo di vetro e dalla quale si toglieva l' aria con una pompa a mercurio, si potevano ottenere delle correnti d'induzione, osservando se un'altra spirale simile, nella quale avrebbe dovuto circolare la corrente indotta nella prima, agiva o no su un ago magnetico, od osservando se si manifestavano dei fenomeni luminosi in un tubo vuoto che comunicava con la spirale indotta.

I resultati negativi di queste ricerche, e la valutazione delle f. e. m. adoprate, mostrano che, ammettendo che anche qui sia applicabile la legge di Ohm, la resistenza specifica del vuoto dovrebbe essere: in un caso maggiore di 3 milioni di volte, e nell' altro di 4400 volte quella del rame. Perciò l' A. ritiene che il vuoto non sia un buon conduttore, come ammettono Edlund e Goldstein.

L' Edlund, nel vol. XXXIV di questi annali, fa peraltro osservare che tali deduzioni non sono accettabili, perchè molti fatti fanno ritenere che ai gas non sia applicabile la legge di Ohm. Per i gas infatti, egli trovò che invece della formula $i = e/(m+n)$ che vale per i solidi, deve usarsi l' altra $i = (e-n)/m$, se n è la parte di resistenza che spetta alla colonna d' aria, e la validità di questa formula fu confermata dalle esperienze di Warren de la Rue e Müller. Dalle considerazioni del Foeppl, secondo l' Edlund si dovrebbe invece concludere che il potere induttivo dei gas è minore di quello dei conduttori.

A queste osservazioni dell' Edlund il Foeppl replicò dicendo che l' accennata spiegazione delle sue ricerche contradirebbe o all' esperienza, o al principio della conservazione dell' energia; perchè dalla seconda legge della termodinamica si deduce che il potere induttivo in misura assoluta è uguale a 1 per tutti i conduttori, purchè si ammetta che le forze ponderomotrici fra le correnti chiuse non dipendano dalla natura dei circuiti, sieno essi solidi o aeriformi; e questo in fatti fu confermato da H. Hertz (*Wied. Ann.* 19, 1883).

G. H. v. Wyss. *Su un nuovo metodo per determinare il poter rotatorio delle sostanze attive, e su un caso di dispersione anormale.* — L' innovazione consiste nell' uso di un apparecchio di polarizzazione a penombra di Lippich, come quello che fu descritto dal Köpsel (*N. Cim.* XX, 165) e nell' uso di luce monocrometrica ottenuta con uno spettroscopio di Steinheil.

L' olio di trementina che l'A. prese dapprima a studiare, presentò una dispersione anormale, perchè il suo poter rotatorio presenta un massimo per $\lambda = 565{,}3$ mentre è noto che dovrebbe crescer continuamente col diminuire della lunghezza d' onda. Ciò fece sospettare che l' olio adoperato fosse un miscuglio di due sostanze dotate di poteri rotatori opposti; e in fatti l' A. potè procurarsi dei campioni di olio destrogiro e di quelli di olio levogiro, dal cui miscuglio in proporzioni opportune ottenne un olio che si comportava come il primo che fu studiato.

L' uso del polarizzatore a penombra si raccomanda specialmente per studiare l' influenza che sul potere rotatorio possono avere la temperatura, la concentrazione delle soluzioni, la magnetizzazione ecc.; perchè è allora che è necessario di poter determinare il poter rotatorio per fasci di raggi di lunghezza d' onda ben determinata.

Nel vol. XXXVI il Lippich fa osservare che il principio sperimentale usato dal v. Wyss è identico a quello, che egli adoprò fino dal 1885, e che descrisse nella sua Memoria sui metodi polaristrobometrici (*Wien. Ber.* 91, 1885).

K. Olszewski. *Spettro d' assorbimento dell' ossigeno e dell' aria allo stato liquido.* — Con uno strato di circa 12 mm. di ossigeno liquido alla pressione atmosferica e alla temperatura di — 181°,4, e con uno spettroscopio di Vierordt, l' A. ha osservato le righe seguenti d' assorbimento:

nel ranciato da $\lambda = 634$ a $\lambda = 622\ \mu$
» giallo » 581 » 573 »
» verde per $\lambda = 535\ \mu$
» bleu da $\lambda = 481$ a $\lambda = 478\ \mu$.

Nell' aria liquida alla pressione ordinaria e a — 191°, non si hanno nuove righe d' assorbimento, come sarebbe stato da aspettarsi, e quelle nel ranciato e nel giallo son da principio assai deboli e rinforzano quando, per la continua ebollizione, il liquido resta meno ricco di ossigeno.

Le righe che lo spettro dell' ossigeno mostra nel ranciato e nel giallo coincidono con quelle telluriche osservate da Angström nello spettro solare, ma non si può dire che quelle di Angström sien dovute precisamente all' ossigeno.

J. Puluj. *Apparecchio per la caduta dei gravi* — È un tubo di Newton, che ha nel coperchio un' elettrocalamita. I corpi cadenti sono una sferetta di ferro di 15 mm. di diametro, e una leggerissima molla d' acciaio. Fatto il vuoto, si portano i pezzi di ferro a contatto dell' elettrocalamita; e quando il tubo è verticale si apre il circuito della corrente, e così è assicurato che i due corpi comincino a cadere nello stesso istante.

F. Stenger. *Sullo spettro d' assorbimento di un corpo.* — L' A. comincia dal far distinzione fra la molecola chimica e quella fisica, dacchè le più piccole particelle dei corpi, nel significato che si adopra nella fisica, non sono identiche con la molecola fisica; ma in generale questa si ritiene formata dall' unione intima di più molecole chimiche. Nello stato gasoso la molecola fisica potrà identificarsi con quella chimica; ma a basse temperature e a pressioni elevate si deve ammettere necessariamente l' esistenza di molecole più complicate.

Tenendo conto di questa distinzione, l' A. stabilisce che l' assorbimento della luce è determinato essenzialmente dalla grandezza delle molecole fisiche. Soltanto allorchè per il cambiamento di stato, o per la soluzione, le molecole di una sostanza cambiano dimensione, si osserva un cambiamento nello spettro d' assorbimento; e viceversa ogni variazione nel carattere dello spettro si può ritenere che accenni a variazioni nelle molecole fisiche.

Gli spettri di assorbimento di uno stesso corpo non si potranno perciò confrontare fra loro altro che nei casi in cui l' aggregazione molecolare sia la stessa.

Circa gli spettri d' assorbimento era stata stabilita da Kundt la regola che le righe d' assorbimento di una sostanza disciolta in un fluido, privo di colore, si avvicinano tanto più al rosso, quanto maggiore è la refrazione e il potere dispersivo di quel solvente. L' A. ha trovato che questa legge è vera soltanto per quei solventi incolori nei quali le molecole fisiche sono uguali.

A v. Ottingen e A. v. Gernet. *Sulla esplosione del miscuglio detonante.* — Da una numerosa serie di esperienze e dalle fotografie dei fenomeni osservati con uno specchio ruotante, gli

A. hanno potuto stabilire il carattere decisamente oscillante dell' esplosione; ma non è possibile riassumere brevemente i metodi adoprati in quelle ricerche.

E. Lecher. *Sulla forza controelettromotrice nei fenomeni luminosi galvanici.* — È una critica delle esperienze e delle conclusioni dell' Edlund sulla f. e. m. che si ha nelle scintille elettriche e nell' arco voltaico; dalla quale, e dalle proprie esperienze, l' A. conclude che la f. e. m. delle scintille è fisicamente molto inverosimile, e che le prove che ne addusse l' Edlund non sono valide; e quanto all' arco voltaico, l' A. osserva che l' esistenza di una forza controelettromotrice non è stata finora dimostrata direttamente, e che la differenza di potenziale agli elettrodi dipende dalla temperatura. L' A. fa anche notare che se il catodo è di ferro o di platino, la scarica è discontinua.

W. C. Röntgen e J. Schneider. *Sulla compressibilità dell' acqua.* — Con metodi simili a quelli usati in altre ricerche (*N. Cim.* 22, pag. 186), ma con maggior esattezza di allora, perchè hanno sperimentato a pressioni più forti, gli A. hanno trovato che la compressibilità apparente dell' acqua per un' atmosfera è

alla temp. di 0° $\mu = 0{,}00004910$
» 10° $\mu = 0{,}00004602$
» $17^\circ{,}95$ $\mu = 0{,}00004413$.

Confrontando questi resultati con quelli di altri sperimentatori, gli A. concludono che fra 0 e 4° non esiste per l' acqua un massimo di compressibilità, come aveva trovato il Grassi.

Gli A. hanno esteso le loro ricerche anche alla compressibilità della silvina, del salgemma, e delle soluzioni acquose di K Cl.

XXXIV. — C. Lüdeking. *Densità anormale del bismuto fuso.* — Il bismuto, come l' acqua, si dilata solidificandosi; e l' A. con un dilatometro assai sensibile ha trovato che anche il bismuto presenta un massimo di densità alla temperatura di 270° c. circa. Il coefficiente di dilatazione media del bismuto liquido è stato trovato 0,000 044 25, cioè tre volte minore di quello 0,000112 trovato prima dal Vicentini, il quale trovò anche che il bismuto non ha massimo di densità allo stato liquido. Queste divergenze sono attribuite dal Lüdeking alla minor sensibilità che aveva il dilatometro del Vicentini, e alle traccie d' aria che in esso restavano necessariamente pel modo con cui era riempito.

L. Graetz. *Sull' attrito dei fluidi.* — Trasformando opportunamente la relazione

$$\mu = \mathrm{E\,T}$$

data dal Maxwell, nella quale μ è il coefficiente d' attrito, E il modulo di rigidità e T il tempo dopo il quale una tensione pro-

vocata dalle deformazioni è ridotta e $1/e$ del suo valore iniziale, l' A. mostra che può porsi con sufficiente approssimazione

$$\mu = A \frac{t_0 - t}{t - t_1},$$

essendo t_0 la temperatura critica (in gradi centigradi) t la temperatura dell' esperienza, che deve esser assai lontana da t_0, e t e A due costanti da determinarsi per ciascun liquido.

Servendosi delle esperienze conosciute fin qui, l' A. ha trovato che di 61 liquidi studiati da diversi sperimentatori, 54 seguono assai bene la relazione indicata; gli altri, che son 6 alcoli e l' etere etilico, se ne discostano molto, ma questi ultimi è difficile ottenerli anidri, e i valori dati per il loro coefficiente d' attrito varia molto da uno sperimentatore all' altro.

H. EBERT. *Metodo dell' interferenze di ordine superiore, e sua applicazione all' analisi spettrale quantitativa.* — Di questo interessante lavoro non è possibile dare un adeguato sunto senza l' aiuto dei disegni di cui è corredato; accennerò soltanto che il metodo usato dall' A. permette di riconoscere nelle righe spettrali degli spostamenti che sono $^1/_{1600}$ della distanza fra le due righe del sodio.

L. ZEHNDER. *Influenza della pressione sull' indice di refrazione dell' acqua per la luce del sodio.* — L' A. ha eseguito una serie di ricerche sul soggetto indicato, adoprando un refrattometro interferenziale di Jamin, e ha trovato che le variazioni dell' indice di refrazione dell' acqua distillata per la variazione di un'atmosfera nella pressione, fra le temperature di $-0{,}78$ e $23^\circ{,}27$ sono comprese fra $16{,}91 . 10^{-6}$ e $14{,}98 . 10^{-6}$. Queste ricerche furon fatte allo scopo di riconoscere quale fra le diverse costanti di refrazione possa ritenersi vera, ciò che è facile se si conosce il coefficiente di compressibilità μ dell' acqua adoperata. Infatti, per la densità dell' acqua a diverse pressioni si ha la relazione

$$\frac{d_1}{d} = 1 + \mu \frac{p}{76}$$

se l' eccesso di pressione p è misurato in cm di Hg. Se si ammette che sia costante il poter refrangente specifico, cioè $(n-1)/d$ = costante, si avrà

$$\frac{d_1}{d} = \frac{n_1 - 1}{n - 1} = 1 + \frac{n_1 - n}{n - 1},$$

e quindi, facendo $p = 76$ si dovrà avere:

$$\mu = \frac{n_1 - n}{n - 1}.$$

L'A. ha trovato che i valori di $\frac{n_1 - n}{n - 1}$ calcolati dalle sue esperienze, concordano benissimo coi valori trovati da Röntgen e Schneider per il coefficiente μ della stessa acqua che servì nelle esperienze sulla refrazione. Non sono invece verificate le relazioni proposte da Jamin e da Lorenz.

L'A. mostra poi come si possa stabilire teoricamente la legge di Landolt per i miscugli, cioè quella espressa da $\frac{n-1}{d} = \Sigma \frac{n_1 - 1}{d_1}$; e accenna anche a una deduzione teorica della legge di Gladstone $\frac{n-1}{d}$ = cost, partendo dalle considerazioni fatte per stabilire la legge dei miscugli, e ammettendo che l'indice di refrazione dell'etere che si trova nei corpi trasparenti sia uguale all'unità come quello dell'etere che occupa gli spazi interplanetari.

S. Sheldon. *Correnti alternanti e elettroliti.* — L'A. descrive delle esperienze che dimostrano che la resistenza elettrica degli elettroliti, misurata col metodo di Kohlrausch delle correnti alternanti, coincide con quella ottenuta mediante l'uso di correnti continue e di elettrometri; e fa osservare che il metodo di Kohlrausch è assai più facile dell'altro.

F. Auerbach. *Sulla produzione delle correnti nelle macchine dinamoelettriche.* — L'A. fa osservare che esperienze assai semplici mettono in evidenza che non è vero che le dinamo comincino a funzionare per qualunque velocità, qualunque sia il magnetismo residuo degli elettromagneti di campo; ma che in vece, come resulta anche dalla teoria del Clausius, è sempre necessario che il numero dei giri al secondo che compie l'indotto superi un certo valore, dipendente dall'intensità del magnetismo residuo. L'esperienza fatta dall'A. è la seguente: Ai nuclei dei magneti di campo si comunichi, con una batteria di pile o con la corrente di un'altra macchina, un determinato magnetismo r, e poi la macchina si metta in moto con una data velocità (n giri al sec.). Se nel circuito è inclusa una bussola delle tangenti, si osserva allora o una piccolissima deviazione, oppure la scala sparisce subitamente dal campo del cannocchiale, secondo la velocità che ha l'indotto. Nel primo caso si conclude che se N è il numero critico dei giri al secondo, era $n < N$; nel secondo caso invece era $n > N$. Nel primo caso la corrente era puramente magnetoelettrica; nel secondo era dinamoelettrica. Il numero dei giri morti decresce col crescere del magnetismo residuo, se restano costanti le altre condizioni.

S. Henrichsen. *Sul magnetismo dei composti organici.* — L'A. si è servito di un metodo di ricerca simile a quello ado-

prato da G. Wiedemann, per studiare un rilevante numero di composti organici, ed ha trovato che tutti i corpi presi a studiare sono diamagnetici; che per ogni CH_2 che si aggiunge nella formula di un corpo, il magnetismo molecolare cresce di una quantità costante, che in media è 163,2, posto uguale a 10 il magnetismo molecolare dell'acqua. Il magnetismo molecolare dei composti isomeri e metameri è lo stesso se è lo stesso il modo di aggruppamento degli atomi, talchè un doppio scambio di valenze sembra diminuire il magnetismo molecolare. Così l'A. ha trovato i magnetismi atomici seguenti:

S	H	O'	O''	C'	C''	Cl'	Cl''	Cl'''	Cl''''	Br'	Br''
284	9	129	17	145,2	98	282	249	218	194	413	374
Br'''	J	J''									
334	642	577.									

A. Foeppl. *Ricerche su una teoria matematica della scarica elettrica nei gas.* — In questa memoria, che non è possibile riassumere brevemente, l'A. mostra che l'ipotesi della scarica convettiva non è in contradizione coi fatti fin qui osservati; e che le difficoltà incontrate nello spiegare i fenomeni delle scariche nei gas spariscono, se si torna alle teorie di G. Wiedemann e Rühlmann, unite alle considerazioni più recenti dello Schuster.

W. v. Uljanin. *Sulla f. e. m. del selenio illuminato.* — Le coppie a selenio sono state ottenute dall'A. nel modo seguente. Due pezzi di vetro platinato da specchi si scaldano, con una fiamma Bunsen, su una grossa lastra di ferro, e quando il vetro è assai caldo si passa sopra uno dei pezzi una bacchetta di selenio, e subito vi si sovrappone l'altro pezzo di specchio ben caldo. Perchè le due superficie di platino non vengano a contatto, si pongono fra un vetro e l'altro alcune listerelle di mica. Nel sovrapporre il 2° specchio al 1° si ha cura che una porzione di ciascuno resti un poco sporgente dall'altro; e su queste sporgenze si saldano gli elettrodi formati da laminette d'ottone. In questo modo si ha il vantaggio di poter illuminare la coppia dalle due faccie

Per render sensibile alla luce la coppia, bisogna sottoporla a un lento riscaldamento seguito da un lento raffreddamento; e fra i vari metodi usati fin qui a questo scopo, l'A. ha trovato che il preferibile e più sicuro è quello proposto da Siemens, di saldare cioè per 2 ore la coppia in un bagno di paraffina tenuto con un termostato alla temperatura di 195°, e di toglierla dal bagno dopo che la paraffina è solidificata.

Con tali coppie l'A. ha trovato i resultati seguenti:

1. Esposte alla luce, le coppie a selenio manifestano una f. e. m., e la faccia illuminata rappresenta il polo negativo della pila. Tal f. e. m. si annulla del tutto nell' oscurità.

2. In alcune coppie una stessa faccia si manifesta sempre negativa, qualunque sia la faccia illuminata: ma la differenza di potenziale è sempre maggiore quando l' illuminazione è normale, cioè quando è illuminata la faccia che è negativa.

3. Se i due poli della coppia sono uniti metallicamente, il circuito è percorso da una corrente che si mantiene costante per ore intere.

4. Illuminando ambedue le faccie della coppia, la f. e. m. diminuisce, e talvolta è nulla.

5. L' azione della luce è momentanea, e nell' oscurità la corrente cessa completamente.

6. Molte coppie sono polarizzabili; ma questa non è una proprietà essenziale, perchè molte fra le più sensibili non presentano polarizzazione apprezzabile.

7. La luce, su qualunque faccia agisca, diminuisce sempre la f. e. m. prodotta nell' oscurità dalla polarizzazione.

8. Ordinariamente le coppie diminuiscono di resistenza e di sensibilità coll' andar del tempo.

9. Le correnti indotte di un piccolo rocchetto aumentano notevolmente la resistenza e la sensibilità delle coppie, e la restituiscono per un tempo più o meno lungo a quelle che l' avevano perduta. Spesso tali correnti riducono normali le coppie anormali.

10. Per deboli illuminazioni e per l' assoluta esclusione del calore, l' intensità della corrente cresce proporzionalmente all' intensità della luce; per luce molto intensa e accompagnata dal calore, cresce assai più lentamente.

11. Nello spettro di refrazione l' azione maggiore è dovuta ai raggi ranciato-gialli; in quello di diffrazione ai raggi giallo-verdi.

Questi resultati contradirebbero l' ipotesi del Bidwell che la f. e. m. delle coppie sia dovuta alle traccie di seleniuri che contengono; perchè l' A. ha trovato ancora che l' aggiunta di solfo fino al 5 p. °/₀ non varia sensibilmente le proprietà delle coppie; e che se ne hanno di sensibili anche con selenio puro nè mai venuto a contatto con metalli. Contradicono anche l' ipotesi del Fritts e di Siemens (*N. Cim.* XIX, 253) che si abbia a che fare con una trasformazione diretta di energia luminosa in energia elettrica, perchè allora non si saprebbe spiegare il resultato 2.

Secondo l' A. i fenomeni osservati si spiegano ammettendo che esistano due modificazioni del selenio: una sensibile alla luce,

e l'altra elettrolitica; e quest' ultima potrebbe anche risultare dall' insieme di altre due modificazioni del selenio che sono separate dalla corrente.

Nel vol. XXXV il Kalischer fece osservare che egli aveva prima di Uljanin indicato che il modo più opportuno di ottenere coppie sensibili alla luce era di scaldarle a 190-195° e poi raffreddarle lentamento (cfr. *N. Cim.* XXIV, pag. 175); ma l' Uljanin replicò che egli non fece che seguire il metodo indicato molto tempo avanti dal Siemens. Tuttavia il Kalischer nel vol. XXXVII insiste nel fatto che l' Uljanin non fece che seguire il Siemens nelle modalità del riscaldamento; ma dice che colla temperatura di 200 a 210° indicata da Siemens non si sarebbero ottenute delle coppie sensibili, le quali si hanno soltanto se la temperatura massima a cui è esposto il selenio non supera 195° com' egli fece per primo avvertire.

A. Voller. *Misura di alti potenziali con l'elettrometro a quadranti.* — Per diminuire a volontà la sensibilità dell' apparecchio, l' A. ha munito un elettrometro Edelmann di un sistema di aghi magnetici, che sono soggetti all' azione di due magneti che si possono allontanare o avvicinare quanto occorre per far variare entro limiti assai estesi la forza direttrice.

L' elettrometro era usato caricando una coppia di quadranti ad un alto potenziale, e derivando a terra l' ago, che si trovava così soggetto all' azione esercitata sull' elettricità contraria a quella dei quadranti e che veniva in esso indotta.

Se V è il potenziale dei due quadranti, e il potenziale della carica indotta nell' ago è $-cV$, se c resta costante il momento di rotazione esercitato sull' ago sarà $D = -KcV^2$; e per due valori del potenziale avremo

$$D : D_1 = V^2 : V_1^2 ;$$

e se s e σ sono le deviazioni corrispondenti, sarà anche

$$s : \sigma = V^2 : V_1^2 . \tag{1}$$

Questa relazione fu verificata esatta dall' A. per potenziali fino a 1000 volta.

Se l' elettrometro vien adoprato in campi magnetici diversi, si può osservare che, restando costante il momento d' inerzia del sistema mobile, quando le durate d' oscillazione in due campi sieno t e t_1, le forze direttrici eserciteranno momenti Δ e Δ_1 tali che sia.

$$\Delta : \Delta_1 = t_1^2 : t^2 \tag{2}$$

Ma per una stessa intensità del campo vale anche la (1); e se

l'intensità del campo varia, la deviazione σ dovuta a V_1 si cambierà in una deviazione s_1 tale che sia

$$s_1 : \sigma = \Delta : \Delta_1 ,$$

perchè la torsione della sospensione è affatto trascurabile.

Si supponga ora che ai quadranti dell'elettrometro, dopo che un potenziale V ha comunicato all'ago, in un campo ove la durata d'oscillazione è t, una deviazione s, si comunichi un potenziale V_1 in un nuovo campo ove la durata d'oscillazione è t_1, se il campo non fosse variato si avrebbe avuto invece una deviazione

$$s_1 = \sigma \frac{\Delta}{\Delta_1} = \sigma \frac{t_1^2}{t^2} ,$$

e quindi per la (1)

$$s_1 = s \frac{V_1^2}{V^2} \frac{t_1^2}{t^2} ;$$

da cui

$$V_1 = V \frac{t}{t_1} \sqrt{\frac{s_1}{s}} .$$

Anche questa formula è stata trovata giusta con esperienze fatte adoperando potenziali di 1000 a 1100 volta.

Studio delle correnti alternate per mezzo delle corde vibranti (*Electrical World*, XIV, 27 luglio 1889, pag. 56). — La corrente alternata da studiarsi si fa passare per un filo metallico che è teso su un monocordo, in modo da poterne variare la lunghezza e la tensione. Il filo è posto in un campo magnetico, prodotto da una calamita permanente a ferro di cavallo fra le cui branche esso si trova, o da un'elettrocalamita, o meglio ancora da un rocchetto che circonda il filo come il telaio di un galvanometro circonda il suo ago. Se pel filo teso si fa passare una corrente alternante, il filo riceve degli impulsi ora in un senso, ora nel senso opposto, e se la sua lunghezza e la sua tensione sono regolate, per tentativi, fino a che il periodo di vibrazione del filo coincida col periodo della corrente, il filo vibra fortemente, con un'ampiezza da 3 a 4 cm, ed emette una nota musicale ben distinta. Questa nota può evidentemente servire a riconoscere il periodo della corrente alternata.

C. Dieterici. Su una determinazione dell' equivalente dinamico del calore, e sul calorico specifico dell' acqua. . . . . „ 181
A. Winkelmann. Dipendenza fra l' evaporazione e la pressione esterna . „ ivi
K. R. Koch. Sulla dispersione dell' elettricità da un corpo incandescente „ 182
A. v. Ettingshausen e W. Nernst. Sul contegno termico e galvanico di alcune leghe di stagno e bismuto in un campo magnetico . . „ ivi
A. Foeppl. Sulla conduttività del vuoto . . . . „ 183
G. H. v. Wyss. Su un nuovo metodo per determinare il poter rotatorio delle sostanze attive, e su un caso di dispersione anormale . . „ 184
K. Olszewski. Spettro d' assorbimento dell' ossigeno e dell' aria allo stato liquido „ ivi
J. Puluj. Apparecchio per la caduta dei gravi . . . „ 185
F. Stenger. Sullo spettro d' assorbimento di un corpo . . „ ivi
A. v. Ottingen e A. v. Gernet. Sulla esplosione del miscuglio detonante „ ivi
E. Lecher. Sulla forza controelettromotrice nei fenomeni luminosi galvanici „ 186
W. C. Röntgen e J. Schneider. Sulla compressibilità dell' acqua . „ ivi
C. Lüdeking. Densità anormale del bismuto fuso . . . „ ivi
L. Graetz. Sull' attrito dei fluidi . . . . „ ivi
H. Ebert. Metodo delle interferenze di ordine superiore, e sua applicazione all' analisi spettrale quantitativa . . . . „ 187
L. Zehnder. Influenza della pressione sull' indice di refrazione dell' acqua per la luce del sodio . . . . . . „ ivi
S. Sheldon. Correnti alternanti e elettroliti . . . „ 188
F. Auerbach. Sulla produzione delle correnti nelle macchine dinamoelettriche „ ivi
S. Henrichsen. Sul magnetismo dei composti organici . . „ ivi
A. Foeppl. Ricerche su una teoria matematica della scarica elettrica nei gas „ 189
W. v. Uljanin. Sulla f. e. m. del selenio illuminato . . „ ivi
A. Voller. Misura di alti potenziali con l' elettrometro a quadranti . „ 191

Studio delle correnti alternate per mezzo delle corde vibranti . . „ 192

PATT D'ASSOCAZIONE

Del NUOVO CIMENTO si pubblica ogni mese un fascicolo di tre fogli di stampa.

Le associazioni sono obbligatorie per un anno, e gli Associati che per la fine di Dicembre non avranno disdetta l'associazione, s'intendono obbligati per l'anno successivo.

Il prezzo d'associazione per l'intiero anno è fissato come segue:

Per il Regno Italiano, franco al destino it. L. 10. 50

Per l'Estero, come sopra . . . . » 12. —

Le lettere relative a dimande di associazioni, a pagamenti ed a tutto ciò che riguarda l'amministrazione del Giornale, devono essere dirette, franche di Posta, a Pisa, al Gerente *P. Salvioni* — *Tipografia Pieraccini.*

Ciò che riguarda la Direzione scientifica del Giornale potrà esser diretto a Pisa al prof. *E. Betti* o al Prof. *R. Felici.*

IL NUOVO CIMENTO

GIORNALE FONDATO PER LA FISICA E LA CHIMICA

DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

CONTINUATO

PER LA FISICA ESPERIMENTALE E MATEMATICA

da E. BETTI e R. FELICI

Terza serie Tomo XXVI.

NOVEMBRE e DICEMBRE

Pubblicato il 16 Dicembre 1889.

1889

PISA

TIP. PIERACCINI DIR. DA P. SALVIONI

INDICE

Sulla legge di oscillazione dei diapason e sulla misura dell' intensità del suono — Prof. A. Stefanini (*Continuazione*) . . . . . *pag.* 193
Sui fenomeni elettrici provocati dalle radiazioni — III. Memoria del Prof. A. Righi (*Continuazione*) . . . . „ 217
Sul principio di Huygens — Nota del Prof. E. Beltrami . . „ 233
Sulla influenza delle forze elastiche nelle vibrazioni trasversali delle corde — Memoria del Prof. P. Cardani . . . . . „ 244
Cenno circa ai perfezionamenti recentemente apportati dall' Edison nel suo fonografo — A. Pacinotti . . . . . . „ 249

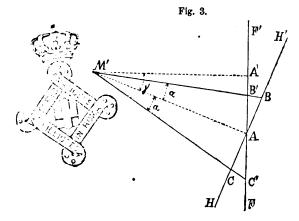
RIVISTA

Comptes Rendus. *Fine del 1. Semestre 1889.* — M. Gouy. Sulla energia utilizzabile ed il potenziale termodinamico . . . . . „ 252
Toulet e Chevalier. Sul calorico specifico dell' acqua di mare a diversi gradi di diluizione e di concentrazione . . . . . „ ivi
E. Mercadier. Sulla intensità degli effetti telefonici. . . . „ 253
G. Chaperon. Sull' avvolgimento dei rocchetti di resistenza destinati alle misure con le correnti alternanti . . . . . . „ ivi
J. Jansen. Sul fonografo di Edison . . . . . „ ivi
M. Vaschy. Sulla polarizzazione rotatoria magnetica . . . . „ ivi
G. Lippmann. Sul modo di ottenere delle fotografie con valori esatti (con esatte gradazioni di intensità) per mezzo di vetri colorati . . . „ 255
H. Becquerel. Sulle leggi dell' assorbimento della luce nei cristalli . „ ivi
J. Violle. Sulla lega del chilogrammo . . . . . „ 256
Ch. Antoine. Dilatazione e compressione dell' acido carbonico . „ ivi
N. Piltschikoff. Sulla polarizzazione elettrica poi metalli . . „ 257
A. Cornu. Sulla polarizzazione elittica per riflessione vitrea e metallica. Estensione dei metodi di osservazione alle radiazioni ultraviolette. Continuità fra quei due generi di fenomeni . . . . . „ 258
M. Pionchon. Sullo studio della dilatazione lineare dei solidi ad alte temperature „ 260
A. Potier. Sulla misura del ritardo che ha luogo nella riflessione delle onde luminose . . . . „ 261
Em. Marchand. Necessità di una correzione per la umidità in certi locali per magnetometri . . . . „ 262
P. Chroustchoff. Sullo studio della conducibilità elettrica delle soluzioni saline, applicato ai problemi di meccanica chimica . . . . „ ivi
J. Jansen. Sulla origine tellurica delle strie dell' ossigeno nello spettro solare „ ivi
P. Duhem. Sulla impossibilità dei corpi diamagnetici . . „ ivi

SULLA LEGGE DI OSCILLAZIONE DEI DIAPASON
E SULLA MISURA DELL'INTENSITÀ DEL SUONO; PROF. A. STEFANINI [1]).

(Dal vol. XXV degli *Atti della R. Acc. Lucchese di Sc. Lett. ed Arti*).

Sia dunque M'A (fig. 3) la direzione dei raggi riflessi nella posizione di riposo; HH' la normale ad M'A e FF' la direzione

Fig. 3.

della lastra fotografica. All' angolo di oscillazione 2α corrisponde l'ampiezza BC, che sulla lastra verrà fotografata in B'C'. Se ρ è la distanza da M' ad FF', e se si chiama γ l'angolo A'M'A, si avrà

$$B'C' = \rho\,[\text{tang}\,(\gamma + \alpha) - \text{tang}\,(\gamma - \alpha)]\,.$$

Di qui ponendo

$$\frac{B'C'}{\rho} = m$$

si ha:

$$\frac{m}{2}\,\text{tang}^2\gamma\,\text{tan}^2\alpha + (1 + \text{tang}^2\gamma)\,\text{tang}\,\alpha - \frac{m}{2} = 0\,,$$

e risolvendo:

$$\text{tang}\,\alpha = \frac{-(1+\text{tang}^2\gamma) \pm \sqrt{(1+\text{tang}^2\gamma)^2 + m^2\,\text{tang}^2\gamma}}{m\,\text{tang}^2\gamma}$$

ove il solo segno positivo del radicale sodisfa al caso attuale.

1) *Continuazione.* Vedi pag. 157.

Se si pone dunque per semplicità

$$1 + \operatorname{tang}^2 \gamma = \sec^2 \gamma = a,$$

avremo

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{-a + a\sqrt{1 + \frac{m^2 \operatorname{tang}^2 \gamma}{a^2}}}{m \operatorname{tang}^2 \gamma}.$$

Ma poichè

$$a = \frac{1}{\cos^2 \gamma},$$

si avrà:

$$\frac{m^2 \operatorname{tang}^2 \gamma}{a^2} = m^2 \operatorname{sen}^2 \gamma \cos^2 \gamma = \frac{m^2 \operatorname{sen}^2 2\gamma}{4}.$$

Nelle esperienze da me eseguite, il massimo valore di m fu $^{76'5}/_{1750}$, e quello di γ fu di 15°; perciò si vede che nello sviluppo di

$$\sqrt{1 + \frac{m^2 \operatorname{tang}^2 \gamma}{a^2}} = \sqrt{1 + \frac{m^2 \operatorname{sen}^2 2\gamma}{4}}$$

si posson trascurare il quadrato e le potenze superiori della frazione, e si può porre

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{-a + a\left(1 + \frac{m^2 \operatorname{tang}^2 \gamma}{2a^2}\right)}{m \operatorname{tang}^2 \gamma} = \frac{m}{2a} = \frac{B'C'}{2\rho a}.$$

Poichè a e ρ sono costanti in ciascuna esperienza, si può dunque con grandissima approssimazione ritenere che le ampiezze fotografate B′C′ siano proporzionali alle ampiezze effettive di oscillazione, dacchè le correzioni da farsi sarebbero tutte molto inferiori agli errori probabili delle misure.

Le tabelle seguenti contengono i resultati delle esperienze fatte coi tre diapason anzi detti. Le ampiezze di oscillazione indicate son quelle misurate, corrette della larghezza della linea luminosa. L'ampiezza massima effettiva di oscillazione fu di circa 4 mm. Nelle prime ricerche mi servii del diapason sol_1 al quale avevo tolto la pallina d' ottone e lo specchio, che servono per le esperienze di Lissajous, perchè le vibrazioni del diapason non fossero, nelle successive ricerche, modificate da quelle masse

addizionali, e perchè le condizioni fossero quelle stesse dei casi studiati dal Kiessling. Lo specchio tolto fu sostituito con un altro fatto con una porzione di coprioggetti da microscopio ricoperto di amalgama di stagno. In seguito poi adoprai i diapason colla pallina e collo specchio ordinario; e poichè di quelli di 192 v. s. ne possedevo due, li distinguerò colle lettere A e B, e indicherò colla lettera S quello privo delle masse addizionali.

Ho sempre tenuto conto, nei calcoli, di ampiezze di ordine pari solamente, per elimanare ogni errore che fosse dovuto a possibili irregolarità nell'andamento del pendolo che portava la fenditura mobile.

TAVOLA IV.

DIAPASON sol₂ S. Lastra fotog. a m. 3,12 dal diap. Inclinazione dei raggi luminosi sulla normale alla lastra: $\gamma = 7°,30'$. Larghezza della linea luminosa mm. 3.

N. d'ordine dell'oscillazione	Ampiezza in mm. fotografata a_n	log a_n	log a_0—log a_n	$\frac{\log a_0 - \log a_n}{n}$
0	76,5	1,88366		
10	54,5	1,73639	0,14727	0,0147
20	40,75	1,61012	0,27354	136
30	31,5	1,49831	0,38535	128
40	25,3	1,40312	0,48054	121
50	21,0	1,32221	0,56145	112
60	16,5	1,21748	0,66618	111
70	12,1	1,08278	0,80088	114
80	10,9	1,03742	0,84624	106
90	9,8	1,99122	0,89244	099
100	7,5	1,87506	1,00860	086

TAVOLA V.

Stesso Diapason. Lastra fotografica a m. 1,80. $\gamma = 12°.15'$; Larghezza della linea luminosa mm. 1,5.

N. d'ordine dell'oscillazione	Ampiezza in mm. fotografata a_n	log a_n	log a_0—log a_n	$\frac{\log a_0 - \log a_n}{n}$
0	45,0	1,65321		
10	30,5	1,48430	0,16891	0,0168
20	22,0	1,34242	0,31079	155
30	16,75	1,22401	0,42920	143
40	13,0	1,11394	0,53927	135
50	10,0	1,00000	0,65321	131
60	8,0	0,90309	0,75012	125
70	5,9	0,77085	0,88236	126

TAVOLA VI.

DIAPASON do_1. Distanza dal diapason alla lastra m. 1,75; $\gamma = 12^{\circ},5$; ampiezza della linea luminosa mm. 1.

N. d'ordine dell'oscillazione	Ampiezza in mm. fotografata a_n	$\log a_n$	$\log a_0 - \log a_n$	$\frac{\log a_0 - \log a_n}{n}$
0	44,1	1,64433		
10	35,4	1,54900	0,09543	0,009543
20	29,2	1,46538	0,17905	8957
30	23,9	1,37839	0,26604	8868
40	19,9	1,29885	0,34558	8639
50	16,8	1,22530	0,41913	8383
60	14,4	1,15836	0,48607	8101

Stesso Diapason. — Seconda volta.

0	45,5	1,65801		
10	36,2	1,55870	0,09931	0,009931
20	30,0	1,47712	0,18089	9045
30	24,7	1,39269	0,26532	8844
40	20,7	1,31597	0,34204	8551
50	17,25	1,23678	0,22123	8425
60	14,6	1,16435	0,49366	8228
70	12,5	1,09691	0,56110	8016

TAVOLA VII.

DIAPASON sol_1 B. Stesse condizioni del do_1.

0	21,3	1,32837		
10	15,0	1,17609	0,15228	0,01523
20	10,85	1,03549	0,29285	1464
30	7,8	0,89209	0,43628	1454
40	5,6	0,74818	0,58019	1450

TAVOLA VIII.

DIAPASON do_2. Stesse condizioni del do_1.

0	32,0	1,50515		
10	21,5	1,32243	0,17272	0,01727
20	15,1	1,17897	0,32618	1630
30	10,9	1,03742	0,46793	1559
40	7,8	0,89209	0,61306	1532
50	5,4	0,73239	0,76276	1525

TAVOLA IX.

DIAPASON sol$_1$ A. Stesse condizioni del precedente.

N. d' ordine dell' oscillazione	Ampiezza in mm. fotografata a_n	$\log a_n$	$\log a_0 - \log a_n$	$\frac{\log a_0 - \log a_n}{n}$
0	48,3	1,68394		
10	32,3	1,50920	0,17474	0,017474
20	22,8	1,35793	0,32599	16299
30	16.35	1,21351	0,47043	15681
40	12,2	1,08635	0,59759	14939
50	9,2	0,96378	0,72016	14403
60	6,6	0,81954	0,86440	14407

I valori così ottenuti pel decremento logaritmico mostrano evidentemente che la supposta legge di oscillazione non è verificata; perchè i valori di $\frac{\log a_0 - \log a_n}{n}$ vanno diminuendo continuamente in ciascuna serie di esperienze [1]).

Dopo aver ultimato queste ricerche, che furono eseguite dal Giugno al Settembre 1887, dal bollettino bibliografico dei *Beibl. z. d. Ann. der Phys.* (vol. XII. n.° 1, 1888) venni a conoscere che della diminuzione delle ampiezze di oscillazione dei diapason si era occupato anche L. Jacobson [2]), il quale registrò le oscillazioni stesse su un cilindro metallico affumicato, e ne misurò le ampiezze con un microscopio, per verificare se era vero ciò che asseriva l' Hensen nel suo *Handbuch der Physiologie*, e cioè che il decremento logaritmico di quelle oscillazioni non è costante.

L' Jacobson, misurando fino a 1100 oscillazioni del corista di 128 v. d., trovò i resultati contenuti nella tavola seguente, nella quale i numeri della 3.ª colonna sono i valori calcolati nell' ipotesi che le successive ampiezze formino una progressione

1) Per confrontare questi valori di $\frac{\log a_0 - \log a_n}{n}$ con quelli contenuti nelle tav. I, II e III, bisogna rammentare che l' unità di tempo è diversa nelle due serie di ricerche, e da un diapason all' altro.

2) L. Jacobson, *Archiv. f. Anat. und Physiol. — Physiol. Abth. V. Heft* 1887, (pubblicato l' 8 Dicembre 1887) — *Beibl* XII. pag. 646. 1888.

geometrica, la cui ragione *e* sia quella che si deduce dalla 1.ª e dalla 101.ª ampiezza di vibrazione.

N. d'ordine delle ampiezze	AMPIEZZE in parti del micr. ocul.	PROGR. GEOM. corrispondente a log *e* = 0005363	DIFFERENZA in °/₀
1	15,025	15,025	0,0
101	17,0	17,0	0,0
201	19,3	19,235	— 0,3
301	22,3	21,763	— 2,4
397	25,0	24,502	— 2,0
493	28,3	27,586	— 2,5
591	33,0	31,136	— 5,7
701	38,95	35,666	— 8,4
791	44,4	39,859	—10,2
891	53,375	45,098	—15,5
991	64,0	51,026	—20,3
1101	81,2	58,451	—28,0

Le ampiezze misurate non formano dunque una progressione geometrica con quel valore di *e*; ma potrebbe supporsi che la formassero con un altro valore di *e* scelto più opportunamente. E in fatti, facendo astrazione dalle tre ultime ampiezze, cioè non considerando quelle che son maggiori di mm. 1,32 (corrispondenti a 44,4 parti del micrometro), l'Jacobson mostra che, prendendo per decremento logaritmico delle ampiezze d'oscillazione un valore empirico, prossimo al valor medio calcolato, le differenze fra i valori osservati e quelli calcolati si riducono al 2,6 °/₀; e quindi egli conclude che si può ritenere che, almeno per gli usi fisiologici del diapason, cioè nella determinazione della potenza auditiva degli ammalati, le ampiezze di oscillazione decrescano effettivamente in progressione geometrica. Egli accenna poi ad altre esperienze che si proponeva di fare, fotografando a uguali intervalli di tempo le oscillazioni dei diapason; ma i resultati di queste nuove esperienze, per quanto mi consta, non sono stati fino ad ora pubblicati.

Anche le misure fatte dall'Jacobson, quando si tenga conto di tutte le ampiezze da esso misurate, mostrano evidentemente che il decremento logaritmico non può ritenersi costante; ma bisogna notare che la diminuzione delle ampiezze misurate dal-

l'Jacobson è molto più rapida di quella che in casi analoghi osservai nelle mie esperienze (cfr. tav. I, II e III). Ciò può esser dovuto in parte all'attrito della punta scrivente contro il cilindro affumicato, la cui influenza perturbatrice era stata avvertita anche dall'Jacobson; e in parte al modo diverso di fissare i diapason sui loro sostegni.

Non resta quindi che supporre che nello stabilire l'equazione differenziale delle vibrazioni delle verghe metalliche, si debba tener conto in altro modo delle resistenze che si oppongono al loro movimento. Si potrebbe per esempio ammettere che la resistenza dell'aria non sia espressa da un termine proporzionale alla sola prima potenza della velocità; ma che debba tenersi conto della seconda, o anche della terza potenza; ma allora l'equazione differenziale del moto, che nel caso più semplice sarebbe

$$\frac{d^2u}{dt^2} + k\frac{du}{dt} + \lambda\left(\frac{du}{dt}\right)^2 + n^2u = 0\,,$$

non sarebbe integrabile.

Poisson [1]) ha esaminato il caso in cui nell'equazione precedente fosse $k = 0$, e ha trovato che quando dell'angolo di flessiene ϑ si posson trascurare le potenze superiori alla seconda, le ampiezze successive di oscillazione devon decrescere in progressione aritmetica. L'approssimazione anzi detta è applicabile alle mie esperienze; ma è facile vedere, dalle tavole sopra riportate, che nemmeno questa è la legge che seguono le oscillazioni del diapason.

Nel caso attuale non è nemmeno verificata la legge di Cornu e Baille [2]), i quali per la forza elastica hanno tenuto conto anche del quadrato dello spostamento.

Applicando la (2) ai resultati da me ottenuti, ho trovato che li rappresenta colla stessa approssimazione con la quale rappresenta quelli del Wead, ma per me era necessario di avere una formula più semplice, e anche più precisa, per rappresentare

1) Poisson, *Mécan.* 1. ediz. pag. 405.
2) Cornu et Baille, Compt. rend. 86, pag. 1001.

l'insieme delle ampiezze di oscillazione entro un periodo assai esteso di tempo; perchè come ho già fatto osservare, della (2) non avrei potuto servirmi nelle mie esperienze.

Tentai allora una formula simile a quella che rappresenta gli effetti dell'elasticità susseguente, provando se per le ampiezze massime a di oscillazione potesse porsi

$$(3) \qquad a = a_0 e^{-\alpha t^m},$$

con α ed m costanti, e con $t = n\mathrm{T}/2$, se T è il periodo di vibrazione ed n un intero qualunque.

In questo caso, chiamando a_r ed a_s i valori di a corrispondenti a quelli t_r e t_s di t, si dovrebbe avere

$$(4) \quad \log(\log a_0 - \log a_s) - \log(\log a_0 - \log a_r) = m \log \frac{t_s}{t_r}.$$

Per i valori di r e di s pei quali è costante il rapporto fra t_s e t_r, dovrebbe quindi resultare costante anche il valore del primo membro della (4).

Le tavole X a XV contengono i resultati dei calcoli eseguiti per verificare se ciò ha luogo.

In esse i valori indicati nella colonna Δ_n sono le differenze $(\log a_0 - \log a_n)$ fra i logaritmi della prima ampiezza a_0 e di quella a_n della linea corrispondente; i valori contenuti nell'ultima colonna sono le differenze $(\log \Delta_r - \log \Delta_s)$ fra i valori successivi della 5.ª colonna, le quali differenze, per la (4), devono essere uguali a $m \log \frac{t_s}{t_r}$ e quindi costanti.

TAVOLA X.

DIAPASON sol_1 S

N. d'ordine dell'oscillaz.	Ampiezza in mm. fotografata a_n	$\log a_n$	Δ_n	$\log \Delta_n$	$m \log \frac{t_r}{t_s}$
0	76,5	1,88366			
2	69,5	1,84198	0,04168	0,61992 — 2	
4	64,5	1;80955	0,07401	0,86929 — 2	0,24937
8	56,25	1,75012	0,13354	0,12561 — 1	0,25632
16	44,0	1,64345	0,24021	0,38059 — 1	0,25498
32	29,5	1,46982	0,41384	0,61683 — 1	0,23624
64	14,0	1,14612	0,73754	0,86778 — 1	0,25095
				media	0,24957

TAVOLA XI.

DIAPASON sol, S — seconda volta

N. d'ord. dell'oscillaz.	Ampiezza in mm. fotografata a_n	$\log a_n$	Δ_n	$\log \Delta_n$	$m \log \frac{t_r}{t_s}$
0	45,0	1,65331			
2	41,0	1,61278	0,04043	0,60670 — 2	
4	37,5	1,57403	0,07918	0,89861 — 2	0,29191
8	33,0	1,51851	0,13470	0,12936 — 1	0,23075
16	25,0	1,39794	0,25527	0,40700 — 1	0,27764
32	16,0	1,20412	0,44909	0,65233 — 1	0,24533
64	7,0	0,84509	0,80812	0,90747 — 1	0,25514
				media	0,26016

TAVOLA XII.

DIAPASON do, — prima volta.

0	44,1	1,64443			
2	42,1	1,62428	0,02015	0,30427 — 2	
4	40,35	1,60584	0,03859	0,58647 — 2	0,28220
8	37,0	1,56820	0,07623	0,88212 — 2	0,29565
16	31,5	1,49831	0,14602	0,16441 — 1	0,28229
32	23,1	1,36361	0,28082	0,44842 — 1	0,28401
64	13,4	1,12710	0,51733	0,71374 — 1	0.26532
				media	0,28589

Seconda volta.

0	45,5	1,65801			
2	43,45	1,63792	0.02029	0,30297 — 2	
4	41,5	1,61804	0,03997	0,60173 — 2	0,29876
8	38,1	1,58092	0,07709	0,08699 — 2	0.28526
16	32,3	1.50920	0,14881	0,17260 — 1	0,28561
32	23,7	1,37474	0.28327	0,45220 — 1	0,27960
64	13,3	1,12385	0,53416	0,72766 — 1	0,27546
				media	0,28494

TAVOLA XIII.

DIAPASON sol_1 A.

N. d'ord. dell'oscillaz.	Ampiezza in mm. fotografata	$\log a_n$	Δ_n	$\log \Delta_n$	$m \log \frac{t_r}{t_s}$
0	48,3	1,68394			
2	44,0	1,64345	0,04049	0,60374 — 2	
4	41,0	1,61278	0,07116	0,85223 — 2	0,24849
8	34,7	1,54032	0,14362	0,15715 — 1	0,30493
16	26,15	1,41747	0,26647	0,42564 — 1	0,26849
32	15,3	1,18469	0,49925	0,69831 — 1	0,27267
64	6,2	0,79239	0,89155	0,95014 — 1	0,25183
				media	0,26856

TAVOLA XIV.

DIAPASON sol_1 B.

0	21,3	1,32837			
2	19,7	1,29446	0,03391	0,53030 — 2	
4	18,5	1,26717	0,06120	0,78675 — 2	0,25643
8	16,0	1,20412	0,12425	0,09412 — 1	0,30737
16	12,3	1,08990	0,23847	0,37730 — 1	0,28318
32	7,2	0,85733	0,47104	0,67302 — 1	0,39572
				media	0,28567

TAVOLA XV.

DIAPASON do_2

0	32,0	1,50515			
2	29,3	1,46686	0,03829	0,58308 — 2	
4	27,0	1,43136	0,07379	0,86799 — 2	0,28491
8	22,8	1,35793	0,14722	0,16790 — 1	0,29991
16	17,15	1,23426	0,27089	0,43280 — 1	0,36490
32	10,15	1,00646	0,49869	0,69783 — 1	0,26503
				media	0,27869

(I valori contenuti in queste tavole son presi dalle misure fatte sulle oscillazioni, che hanno servito a calcolare le tavole IV, V, VI, VII, VIII e IX respettivamente).

I valori di α e di m pei singoli diapason debbon poi sodisfare alle relazioni:

$$\text{(5)} \qquad \log(\alpha \log e) = \log(\log a_0 - \log a_r) - m \log t_r$$

che si ottengono per i diversi valori di t_r che sono stati considerati nelle esperienze. Anche qui i logaritmi son presi nel sistema a base 10.

Per ottenere i valori più probabili di $\alpha \log e$ e di m, ho applicato il metodo dei minimi quadrati alle equazioni (5) anzi dette, facendo uso delle note formule

$$\frac{d}{d(\alpha \log e)} \Sigma [\log(\log a_0 - \log a_r) - \alpha \log e - m \log t_r]^2 = 0 ,$$

$$\frac{d}{dm} \Sigma [\log(\log a_0 - \log a_r) - \alpha \log e - m \log t_r]^2 = 0 ,$$

che conducono alle altre

$$\alpha \log e = \frac{\Sigma x \Sigma x y - \Sigma y \Sigma x^2}{(\Sigma x)^2 - n \Sigma x^2} ,$$

$$m = \frac{\Sigma x \Sigma y - n \Sigma x y}{(\Sigma x)^2 - n \Sigma x^2} ,$$

ove per semplicità è stato posto:

$$x = \log t_r \qquad y = \log(\log a_0 - \log a_r) ,$$

ed ove n indica il numero delle equazioni (5) adoperate. I valori di y sono stati dedotti dalla 5.ª colonna delle tavole X a XV. Ho trovato così i seguenti valori:

TAVOLA XVI.

DIAPASON	$\alpha \log e$	m
do_1	0,01060	0,9440
sol_1 A	0,02122	0,9049
sol_1 B	0,01799	0,9267
sol_1 S	0,02323	0,8439
do_2	0,02078	0,9247

Le tavole precedenti mostrano già che la (3) può benissimo rappresentare i resultati delle mie esperienze; ma per riprova, mediante la (3) e i valori della tavola XVI ho anche calcolato le successive ampiezze di vibrazione per tutti i valori adoprati di t_r, e ho trovato valori tanto concordanti con quelli misurati, (le differenze erano sempre minori degli errori probabili delle misure), che si può ritenere che la formula (3) rappresenti effettivamente la legge cercata.

La velocità con la quale decresce l'ampiezza massima di oscillazione è adunque proporzionale all' ampiezza stessa, e inversamente proporzionale a una potenza del tempo, perchè la legge trovata

$$a = a_0 e^{-\alpha t^m} \qquad \text{con } m < 1 ,$$

rappresenta l' integrale dell' equazione

$$-\frac{da}{dt} = \frac{\alpha m a}{t^{1-m}} ;$$

mentre se si ammettesse la legge $(1)_1$ si avrebbe

$$-\frac{da}{dt} = \alpha a .$$

Questo farebbe supporre che nello stabilire l' equazione differenziale delle oscillazioni trasversali delle verghe metalliche non bastasse ammettere, come si fa ordinariamente, che le forze elastiche e le resistenze, che debbon considerarsi, sieno funzioni solamente dello spostamento e della velocità; ma che in vece tanto le une che le altre sieno funzioni anche del tempo: cioè che l' equazione differenziale dello spostamento x di un punto della sbarra dalla posizione di riposo dovesse avere una forma più generale di quella comunemente adottata, ad es. la forma:

$$(4)_1 \qquad \frac{d^2x}{dt^2} + f(t)\frac{dx}{dt} + f_1(t)\,x = 0 .$$

Mancano affatto i dati necessari per stabilire quali devono essere le forme analitiche delle funzioni f ed f_1; ed è facile vedere che se per analogia con la (1) si ponesse

$$(5)_1 \qquad x = A\, e^{-\alpha t^m} \operatorname{sen} \gamma t , \; (\gamma = \text{costante}) ,$$

mentre questa espressione di x potrebbe rappresentare un' integrale della $(4)_1$ con forme speciali delle funzioni f ed f_1 [1]), essa non potrebbe tuttavia rappresentare la legge delle oscillazioni, altro che approssimativamente e per un tempo assai piccolo, perchè le oscillazioni definite dalla $(5)_1$ non sarebbero più isocrone.

Sarebbe assai difficile trovare la formula rappresentante la legge effettiva delle oscillazioni, in modo che per le ampiezze massime valesse la (3) [2]); ma per lo scopo cui debbon servire le mie esperienze, la cognizione di quella legge esatta è inutile; perchè, per trovare a qual frazione dell' ampiezza iniziale si riduce l' ampiezza di oscillazione dopo un tempo qualunque basta la (3), e per calcolare la forza viva media W_m e la media quantità di moto Q_m del diapason, la legge approssimata $(5)_1$ non si presterebbe all' integrazione, e probabilmente vi si presterebbe ancor meno la legge esatta, che sarà forse più complicata della $(5)_1$: e d' altronde per ottenere W_m e Q_m con l' approssimazione necessaria, basta far uso dell' altra legge approssimata ammessa comunemente, che è rappresentata dalla $(1)_1$.

In fatti, come ho dimostrato nella mia Nota sull' energìa minima che è necessaria a produrre la sensazione del suono (*Atti della R. Acc. Lucchese*, XXV pag. 237; *N. Cim.* (3) XXIV pag. 218), se la legge di oscillazione si prende espressa da

$$x = a_0 e^{-\alpha t} \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} t, \tag{6}$$

1) Basterebbe in fatti porre

$$f(t) = 2\alpha m t^{m-1}$$
$$f_1(t) = \gamma^2 + \alpha m (m-1) t^{m-2} + \alpha^2 m^2 t^{2m-2},$$

perchè la $(5)_1$ sodisfacesse alla $(4)_1$.

2) In un recente lavoro sulle vibrazioni mantenute da forze esterne, il Rayleigh (*Phil. Mag.* (5) 24, pag. 145, 1887) ha mostrato che, seguendo il metodo tenuto da Hill per i moti lunari, si potrebbe determinar l' integrale dell' equazione

$$\Phi \frac{d^2x}{dt^2} + \Psi \frac{dx}{dt} + \Theta x = 0$$

con

$$\Phi = \Sigma \Phi_n e^{2\,int}, \ \Psi = \Sigma \Psi_n e^{2\,int}, \ \Theta = \Sigma \Theta_n e^{2\,int};$$

ma nemmeno i resultati così ottenuti sono applicabili al caso attuale.

ove T è il periodo di oscillazione, e si pone per α il valore che si ottiene dalla (2), si trova che la forza viva media è data da

$$W_m = \frac{a_0^2 \rho \omega l}{16 \alpha T^3} \left(1 - e^{-2\alpha T}\right) (T^2 \alpha^2 + 2\pi^2),$$

essendo a_0 l'ampiezza di vibrazione dei punti estremi dei rebbi al principio del secondo considerato, e ρ, ω ed l la densità, la sezione e la lunghezza delle branche.

Qui α non è costante per tutto il tempo che si deve considerare; ma si può ritener costante per un secondo, come mostrano le tavole I, II e III; e il valore che possiede per l'intervallo di tempo che si considera può aversi applicando ai resultati trovati la formula (2) del Wead; ma, essendo piccolissimo il valore di $2\alpha T$, è facile vedere che si può prendere con grande approssimazione

$$1 - e^{-2\alpha T} = 2\alpha T,$$

e quindi la precedente equazione, trascurando α^2 di fronte a $\frac{2\pi^2}{T^2}$, diviene:

$$W_m = \frac{a_0^2 \rho \omega l \pi^2}{4T^2},$$

come si otterrebbe se nella (6) non si tenesse conto del fattore $e^{-\alpha t}$; cioè come se si supponesse che durante un secondo l'ampiezza di vibrazione restasse costante; e ciò può evidentemente sempre supporsi senza errore sensibile. É poi evidente che il valore di a_0 che comparisce nell'espressione di W_m deve dedursi dalla (3) ponendovi per t il valore corrispondente all'istante che si considera.

Per la quantità di moto media, ammettendo come dianzi che durante un secondo l'ampiezza di vibrazione resti costante, dalle formule del § 5 della mia Nota sopra citata si ottiene, lasciando il fattore $e^{-\alpha t}$:

$$Q = k\, a_0,$$

con k costante per tutto il tempo che deve considerarsi.

Si vede dunque che i valori medii della quantità di moto e della forza viva di tutto il diapason posson prendersi in ciascun istante proporzionali respettivamente alla prima e alla seconda potenza dell'ampiezza massima a_0 di oscillazione che le estremità libere dei rebbi compiono al principio dell'istante considerato, come già avevo accennato che poteva farsi.

IV.

Stabilito tutto ciò, fra i valori di α, di m e quelli dei tempi t, t_1 e t_2 dopo i quali uno stesso diapason cessa di esser sentito alle distanze d, $\frac{d}{2}$ e $\frac{d}{4}$ respettivamente dall'orecchio, nell'ipotesi che l'intensità del suono sia proporzionale alla forza viva, per quanto è già stato osservato si dovranno avere le relazioni:

$$\frac{a_0}{n} = a_0\, e^{-\alpha t^m} ,$$

$$\frac{a_0}{2n} = a_0\, e^{-\alpha \quad ^m} ,$$

$$\frac{a_0}{4n} = a_0\, e^{-\alpha t_2^m} ,$$

ove a_0 ha il significato dianzi stabilito.

Combinando fra loro la 1ª e la 2ª, e poi la 1ª e la 3ª di queste relazioni, si ottiene:

$$\alpha \log_{10} e = \frac{\log_{10} 2}{t_1^m - t^m} = \frac{\log_{10} 4}{t_2^m - t^m} . \tag{7}$$

In vece nell'ipotesi che l'intensità del suono sia proporzionale alla quantità di moto, si deve avere

$$\frac{a_0}{n} = a_0\, e^{-\alpha t^m}$$

$$\frac{a_0}{4n} = a_0\, e^{-\alpha t_1^m} ,$$

$$\frac{a_0}{16n} = a_0\, e^{-\alpha t_2^m} ,$$

dalle quali si ottiene:

$$\alpha \log_{10} e = \frac{\log_{10} 4}{t_1^m - t^m} = \frac{\log_{10} 16}{t_2^m - t^m} . \tag{8}$$

Nell' una e nell' altra ipotesi dovrà esser verificata la relazione

$$(9) \qquad t_2^m - t^m = 2\,(t_1^m - t^m)\,,$$

che servirà di riprova alle determinazioni sperimentali di t, t_1 e t_2; mentre le (7) e (8) serviranno a mostrare quale delle due ipotesi è più conforme ai resultati sperimentali.

Dall' equazione (4) si vede che il valore di m non dipende dalle unità adoperate per la misura delle ampiezze di oscillazione e del tempo; ma dalla (5) resulta che il valore di $\alpha \log_{10} e$, mentre non dipende dall' unità di misura per le ampiezze, dipende in vece dall' unità che si sceglie per misurar t. Per questo, tanto nella (5) che nelle (7), (8) e (9) è stato misurato il tempo in secondi.

I valori di t, t_1 e t_2 furon determinati da me e da due altre persone. Per non esser tratti in errore da preconcetti, il momento in cui il suono del diapason cessava di sentirsi era indicato, con un cenno, dalla persona che stava ascoltando, ad un' altra che teneva l' orologio e che segnava il tempo corrispondente. È superfluo avvertire che queste esperienze furon fatte in una stanza assai spaziosa, lontana dai rumori, e adoprando distanze d assai grandi, compatibilmente colla necessità delle cose, perchè la distribuzione del moto ondulatorio potesse ritenersi il più possibile uniforme nella direzione delle vibrazioni.

Quando le ampiezze di oscillazione erano fotografate, il diapason era fissato, mediante il sostegno che serve per le esperienze di Lissajous, su un banco d' ottica che offriva pochissima risonanza; ed era isolato da sostegno, come il sostegno dal banco, con tela di causciù a più doppi, affinchè minima fosse la comunicazione del movimento al sostegno e al banco. In queste ultime ricerche, perchè la legge di oscillazione potesse ritenersi quella stessa che era allorchè fu determinata, posavo il sostegno dei diapason nello stesso modo anzidetto sul banco d' ottica per quasi tutto il tempo che correva da una determinazione all' altra dei valori di t, e ne lo sollevavo ad intervalli ai momenti voluti, per aver che fare col suono del solo diapason. Ma trovai che anche tenendo liberamente a mano i diapason, i resultati eran gli stessi; perchè la comunicazione del movimento ai so-

stegni era ridotta, col mezzo indicato, tanto piccola, che non influiva sensibilmente sulla legge dello smorzamento delle oscillazioni.

Per mostrare il grado di attendibilità che hanno questi resultati, riporto i dettagli delle esperienze e dei calcoli eseguiti pel diapason sol_1 S, che, mancando delle palline e del disco, era, più degli altri, nelle condizioni volute per la distribuzione uniforme dell' energia nella direzione delle vibrazioni.

Le differenze nei valori di t, t_1 e t_2 fra una serie e l' altra di esperienze, dipendono principalmente dall' ampiezza iniziale di vibrazione, che non era possibile fosse la stessa tutte le volte, quantunque il diapason fosse eccitato sempre nello stesso modo, togliendo cioè rapidamente di fra le sue branche un' asticella di legno che le teneva spostate.

TAVOLA XVII.

Persona M $d = 60^c$ $m = 0,844$

(DIAPASON sol_1 S)

t	t_1	t_2	t^m	t_1^m	t_2^m	$t_1^m - t^m$	$t_2^m - t^m$
5^s	55	113	3,89	29,43	54,05	25,54	50,16
10	67	120	6,98	34,77	56,86	27,79	49,88
					medie	26,66	50,02

$$\left.\begin{aligned} \frac{\log_{10} 4}{26,66} &= 0,02258 \\ \frac{\log_{10} 16}{50,02} &= 0,02407 \end{aligned}\right\} \text{media } 0,02322$$

TAVOLA XVIII.

Persona N $\quad d = 60^c \quad m = 0,844$

(DIAPASON sol_1 8)

t	t_1	t_2	t^m	t_1^m	t_2^m	$t_1^m - t^m$	$t_2^m - t^m$
10'	55	110	6,98	29,43	52,84	22,45	45,86
9	63	117	6,388	33,01	55,66	26,62	49,27
7	65	118	5,167	33,89	56,06	28,72	50,89
					medie	25,93	48,67

$$\left.\begin{aligned}\frac{\log_{10} 4}{25,93} &= 0,02322 \\ \frac{\log_{10} 16}{48,67} &= 0,02474\end{aligned}\right\} \text{media } 0,02398$$

$$\text{Media generale } \frac{0,02332 + 0,02398}{2} = 0,02365 .$$

Se si pensa che nei valori di t, t_1 e t_2 vi è sempre l'incertezza di 3 o 4 sec., si vede quanto abbastanza concordanti sieno i valori di $t_1^m - t^m$ e di $t_2^m - t^m$, sia fra loro, sia colla condizione (9). Questi valori poi devono essere indipendenti dall'ampiezza iniziale di vibrazione e dal valore di d; ciò che fu infatti verificato.

Per gli altri diapason le distanze d iniziali furon comprese fra 40 e 60^c, e i resultati parziali di ciascuna serie di esperienze concordano fra loro come quelli sopra riferiti. Perciò mi limito a riportare i resultati finali, ottenuti per ciascun diapason come media di diverse determinazioni. Nella 2^a colonna della tav. XIX ho segnato i valori di $\frac{\log_{10} 2}{t_1^m - t^m}$ che resultano dalla media generale di tutte le determinazioni; valori che, nell'ipotesi della forza viva, dovrebbero essere uguali a quelli di $\alpha \log e$ ottenuti

dalle fotografie (ved. tav. XVI) e che son riportati nell' ultima colonna. I numeri della 3.ª colonna sono evidentemente il doppio di quelli della 2ª.

TAVOLA XIX.

DIAPASON adoprato	$\frac{\log_{10}2}{t_1{}^m - t^m}$ (forza viva)	$\frac{\log_{10}4}{t_1{}^m - t^m}$ (quant. di moto)	$\alpha \log_{10} e$ (dalla T. XVI)
sol_1 S	0,01182	0,02365	0,02323
do_1	0,00546	0,01092	0,01060
do_2	0,01398	0,02796	0,02078

I valori di $\alpha\log_{10}e$ *ottenuti dalle* (5) *coincidono dunque quasi perfettamente con quelli, che si deducono teoricamente dall' ipotesi che l' intensità del suono sia determinata dalla quantità di moto del corpo vibrante* [1]: quest' ipotesi sembra perciò la più conforme ai resultati delle mie esperienze, se si ammette che anche pel suono emesso dai diapason l' intensità varii in ragione inversa del quadrato delle distanze.

È da notare che un diapason cessa di vibrare tanto più lentamente quanto maggiore è la sua massa; e che per uguali ampiezze di vibrazione il suono si ode distintamente a distanze maggiori per le note più acute che per le più basse. Perciò nel fare le esperienze i cui resultati son registrati nelle tavole XVII e XVIII, e nelle esperienze analoghe, pel diapason do_1 si richiese un tempo (circa 220^s) che è assai maggiore di quello durante il quale furon fotografate le sue ampiezze di vibrazione. Per gli altri diapason in vece bastavano in media: 120^s pel sol_1 S e 60^s pel do_2. Per questi ultimi la legge di oscillazione definita dalla (3) è senza dubbio applicabile; e la coincidenza dei resultati sperimentali con quelli che da tal legge si deducono anche pel diapason do_1, può essere una prova indiretta che la legge stessa continua ad esser vera anche al di là dei limiti entro i quali fu direttamente verificata.

1) Per il corista do_2 il resultato fu incerto, perchè le sue vibrazioni si smorzano troppo rapidamente. Come ho già fatto osservare, i resultati che meritano maggior fiducia son quelli ottenuti col diapason sol_1S.

V.

Un' altra esperienza, assai più facile delle precedenti, è questa.

Si faccia vibrare un diapason ad una distanza tale dall'orecchio, da poterne percepir bene il suono, e si faccia attenzione all' intensità che possiede. Si allontani allora dall' orecchio, e quando l'ampiezza di vibrazione è ridotta a metà, si porti il diapason a metà distanza dall' orecchio: se l' intensità fosse proporzionale al quadrato dell'ampiezza di vibrazione, si dovrebbe sentire il suono della stessa intensità di dianzi; in vece si sente che allora è assai più intenso di prima. Ho ripetuto più volte questa esperienza, servendomi dei diapason di cui già conoscevo la legge di vibrazione, e di diverse persone che ignoravano lo scopo di queste ricerche e i resultati che se ne potevano ottenere. Così per es. col diapason sol_4 S, si vede dalle tavole IV e V che l' ampiezza di vibrazione si riduce a metà dopo 20 a 23^s circa da che è stato eccitato, e a $1/4$ dopo circa 50^s. Posta una persona a una distanza d dal diapason, eccitavo in questo le vibrazioni colla stessa ampiezza iniziale di quando era adoperato per le esperienze registrate nelle tavole anzi dette, e dopo 30 o 35^s (per maggior cautela) riducevo la distanza ad essere $d/2$: tutte quante le persone che fecero l' esperienza affermarono sempre che la seconda volta il suono era assai più intenso di prima. E per riprova giudicavan tutte che dopo 50^s circa dal principio delle vibrazioni, l' intensità del suono era alla distanza $d/2$ sensibilmente la stessa di quella, che alla distanza d si aveva al principio della vibrazione.

Volendo ripeter questa esperienza senza determinar da prima le costanti α e m pel diapason che si vuol adoperare, si può farlo assai bene fissando al diapason una punta sottile, e facendogli registrare con essa, a intervalli, le sue oscillazioni su una lastra di vetro, o su una carta affumicata. Anche in questo modo, aspettando che l' ampiezza fosse ridotta alla metà, e anche un po' meno, di quella iniziale, ho sempre trovato, tanto ascoltando io stesso il suono, quanto facendolo ascoltare da altri, che se quando l' ampiezza di oscillazione è ridotta a metà, si riduce

pure a metà la distanza dal diapason all'orecchio, il suono è sempre assai più intenso di quello che era al principio della vibrazione alla primitiva distanza.

Con due diapason le cui note fossero uguali e le cui masse stassero in un rapporto conosciuto, si potrebbe fare un'esperienza che potrebbe esser decisiva. Se per es. le masse fossero una doppia dell'altra, facendo vibrar quello che ha la massa minore con un'ampiezza doppia di quella dell'altro, la quantità di moto sarebbe la stessa per ambedue, mentre le forze vive sarebbero una doppia dell'altra. Se l'intensità del suono è proporzionale alla quantità di moto, i due diapason, posti alla stessa distanza dall'orecchio, dovrebbero aver suoni ugualmente intensi; mentre dovrebbero averli d'intensità diversa nel caso che l'intensità fosse proporzionale alla forza viva. Poichè le condizioni dei due diapason rispetto all'orecchio sarebbero precisamente le stesse, non potrebbe influire sul resultato il modo di propagazione delle onde, qualunque esso sia. Ma non avendo a mia disposizione i diapason necessari, non ho potuto fare questa esperienza.

VI.

Se si dovesse ammettere col Vierordt che per le piccole distanze che dovetti adoprare, l'intensità del suono varii in ragione inversa della distanza (II), è evidente che se un suono cessa di sentirsi alla distanza d quando la sua ampiezza di vibrazione è ε, per es., alla distanza $d/2$ dovrebbe cessare quando l'ampiezza fosse divenuta $\varepsilon/\sqrt{2}$ nell'ipotesi dell'intensità misurata della forza viva, ed $\varepsilon/2$ nell'altra ipotesi della quantità di moto.

Allora le (7) diverrebbero

$$(7)^1 \qquad \alpha \log_{10} e = \frac{\log_{10} 2}{2(t_1^m - t^m)} = \frac{\log_{10} 4}{t_2^m - t^m}$$

e le (8):

$$(8)^1 \qquad \alpha \log_{10} e = \frac{\log_{10} 2}{t_1^m - t^m} = \frac{\log_{10} 4}{t_2^m - t^m} \,.$$

Si vede così che la (9) continuerebbe ad esser vera anche se valesse per la propagazione del suono la legge del Vierordt; ma

è anche facile riconoscere, mediante la tavola XIX, che nessuna delle due precedenti equazioni (7)' e (8)' è sodisfatta dai valori trovati sperimentalmente; talchè di tutte e 4 le ipotesi accennate, le sole compatibili coi resultati sperimentali sono queste: che l'intensità del suono sia misurata dalla quantità di moto, e che varii in ragione inversa del quadrato delle distanze.

A meno che non si voglia ammettere che l'intensità del suono sia espressa da una funzione dell'ampiezza di vibrazione diversa da quelle due che sono state sempre prese a considerare fin qui, si potrebbe dunque da tutto ciò concludere che anche per il suono dei diapason, nelle condizioni in cui li ho adoperati, la legge dell'inversa del quadrato delle distanze continui ad esser vera. Ma per quanto possa sembrare difficile che la coincidenza fra i valori di α ottenuti colla esperienza sulle oscillazioni fotografate e quelli ottenuti colle (8) debba esser per tutti quanti i diapason solamente fortuita, pure bisogna osservare che le anzidette verificazioni dell'ultima delle due ipotesi citate è molto indiretta, e non si può perciò attribuirle un valore decisivo.

Volli anche provare a fare delle verificazioni dirette di questa legge dell'inversa dei quadrati delle distanze per la propagazione del suono dei diapason, servendomi di bilancie acustiche di torsione e di altri apparecchi, analoghi a quelli usati da Dvorak [1]) da Neesen [2]) e dal Rayleigh [3]), e anche di microfoni a membrane vibranti; ma, sia per la troppo piccola intensità del suono dei diapason privi di cassa di risonanza, sia per la imperfezione e poca sensibilità degli apparecchi di cui potevo servirmi, non mi fu possibile trovare una disposizione sperimentale che potesse condurre a resultati attendibili.

La bilancia di torsione indicata dal Rayleigh è stata utilizzata da E. Grimsehl [4]), il quale ha costruito un sonometro assai preciso, per le sue esperienze sull'intensità dei suoni emessi dai tubi da organo, o meglio per la misura dell'intensità meccanica di quelle vibrazioni sonore. Egli trovò che quando il tubo emet-

1) Dvorak, *Journ. de Phys.* II. pag. 465, 1883.
2) Neesen, *Wied. Ann.* XXX, pag. 432, 1887.
3) Rayleigh, *Journ. de Phys.* II, pag. 481, 1883 — *Phil. Mag.* XIV, pag. 187, 1882.
4) E. Grimsehl, *Wied. Ann.* 34, pag. 1028, 1888.

teva un suono assai percettibile, corrispondente alla pressione di 8 mm d'acqua, le deviazioni del disco del sonometro, osservate per riflessione su una scala distante 54 cm dallo specchio, cessavano di esser visibili quando la bocca del tubo era distante 60 cm dal sonometro. Poichè il suono di quel tubo era molto più intenso di quelli prodotti dai diapason da me adoperati, non sarebbe stato possibile di ottener dei resultati attendibili, per le misure che m'interessavano, nemmeno col sonometro di Grimsehl [1]).

VII.

La ricerca di una relazione fra l'intensità del suono e l'azione meccanica che ne produce la sensazione ha preoccupato lungamente anche i fisiologi; ma fin qui non è stata trovata una legge che sia al coperto da ogni obiezione.

Trattando delle sensazioni in generale, il Fechner [2]) volle dedurre la loro misura dalle ricerche fisiologiche di E. H. Weber, e pose la grandezza dE dell'aumento di sensazione, che corrisponde a un aumento della grandezza dello stimolo esterno, proporzionale a quest'aumento e inversamente proporzionale alla grandezza R dello stimolo, esprimendo tutto ciò coll'equazione differenziale

$$dE = k \frac{dR}{R} \tag{10}$$

che, integrata, conduce alla legge

$$E = k \log \frac{R}{R_0} , \tag{11}$$

se si chiama R_0 il valore che R deve superare affinchè la sensazione sia eccitata.

1) Durante la stampa di questa Nota il Raps ha pubblicato (*Wied. Ann* 36, 1889, pag. 273) la descrizione di un altro apparecchio, molto complicato, destinato a misurare l'intensità meccanica delle vibrazioni sonore; ma sembrami che neppur quell'apparecchio possa prestarsi alla misura di suoni così deboli, come quelli di cui mi sono occupato in queste esperienze.

2) G. T. Fechner, *Elem. der Psycophysik.* II, pag. 10, Leipzig, 1860.

Ora è da notare che dalle ricerche del Weber resulterebbe soltanto che l'aumento dell'eccitazione, che deve produrre una modificazione percettibile della sensazione, è sempre nello stesso rapporto con la grandezza dell'eccitazione alla quale si aggiunge: cioè che deve essere

$$\frac{\Delta R}{R} = \text{costante};$$

mentre il Fechner ottenne la (10) combinando con questa relazione l'altra

$$\Delta E = \text{costante}.$$

Il principio di Weber, espresso dalla relazione $\frac{\Delta R}{R} = \text{cost.}$ è stato considerato sempre come il principio fondamentale della psicofisica; ma non è stata ammessa da tutti l'ipotesi del Fechner, che cioè insieme a $\frac{\Delta R}{R} = \text{costante}$ debba aversi $\Delta E = \text{costante}$, e ciò principalmente perchè se la (11) fosse vera, per $R < R_0$ si avrebbero delle sensazioni negative, il cui significato non si sa precisamente assegnare.

Un'esposizione dettagliata dei principali tentativi fatti fin qui per eliminare tale difficoltà, è stata fatta dal Köhler [1]). Io non mi fermerò qui a riportare e a discutere tutte le ipotesi che furon combinate col principio di Weber; ma soltanto mi occuperò di quella su accennata del Fechner, e di un'altra proposta da Plateau e Brentano; perchè queste due sono le più semplici e le più importanti fra tutte.

L'ipotesi di Plateau e Brentano [2]) consiste nel ritenere che la grandezza della differenza della sensazione debba crescere proporzionalmente alla sensazione, affinchè il grado di percettibilità di quella differenza rimanga costante. Cioè indicando con Δm il grado di percettibilità, perchè fosse

$$\Delta m = \text{costante},$$

1) Köhler, *Wundt's Philosophische Studien.* III, pag. 572, 1886.

2) Plateau, *Pogg. Ann.* 150, pag. 465, 1873; cfr. anche Köhler, l. c. pag. 616, e W. Wundt. *Psychologie physiologique*, trad. de M. Rouvier. I, pag. 410. Paris, Alcan, 1886. Brentano, *Psychologie vom empirischen Standpunkt* Th. I. pag. 87 e seg.

insieme con $\frac{\Delta R}{R}$ = costante dovrebbe porsi, secondo Plateau,

$$\frac{\Delta E}{E} = \text{costante}.$$

(*Continua*).

SUI FENOMENI ELETTRICI PROVOCATI DALLE RADIAZIONI; III MEMORIA DEL PROF. AUGUSTO RIGHI [1]).

9. Le medie dei risultati avuti sono notati nella tabella seguente, nella quale i corpi sui quali sperimentai sono ordinati secondo l'intensità dell'effetto prodotto su di essi dalle radiazioni. La temperatura ambiente durante le misure oscillò fra i 10° e i 12°.

	$V_2 - V_1$			Forza elettrostatica F	Densità superficiale δ
	in particelle della Scala	in Volta	in unità elettrostatiche (C. G. S.)		
Carbone di storta	25.45	0,2185	0,000729	0,00146	0,000116 [2])
Nero fumo	32.75	2812	937	187	149
Ferro	34,95	3001	1000	200	159
Nichel	37	3177	1059	212	169
Bismuto	38.35	3293	1098	220	175
Rame	39.2	3366	1122	224	179
Packfong	40,35	3465	1155	231	183
Piombo	42,05	3611	1204	241	192
Ottone	43	3692	1231	246	196
Stagno	43.75	3757	1252	250	199
Zinco	50.25	4315	1438	288	229
Alluminio	53	4551	1517	303	241 [2])

La prima colonna contiene le medie dei valori $V_2 - V_1$ espressi in particelle della scala elettrometrica. La sensibilità

1) *Continuazione* vedi pag. 135.

2) Nella nota preventiva del 3 marzo 1889 (*Rend. della R. Acc. dei Lincei*) ho dato pel carbone e per l'alluminio i valori 0,00146 e 0,00303, come quelli della densità δ; ma, per errore di copiatura, quei due numeri erano invece quelli della forza F.

dello strumento era tale che si aveva una deviazione di circa 116,5 particelle per una differenza di potenziale, fra le coppie di quadranti, eguale ad un Volta. La seconda colonna contiene i valori di $V_2 - V_1$ ridotti in Volta, e la terza in unità elettrostatiche (C. G. S.). La quarta colonna contiene la forza elettrostatica $F = \frac{V_2 - V_1}{a}$ che, per i vari corpi sperimentati, fa equilibrio all' azione elettromotrice delle radiazioni. Infine, l' ultima colonna contiene i valori corrispondenti della densità $\delta = \frac{V_2 - V_1}{4\pi a}$, espressi in unità elettrostatiche.

Lo spostamento a dato ai dischi fu sempre di mezzo centimetro.

L' ordine nel quale si seguono i vari conduttori nella tabella, corrisponde quasi a quello nel quale essi vengono disposti, se si considera la diversa rapidità colla quale perdono una carica negativa ad essi comunicata, sotto l' azione delle radiazioni.

Ciò apparisce chiaro dalle seguenti serie:

Conduttori disposti in ordine decrescente in quanto alla massima densità che acquistano per opera delle radiazioni	Conduttori disposti in ordine decrescente, rispetto alla rapidità con cui perdono una carica negativa sotto l' azione delle radiazioni	
Alluminio	Ottone-All.-Packfong	Ottone
Zinco	Zinco-Stagno	Zinco
Stagno	Rame	Stagno
Ottone	Bismuto	Alluminio
Piombo	Piombo	Rame
Packfong	Nickel	Packfong
Rame	Platino	Nickel
Bismuto	Ferro	Platino
Nichel	Carbone di storta	Ferro
Ferro		
Nerofumo		
Carbone di storta		

La prima serie a sinistra non è che quella della precedente tabella, mentre che la seconda e la terza sono quelle trovate nelle esperienze di confronto riferite nella II Memoria. I principali conduttori occupano posti corrispondenti, p. es. lo zinco, il rame, il bismuto, il ferro ed il carbone.

Quindi, contrariamente a quanto appariva dalle prime prove, sembra che il fenomeno del caricarsi positivamente di un corpo esposto alle radiazioni non sia di natura diversa da quello del disperdersi, nella circostanza medesima, di una carica negativa ad esso preventivamente comunicata. Entrambi i fenomeni sembrano anzi ridursi a questo, che sotto l'azione delle radiazioni ha origine una convezione di elettricità negativa dalla superficie del corpo illuminato. Se questo ha carica negativa, prontamente la perde; ma la convezione continua anche dopo che il corpo ha perduto la carica negativa, per cessare soltanto allorchè la carica positiva che va acquistando diviene tale che la forza elettrica che essa produce impedisca l'allontanarsi dal corpo delle particelle caricate negativamente.

É chiaro che i risultati che ho ottenuti sono relativi all'intensità delle radiazioni da me messe in opera. Con intensità minori si avrebbero numeri certo assai più piccoli. Anzi difficilmente si potrebbero fare misure attendibili adoperando semplicemente come sorgente delle radiazioni l'ordinario arco voltaico fra carboni.

Cap. III. — *Influenza della temperatura sui fenomeni foto-elettrici*

10. Le misure riferite or ora furono eseguite in gennaio e febbraio 1889. Avendole recentemente riprese cogli stessi apparecchi ed apparentemente nelle stesse condizioni, ho ottenuto risultati assai differenti.

E cioè, mentre i valori di F o di δ per i vari metalli si sono mostrati fra loro presso a poco nei medesimi rapporti, essi sono stati però assai più piccoli, presi singolarmente, di quelli prima determinati.

Dopo innumerevoli e per molti giorni infruttuosi tentativi per scoprire la causa di tale discrepanza, sono giunto a persuadermi che la differenza dei risultati è dovuta alla diversità di temperatura ambiente, la quale, mentre fu di 10° a 12° durante le misure riferite nel precedente capitolo, era invece di 23° a 25° durante le misure più recenti.

Per farmi idea dell' influenza che ha la temperatura ambiente sul valore che si trova per la densità massima δ relativa ad un dato metallo a parità delle altre condizioni, ho fatto alcune esperienze con un apparecchio che non è altro che quello della figura 6, coll' aggiunta di una vasca metallica che circonda da ogni parte la campana di zinco. Riempiendo d' acqua mista a ghiaccio questa vasca, le pareti della campana, possono raffreddarsi fino a 8° o 10° ed essere mantenute a lungo a questa temperatura. L' aria *perfettamente secca*, che è contenuta nella campana e che vi circola lentamente, come pure il disco metallico sopra cui si sperimenta, la lastra traforata ecc. finiscono coll' assumere la stessa temperatura.

A questo punto ho misurati i due potenziali V_1 e V_2, come nelle esperienze del capitolo precedente, ed ho potuto così calcolare la densità δ pel metallo adoperato, e per quella data temperatura.

Così facendo ho avuto risultati quasi identici a quelli che erano stati ottenuti colle prime misure. Per esempio col disco di zinco ho avuto, alla temperatura ambiente di 24°, $\delta = 0{,}000146$, e dopo che la temperatura dell'intiero apparecchio era diventata 10°, invece $\delta = 0{,}000218$.

Questo stesso risultato, e cioè valori per δ assai minori a 24° che a 10°, l' ho avuto non solo da molte esperienze fatte col disco di zinco, ma anche da alcune eseguite collo stagno e col packfong.

Come accada poi che quando la temperatura ambiente è più elevata, si ottengano per δ valori più piccoli, è cosa intorno alla quale non ho pel momento nessun dato sicuro. Potrebbe darsi che la temperatura dell' aria e dei sostegni isolanti influisse sulla dispersione dell' elettricità dalle porzioni non illuminate del disco e dei conduttori con esso comunicanti, e quindi influisse sui valori di V_1 e specialmente di V_2. Ma mi sembra più probabile, viste le ottime condizioni d' isolamento nelle quali ho cercato sempre di operare, che effettivamente la densità massima δ sia funzione della temperatura. Le esperienze del paragrafo seguente rendono questa supposizione assai verosimile.

11. Nel corso di queste ultime esperienze, ho avuto occasione di accorgermi che, se misuravo la densità δ dopo poco

tempo che le pareti della campana erano raffreddate, ottenevo valori sensibilmente maggiori di quelli che trovavo più tardi allorchè erasi costituita la uniformità di temperatura entro la campana stessa.

Questa singolarità sembravami indicare, che i valori di δ divenissero maggiori se l'aria era più fredda del metallo. Perciò ho istituite alcune esperienze per studiare il fenomeno in queste speciali condizioni.

Il disco metallico C, su cui devesi sperimentare (fig. 7), costituisce una delle pareti di una scatola cilindrica AB munita di tre tubulature. Una di queste D serve per introdurvi un termometro; le altre per riempire la scatola di acqua a diverse temperature, presa da due vasi all'uopo preparati e contenenti l'uno acqua in ebollizione e l'altro acqua con ghiaccio, il disco è montato poi nel solito apparecchio della fig. 6, senza la campana.

Le esperienze consistono nel misurare i due potenziali V_1 e V_2 mentre il disco è alla temperatura ambiente, e poi quando è a diverse altre temperature superiori o inferiori a quella dell'aria.

Quanto però alle basse temperature bisogna evitare di giungere al punto di rugiada, e cioè che si condensi sul disco il vapor acqueo contenuto nell'aria ambiente.

Ho eseguito simili esperienze collo zinco, col rame e col ferro, scegliendo così tre metalli che si trovano fra loro assai lontani nella serie del paragrafo 9.

Ecco i risultati avuti in due serie di misure fatte col rame e collo zinco.

Rame (aria alla temperatura di 24°)

Temperatura del rame	Densità δ
13°	0,000125
24°	0,000135
60°	0,000216
80°	0,000271

Zinco (aria a 24°)

Temperatura dello zinco	Densità δ
16°	0,000141
24°	0,000150
65°	0,000272
84°	0,000319

Col ferro non ho ottenuto risultati abbastanza netti, ma sembra che il valore di δ vari pochissimo colla temperatura del metallo. Intanto dalle esperienze fatte sullo zinco e sul rame risulta, che la convezione di elettricità negativa provocata dalle radiazioni diventa più potente quando si eleva la temperatura di questi metalli, od almeno questa convezione si protrae di più, tanto da lasciare una maggiore carica positiva al metallo illuminato.

Cap. IV. — *Imagini prodotte sui metalli dalle radiazioni ultraviolette.*

12. Dopo aver dimostrato che i fenomeni d'indole elettrica, che le più rifrangibili delle radiazioni ultraviolette provocano nei corpi, sono conseguenza di una speciale convezione elettrica, probabilmente effettuata da particelle gassose, restava da indagare se per avventura le suddette particelle fossero quelle costituenti il gas che naturalmente aderisce al corpo su cui si fanno agire le radiazioni.

Questa nuova via di ricerca m'era tracciata anche da esperienze precedentemente eseguite [1]), dalle quali risultava che una lastra metallica levigata, che serva da elettrodo negativo per la scarica d'una macchina elettrica, di fronte ad un elettrodo positivo in forma di punta, resta modificata in guisa tale da far ritenere ch'essa sia rimasta privata, in tutto o in parte, della sua atmosfera gassosa.

Descriverò brevemente le principali fra le molte esperienze da me eseguite.

1) *Rend. della R. Acc. dei Lincei*, 2 dicembre 1888.

Una lastra metallica levigatissima e brillante quanto un buon specchio, pulita accuratamente con calce ed acqua, poi con tela cosparsa di rosso inglese, è esposta a ricevere le radiazioni della lampada elettrica a zinco per 5 a 10 minuti primi, mentre fra essa e la sorgente è posta una lastra frastagliata o traforata comunque. Trascorso il tempo indicato, si toglie dal posto lo specchio metallico e vi si alita contro.

Il vapore acqueo si condensa alla sua superficie rendendolo opaco; ma con certi metalli l'opacamento è assai minore nelle regioni dello specchio sulle quali caddero liberamente le radiazioni, tanto che apparisce una fugace immagine dei frastagli o dei trafori, simile nell'aspetto alle note immagini di Moser, o meglio a quelle che ottenni altra volta facendo servire il metallo da elettrodo negativo per le scariche d'una macchina elettrica. Dissipatosi l'opacamento, si può, alitando nuovamente, far apparire altre volte l'immagine [1]).

Fra i vari corpi messi alla prova lo stagno è quello sul quale queste immagini si formano meglio ed in minor tempo. È facile costruire un buon specchio di stagno, adatto per queste ricerche, nel modo seguente.

Sopra una piastra metallica orizzontale si colloca un pezzo di grosso vetro da specchio, su questo si pone un anello di ferro, e si nasconde la parte di vetro che resta fuori dall'anello, sotto uno strato di limatura metallica (destinato a rendere più uniforme la temperatura del vetro). Si riscalda il tutto con precauzione fino alla temperatura di fusione dello stagno, poi si versa dentro l'anello uno strato di metallo, fuso a parte. Finchè il disco di stagno è liquido entro il suo stampo a fondo di vetro, si innesta nel suo centro una vite d'ottone che servirà poi a sostenerlo nelle esperienze alle quali deve servire.

Quando tutto è freddo si stacca a forza lo stagno dal vetro,

1) Le parti dello specchio metallico, dalle quali fu tolto in parte il gas aderente, restano più brillanti sotto l'alito, e se si osservano in modo ch'esse non mandino verso l'occhio la luce riflessa regolarmente, esse appariscono come oscure, sul fondo chiaro dovuto alla luce diffusa dalle parti opacate coll'alito. Ma se si seguita ad alitare abbondantemente, finisce col condensarsi acqua anche ove agirono le radiazioni, o l'immagine muta aspetto, o diviene meno distinta. Nelle parti della lastra che furono in parte private di atmosfera, l'acqua si condensa in goccie assai più grosse e distese.

poi si passa sul metallo il rossetto inglese, o della polvere di carbone, onde provvederlo di atmosfera gassosa.

Con uno specchio di stagno così preparato, possonsi ottenere immagini a dettagli finissimi. Per esempio, si pone a poca distanza dal metallo una lastra di selenite su cui si sono tracciati caratteri finissimi, oppure una finissima tela metallica. Illuminato il metallo per un tempo sufficiente, l'alito fa apparire su di esso una fedele immagine dei caratteri, o dei fili della tela.

Sulla latta ordinaria si formano pure le immagini per mezzo dei raggi ultravioletti. Sullo zinco sono meno intense; su ferro, metallo da specchi, zinco amalgamato si hanno traccie d'immagini appena visibili.

Infine, nulla affatto ottenni su rame, alluminio, rame dorato o argentato a fuoco, come pure su vetro ed ebanite. L'aspetto delle immagini sullo stagno, zinco, ecc. è tale, da ritenersi che il metallo perda parte della sua atmosfera gassosa sotto l'azione delle radiazioni.

12. Se dopo che la lastra di stagno o di latta è stata esposta alle radiazioni, viene abbandonata a se stessa nell'aria secca per molte ore, e poi vi si alita contro, l'immagine apparisce debolmente, o non si forma più affatto, se l'intervallo fra l'esposizione e l'alitazione è abbastanza lungo. Se, al contrario, dopo aver esposto alla luce il metallo, vi si alita contro, e poi lo si lascia a sè per molte ore, si ottiene ancora l'immagine alitando da capo. Nell'aria perfettamente secca perde più presto la facoltà di mostrare l'immagine sotto l'azione dell'alito, ma ad ogni modo la conserva più a lungo che quando il metallo non ricevè l'alito subito dopo che subì l'azione delle radiazioni.

Sembra risultare da questa esperienza che un velo invisibile d'acqua si sostituisca colla prima alitazione al gas scacciato dalle radiazioni.

Un'esposizione di un'ora alle radiazioni della lampada a zinco, sembra privare affatto del gas aderente lo stagno o la latta. Infatti esposto di nuovo il metallo, ma questa volta sotto una lastra frastagliata o traforata, non si ha più immagine; mentre la si ottiene nuovamente se, prima di esporlo sotto il frastaglio, si pone su di esso per un po' di tempo della polvere di carbone. Così pure, se sul metallo che con una prolungata

azione delle radiazioni fu privato di atmosfera in una metà della sua superficie, si pone per alcuni minuti un timbro metallico (non privato d'atmosfera) in modo che per metà tocchi la parte che fu illuminata e per metà quella che non lo fu, si ottiene l'immagine di Moser prodotta dal timbro, ma incomparabilmente più bella nella metà cui le radiazioni avevano tolto il gas aderente.

Lo specchio di stagno appena staccato dal vetro sul quale venne fuso, non dà immagine sensibile, il che è naturale, non potendo esso ancora possedere atmosfera gassosa.

Esso si comporta quindi nello stesso modo come se fosse stato a lungo esposto alle radiazioni. Le immagini di Moser si formano su di esso bellissime. L'immagine prodotta dalle radiazioni si forma bene, se si provvede prima lo stagno d'atmosfera in un modo qualunque.

Tutte queste esperienze indicano che le radiazioni tolgono dal metallo il gas aderente. Siccome, d'altra parte, esse determinano la nota convezione elettrica, così si sarebbe condotti ad attribuire precisamente alle particelle del gas aderente l'ufficio di trasportare l'elettricità negativa. Ma le esperienze seguenti si oppongono ad una tale conclusione.

13. Se lo specchio metallico, mentre è esposto a ricevere una immagine, viene caricato permanentemente di elettricità positiva o negativa, non si nota nessuna differenza nell'immagine ottenuta. Questo risultato lo ebbi, sia caricando il metallo col porlo in comunicazione col polo isolato di una pila rame-acqua-zinco di 200 coppie, sia con quello d'una pila secca capace di portarlo ad un potenziale di circa mille Volta, sia col farlo comunicare col conduttore isolato d'una piccola macchina ad influenza.

È notevole il fatto del formarsi la solita immagine anche se il metallo è fortemente carico di elettricità positiva, mentre in queste condizioni è noto non aver luogo la convezione elettrica.

Un disco di stagno appena staccato dal vetro su cui venne fuso, è caricato negativamente ed esposto alle radiazioni ultraviolette. L'elettrometro con esso comunicante indica il solito fenomeno, e cioè la carica viene prontamente dispersa per opera delle radiazioni.

Questa dispersione non è meno rapida se pure non lo è di più, di quella che si ottiene ripetendo l'esperienza dopo aver provvisto lo stagno di atmosfera gassosa [1]).

In questa esperienza si ha dunque la convezione della elettricità negativa, da un metallo sensibilmente privo di gas aderente.

Riunendo questa conseguenza a quella tratta dalla prima esperienza di questo paragrafo, e cioè che si può avere, quando il metallo è carico positivamente, la immagine dovuta al distacco del gas aderente, senza che si produca convezione elettrica, si può concludere, che molto probabilmente il gas aderente non ha parte diretta nei fenomeni elettrici prodotti dalle radiazioni, od almeno non ha una parte necessaria.

Cap. V. — *Immagini prodotte su metalli, dopo che servirono da elettrodi per le scariche.*

14. Le esperienze di questo capitolo non hanno tutte una diretta relazione coi fenomeni elettrici provocati dalle radiazioni. Esse però sono così strettamente connesse a quelle del capitolo precedente, che trovo conveniente descriverle in questo luogo. Da alcune di esse si traggono delle conseguenze che confermano quelle del precedente capitolo. Altre poi mostrano dei fenomeni curiosi che non si possono per ora spiegare completamente, ma che meritano qualche attenzione.

Se si ripetono le esperienze descritte dianzi, ma dopo aver adoperato il metallo come elettrodo negativo di fronte ad una punta positiva, si ottengono le immagini, anche con quei metalli i quali, come il rame o l'argento, non le offrono nel modo prima indicato.

Suppongo dapprima che le scariche che servono come a preparazione del metallo, onde possa poi ricevere le immagini per opera delle radiazioni, si facciano durare poco tempo, p. e. un minuto o meno.

1) Di questa esperienza ho dato cenno in una Nota. *Ueber die durch Strahlung hervorgerufenen elektrischen Erscheinungen*, che sta per apparire nell'*Exner's Repertorium.*

Lo specchio di rame, oppure d'oro, d'argento, d'alluminio, viene messo in comunicazione col conduttore negativo d'una grande macchina d'Holtz in azione, il cui conduttore positivo comunica coll'elettrodo posto di fronte allo specchio. Questo elettrodo termina con una punta d'ago e può distare 4 a 10 centimetri dall'altro elettrodo.

Se si alitasse sullo specchio, p. es. di rame, dopo averlo così fatto servire da elettrodo, si otterrebbe l'immagine altrove descritta [1]); e cioè si vedrebbe appannarsi tutta la lastra eccettuata una regione circolare nel mezzo rimasta privata di gas aderente.

Ma se, senza alitare pel momento sul rame, lo si espone, sotto un diaframma traforato o frastagliato, alle radiazioni della solita lampada a zinco, per un tempo sufficiente (8 a 15 minuti primi), si farà apparire coll'alito una bella immagine, la quale risulta da ciò che le parti colpite dalle radiazioni condensano meno abbondantemente il vapor d'acqua. Questa immagine è dunque simile a quella che si forma sullo stagno e sullo zinco, senza che questi metalli abbiano funzionato da elettrodo.

Non tutta la superficie del metallo diviene però suscettibile di essere impressionata dalle radiazioni. Infatti le parti, nelle quali meglio si manifesta l'immagine, sono quelle che circondano la parte centrale circolare completamente privata di gas per opera delle scariche. Su questa parte centrale, e sulle parti più lontane da essa, e prossime agli orli dello specchio metallico, non si ottiene immagine, o la si ha assai debole, se troppo poco tempo il metallo funzionò da elettrodo negativo.

Se poi, nelle scariche della macchina elettrica, la lastra di rame servì da elettrodo positivo anzichè da negativo, ancora in tal modo il metallo acquista la suscettibilità di presentare l'immagine sotto l'azione delle radiazioni, ma manca in tal caso la regione circolare privata di gas.

Questa singolare modificazione della superficie metallica, che producono le scariche, in virtù della quale il rame, l'argento ecc., divengono suscettibili di ricevere una immagine per opera dei raggi ultravioletti, non mi sembra pel momento facile a spiegarsi in modo completo.

1) *Rend. R. Acc. Lincei*, 2 dicembre 1888.

Essa può prodursi anche senza che lo specchio metallico funzioni direttamente da elettrodo di fronte alla punta, per esempio collocando su di esso una lastra metallica che non lo tocchi che in pochi punti, in modo che, mentre la macchina agisce, si formino fra i due metalli delle innumerevoli scintillette.

Infine, il risultato finale resta sostanzialmente lo stesso, se lo specchio metallico fa da elettrodo, anzichè nell'aria, in un gas non contenente ossigeno, p. es. nell'idrogeno secco. In tal caso le scariche si possono far durare lungo tempo, e si può giungere, nel caso in cui il metallo faccia da elettrodo negativo, a privarlo affatto di gas aderente nella sua parte centrale, senza che si abbiano a temere i fenomeni di ossidazione di cui si tratterà fra poco.

15. Se poi le scariche, nelle quali lo specchio metallico (che deve poi essere esposto alle radiazioni) fa da elettrodo, si fanno durare assai, e se il gas, nel quale si formano, contiene ossigeno libero, p. es., è aria secca o umida, prendono origine nuovi fenomeni. Prima di tutto si riconosce che sul metallo (argento o rame) si è formato un velo opalino o bruno, che facilmente potrebbe staccarsi col dito, specialmente nelle parti periferiche. Esposto lo specchio metallico così preparato alle radiazioni ultraviolette, si ottiene un'immagine visibile direttamente senza che occorra alitare contro la superficie del metallo, giacchè ovunque le radiazioni lo colpirono, non vedesi il velo polverulento dianzi descritto. Ciò richiede però una sufficiente durata d'azione, sia della scarica, sia dell'illuminazione. Se il velo è scarso o appena formato, l'immagine apparisce solo alitando contro lo specchio metallico, ma dissipato l'appannamento prodotto dall'alito, l'immagine resta permanentemente visibile. Se poi prima d'esporre alla luce la lastra, si leva il velo dalla sua superficie, si ottiene solo l'immagine visibile coll'alitazione, precisamente come se il velo non si fosse formato.

Diverse prove mi hanno convinto che non è un'azione meccanica la causa dello sparire del velo. D'altronde se, con un pennello o con un drappo, si frega lo specchio metallico dopo la formazione dell'immagine, si toglie il velo dalle parti ove era rimasto (e cioè sulle quali le radiazioni non avevano agito); ma allora si riconosce, specialmente col rame, che il metallo è mo-

dificato dove agirono le radiazioni. Infatti in queste parti lo specchio di rame ha assunto una tinta leggermente più carica, assai simile a quella che si otterrebbe riscaldandolo in contatto dell'aria. È quasi certo che il velo opalino o bruno che si forma colla s arica, è un ossido metallico, e che sotto l'azione delle radiazioni avviene un'azione chimica fra quest'ossido ed il metallo sottoposto, per la quale si forma un ossido inferiore aderente assai al metallo. Infatti il velo non si forma se il gas, nel quale lo specchio metallico fa da elettrodo, sia privo d'ossigeno. Inoltre riscaldando fortemente, in una corrente d'idrogeno, il rame colla sua immagine già formata, e col velo rimasto nelle parti sulle quali non giunsero le radiazioni, vedesi il velo trasformarsi a poco a poco e assumere l'aspetto delle parti che furono illuminate; quindi queste divengono brillanti (per riduzione dell'ossido che ivi aderiva), tanto che l'immagine è quasi invertita d'aspetto, e per ultimo tutto il metallo resta terso e brillante.

16. Ho trovato infine altri mezzi singolari, coi quali uno di quei metalli sui quali le radiazioni ultraviolette non producono immagine, diviene suscettibile di riceverla.

Contro la parte centrale d'uno specchio di rame o d'argento, posto in una campana di vetro, si colloca un tubetto di vetro affilato dal quale esce una corrente d'aria ozonizzata. E precisamente per mezzo d'un aspiratore si fa passare nella campana che contiene lo specchio l'aria ozonizzata d'altra campana (comunicante colla prima per mezzo del tubo affilato) ed entro la quale una punta elettrizzata produce un abbondante fiocco elettrico. Dopo alcuni minuti, se si espone lo specchio così trattato, e posto dietro un diaframma frastagliato, all'azione dei raggi ultravioletti, si forma una debole immagine, simile alle altre già descritte, sotto l'azione dell'alito, e in quelle parti del metallo che furono direttamente colpite dalla corrente d'aria.

Il solo ozono rende adunque *sensibile* il metallo alle radiazioni ultraviolette.

Non è da credere che, nel caso in cui il metallo è reso sensibile facendolo servire da elettrodo, ciò si debba all'ozono. Infatti l'effetto si ha perfettamente operando nell'idrogeno secco e puro.

Infine, se si lascia lo specchio metallico per un'ora sotto una campana che si riempì con fumo di tabacco, lo si trova dopo appannato con un velo, oleoso al tatto. Esposto in tali condizioni ai raggi ultravioletti, esso mostra l'immagine sotto l'azione dell'alito. Questa immagine è assai debole, ma riesce con quei metalli (rame, argento, oro) sui quali le radiazioni direttamente non ne producono.

Cap. VI. — *Fenomeni elettrici prodotti dalle radiazioni su metalli nell' aria rarefatta.*

17. Era interessante lo studiare se e come si modifichino i fenomeni elettrici provocati dalle radiazioni, allorchè viene rarefatta l'aria ambiente. Le ricerche che ho fatte in questa direzione hanno forniti alcuni notevoli risultati, che esporrò in quest' ultimo capitolo.

Ho dato sempre all' esperienza la disposizione stessa di quelle che mi servirono di punto di partenza in questo genere di ricerche. Una rete metallica ed un disco sono disposti parallelamente, ed il secondo riceve le radiazioni che passano fra i fili della prima. Questa comunica col suolo, ed il disco coll' elettrometro. Entrambi poi sono racchiusi in un recipiente in cui può farsi il vuoto, munito di una finestra chiusa con un disco di quarzo, attraverso il quale possano liberamente passare le radiazioni attive.

Nelle prime esperienze il recipiente era di vetro, poi fu costruito in metallo. Una macchina pneumatica a stantufo metallico di Deleuil serviva a rarefare l' aria sino a 7 od 8 millimetri di mercurio. In seguito ho ottenuto con una pompa a mercurio rarefazioni maggiori, ma anche colla macchina a stantufo ho avuto alcuni risultati che espongo per primi.

Riempito che sia il recipiente di aria secca alla pressione ordinaria, il che si ottiene facendo ripetutamente il vuoto e poi lasciando rientrare l' aria attraverso tubi disseccanti, si isola il disco e l' elettrometro con esso comunicante, i quali si tengono in comunicazione col suolo negli intervalli fra le esperienze, si fanno agire le radiazioni, e si legge la deviazione stabile che si ottiene dopo un tempo d' azione sufficiente. Rarefatta poi l' aria,

si ripete la misura. La deviazione elettrometrica ottenuta in una di tali esperienze dipende, come sappiamo: 1.° dalla differenza di potenziale di contatto che esiste fra i due metalli che costituiscono l'uno la rete e l'altro il disco; 2.° dalla carica positiva che resta in ogni conduttore per effetto delle radiazioni. Anzi, dicendo D la variazione del potenziale passando dalla rete al disco allorchè comunicano metallicamente, i potenziali di questi due corpi differiscono di D quando il disco comunica anche esso col suolo, mentre differiscono di $4\pi\delta d$, quando la luce ha agito, essendo δ la massima densità elettrica positiva che raggiunge il disco sotto l'azione delle radiazioni, e d la distanza fra rete e disco. Naturalmente questo valore $4\pi\delta d$ è approssimativo, e sarebbe esatto se disco e rete formassero un condensatore piano indefinito. La deviazione elettrometrica α misurerà la variazione che subisce il potenziale del disco per effetto delle radiazioni, e poichè il potenziale della rete è costante, si avrà:

$$\alpha = 4\pi\delta d - \mathrm{D}.$$

Se, per esempio, la rete è di zinco ed il disco di rame, D è negativo, la deviazione α è positiva e cresce insieme a d. Se invece la rete è di rame ed il disco di zinco, D è positivo; la deviazione è negativa per piccoli valori di d, diminuisce al crescere di d, si annulla e poi diviene positiva. In entrambi i casi può ritenersi, come sappiamo, $\alpha = -\mathrm{D}$, se d è abbastanza piccolo.

Dalle misure eseguite rarefacendo l'aria colla macchina di Deleuil si deduce, che la deviazione α resta sensibilmente invariabile allorchè viene rarefatta l'aria sino a che la sua pressione siasi ridotta a pochi centimetri di mercurio; ma con rarefazione maggiore la deviazione cresce alcun poco se è positiva e cala se è negativa, e queste variazioni si accentuano spingendo la rarefazione sino al limite cui si può giungere colla macchina adoperata.

Siccome la deviazione α varia sempre nello stesso senso, la causa di queste variazioni non può attribuirsi al variare di D. Infatti, se operando con rete di zinco e disco di platino la deviazione, che è positiva, cresce rarefacendo l'aria, operando invece con rete di platino e disco di zinco la deviazione, in tal caso negativa, dovrebbe ancora crescere in valore assoluto, anzi-

chè diminuire. Bisogna dunque ammettere che col rarefarsi dell'aria δ aumenti, e cioè cresca la densità positiva massima che acquista il conduttore illuminato.

Le variazioni di α ottenute in queste prime esperienze, di alcune delle quali riporterò i risultati numerici, sono assai piccole, ma si manifestano in modo di più in più marcato aumentando progressivamente la rarefazione, il che lascia intravedere che con rarefazioni molto spinte debbano aversi grandi variazioni. Ma queste prime esperienze hanno tuttavia un pregio, che dipende dalla rapidità con cui la macchina fa il vuoto. Ho potuto osservare difatti, che i valori della deviazione α si modificano col tempo, e precisamente in questo modo.

Fatto il vuoto, si ha per α un valore più grande (dato che α fosse positivo alla pressione ordinaria) di quello che si ebbe prima di rarefare l'aria; ma misurando di nuovo α mentre la pressione conserva lo stesso piccolo valore, si ottengono deviazioni gradatamente minori. Tornando poi alla pressione ordinaria, col far rientrare aria secca nel recipiente, si ha, non più il valore di α che si ebbe in principio, ma uno minore. Però col tempo la deviazione α gradatamente cresce sino a riprendere sensibilmente il valore iniziale. Insomma, le variazioni nel valore di α che si hanno cambiando la pressione dell'aria, sono nei primi momenti più grandi che negli istanti successivi. Si comprenderanno meglio i risultati che ho esposti considerando attentamente i seguenti valori di α che ottenni in alcune esperienze.

La distanza fra rete e disco fu sempre piccola, fra $^1/_2$ ed 1 millimetro.

Rete di zinco e disco di stagno

Pressione	759	mm.	. . . .	$\alpha =$ 0,294	Volta
»	16	»	. . . .	» » 0,367	»
»	»	»	dopo 20 minuti .	» » 0,330	»
»	»	»	» altri 15 min.	» » 0,319	»
»	759	»	. . . .	» » 0,257	»
»	»	»	dopo un'ora. . .	» » 0,274	»

Rete di zinco e disco di rame.

Pressione	759	mm.	. . . .	$\alpha =$	0,915	Volta
»	13	»	. . . .	» »	1,012	»
»	»	»	dopo 25 minuti .	» »	0,978	»
»	»	»	» altri 20 min.	» »	0,961	»
»	759	»	. . . .	» »	0,901	»
»	»	»	dopo qualche ora .	» »	0,910	»

Rete di platino e disco di zinco.

Pressione	763	mm.	. . . .	$\alpha =$	$-0,758$	Volta
»	11	»	. . . .	» » »	0,507	»
»	»	»	dopo 30 minuti.	» » »	0,608	»
»	763	»	. . . .	» » »	0,739	»
»	»	»	dopo 30 minuti.	» » »	0,758	»

(Continua).

SUL PRINCIPIO DI HUYGENS;
NOTA DEL PROF. EUGENIO BELTRAMI.

(*Rendiconti del R. Istituto Lombardo*, Ser. II, Vol. XXII, fasc. X).

Nella celeberrima *Theorie der Luftschwingungen in Röhren mit offenen Enden*, Helmholtz ha fatto per la prima volta, con felicissimo successo, l'applicazione del teorema di Green ad una certa classe di funzioni a tre variabili, che si presentano nello studio del moto vibratorio d'un mezzo elastico ed in altre questioni fisico-matematiche [1]). A quest'applicazione è stata data da Kirchhoff un'ulteriore estensione, col considerare direttamente, al posto delle anzidette funzioni (che dipendono dalle sole coordinate e che figurano negli ultimi risultati come fattori di funzioni periodiche del tempo), le funzioni complete a quattro variabili, coordinate e tempo, che rappresentano sia i potenziali, sia le componenti di spostamento. Mercè questa nuova applicazione del detto teorema, Kirchhoff ha potuto facilmente dedurre, nella XXIII delle sue classiche lezioni di meccanica, la famosa formola di Poisson, che è di tanta importanza nella teoria del

1) Il sig. Mathieu, nella prima parte della sua recente *Théorie du potentiel* (Paris, 1885), consacra un articolo speciale a questo tipo di funzioni, ch'egli denota col nome di *potentiel calorifique*.

suono: e, posteriormente, nell' altra non meno classica Memoria *Zur Theorie der Lichtstrahlen* (*Sitzungsberichte* dell' Accademia di Berlino, 1882), è giunto a stabilire una formola ancora più generale, che può servire di base allo studio dei fenomeni ottici, come quella che porge la più precisa e la più completa traduzione analitica del principio di Huygens, almeno rispetto ai mezzi isotropi.

In una recente e pregevole Memoria *Sulla propagazione libera e perturbata delle onde luminose in un mezzo isotropo* (Annali di Matematica, T. XVI), il prof. G. A. Maggi, egregio Corrisp. di questo Istituto, giudicando per avventura disputabile l'uso fatto da Kirchhoff d' una certa funzione ausiliare, per giungere alla formola fondamentale che ho testè ricordata, ha dato di questa formola una nuova dimostrazione, la quale si fonda unicamente sulla necessità che la funzione, cui si tratta di dare una conveniente espressione analitica, soddisfaccia alla nota equazione differenziale dei moti vibratori. Benchè la dimostrazione di Kirchhoff possa, a mio avviso, con qualche opportuna modificazione di forma, mettersi al sicuro dall' accennata objezione, riconosco tuttavia che anche quella del prof. Maggi è perfettamente soddisfacente.

Ciò non pertanto confesso che mi dorrebbe di veder abbandonare il punto di partenza dell' analisi di Kirchhoff, voglio dire il teorema di Green, parendomi che questo offra la base più naturale ad ogni indagine di tal genere e permetta di giungere alla meta senza nulla anticipare circa la forma del risultato di cui si va in cerca.

Questa considerazione mi induce a comunicare al R. Istituto, nella presente Nota, un altro procedimento dimostrativo, che è molto simile, nell' indole sua generale, a quello di Kirchhoff, ma che se ne scosta sotto diversi aspetti, rimovendo, in particolare, quei dubbi che l' originaria dimostrazione potrebbe lasciar sussistere.

Premetto che l' equazione d' onde è partito Kirchhoff non è propriamente quella che va nota sotto il nome di *teorema* di Green [1]), ma quell' altra che io chiamerei più volontieri *lemma* di Green [2]) e che involge due distinte funzioni, niuna delle quali

1) *Essay*, eq. (3) dell' Art. 3.

2) *Ibid.*, eq. (2).

presenta valori critici nel campo d'integrazione. Ora a me pare che convenga invece prendere le mosse appunto dal teorema di Green propriamente detto, assoggettando però la formola in cui si traduce questo teorema ad una preliminare modificazione, che in apparenza è di lievissimo conto, ma che riesce in realtà di molto vantaggio per la questione attuale e fors'anche per altre.

Credo di giovare alla chiarezza, senza allungare gran fatto il discorso, risalendo alla prima fonte del processo analitico cui alludo.

Questa prima fonte, che è al tempo stesso (come già più volte ho avuto occasione di notare) l'origine vera di tutte le formole che appartengono al tipo di quelle di Green, è da cercarsi nelle proposizioni stabilite da Gauss, fino dal 1813, nella notissima Memoria intitolata *Theoria attractionis corporum homogeneorum*, ed è rappresentata, in modo del tutto esplicito, da una formula dell'Art. 10 degli *Allgemeine Lehrsätze* (1840). Questa formula, traduzione pressochè intuitiva del processo d'integrazione per coordinate polari, è la seguente:

$$(1) \qquad \int \frac{dU}{dr}\frac{dS}{r^2} = \int U \frac{d\frac{1}{r}}{dn} d\sigma - (\sigma)_0 U_0 ,$$

dove S è uno spazio finito qualunque, σ è la totale superficie che lo limita, n è la normale interna a questa superficie (cioè la normale che penetra in S), r è la distanza assoluta d'un qualunque punto fisso, o polo ($r=0$), da un punto variabile sia dello spazio S, sia della superficie σ, e finalmente U_0, $(\sigma)_0$ sono i valori che prendono nel polo la funzione U delle tre coordinate e quello che si suol chiamare angolo visuale della superficie σ (riguardando come positiva la faccia interna di questa, ossia quella che è rivolta verso lo spazio S). Per la validità di questa formola si richiede che U sia funzione monodroma, continua e dotata di derivate prime integrabili in tutto lo spazio S: questa funzione può avere degli infiniti di prim'ordine isolati, purchè nessuno di essi cada nel polo ($r=0$), il quale, nelle deduzioni che sto per fare, può essere od interno, nel qual caso si ha $(\sigma)_0 = 4\pi$, od esterno, nel qual caso si ha $(\sigma)_0 = 0$.

Nella formola (1) rientrano, come casi particolari conosciutissimi, quelle tre di cui la prima è:

$$(1)_a \qquad \int \frac{dU}{dx}\, dS = -\int U \frac{dx}{dn}\, d\sigma\,,$$

e che sussistono nelle medesime condizioni: esse corrispondono, in sostanza, all' ipotesi che il polo sia situato all' infinito, nella direzione delle x, oppure delle y, oppure delle z, e sono la traduzione del *Theorema tertium* della citata *Theoria attractionis.*

Ciò premesso, sieno ϕ ed F due funzioni monodrome, continue e finite colle loro derivate prime, e dotate di derivate seconde integrabili in tutto lo spazio S. Designando per brevità con Σ una somma relativa alle tre coordinate x, y, z si deduce dall' equazione $(1)_a$ e dalle due analoghe la relazione seguente:

$$(a) \qquad \Sigma \int \frac{d}{dx}\left(\frac{dF}{dx}\frac{\phi}{r}\right) dS + \int \frac{dF}{dn}\frac{\phi\, d\sigma}{r} = 0\,.$$

Sia F_0 il valore di F nel polo ($r = 0$), valore che si deve porre $= 0$, quando questo punto sia esterno. Ponendo:

$$\psi' = \frac{F - F_0}{r}\,, \text{ donde } F = F_0 + r\psi'\,,$$

si ha identicamente:

$$\frac{dF}{dx}\frac{\phi}{r} = \phi \frac{d\psi'}{dx} - (F - F_0)\phi \frac{d\frac{1}{r}}{dx}\,,$$

donde:

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{dF}{dx}\frac{\phi}{r}\right) = \phi \frac{d^2\psi'}{dx^2} + \frac{d\phi}{dx}\frac{d\psi}{dx} - \frac{d(F\phi)}{dx}\frac{d\frac{1}{r}}{dx} + (F - F_0)\phi \frac{d^2\frac{1}{r}}{dx^2}\,,$$

ove si è posto:

$$\psi = \frac{F}{r}\,.$$

Ora i due integrali:

$$\int \phi \frac{d^2\psi'}{dx^2} dS\,, \quad \int (F - F_0)\phi \frac{d^2\frac{1}{r}}{dx^2} dS\,,$$

sono *proprii* (giusta l' opportuna dicitura adoperata dal prof. Morera in questi stessi Rendiconti (1887), nella Nota *Sulle derivate*

seconde della funzione potenziale, che qui giova aver presente), e così dicasi dei quattro analoghi: si ha quindi

$$\Sigma\int\frac{d}{dx}\left(\frac{dF}{dx}\,\frac{\phi}{r}\right)dS=\int\left(\phi\,\Delta_2\,\psi'+\Delta_1\,\phi\,\psi+\frac{d(F\phi)}{dr}\,\frac{1}{r^2}\right)d\,S\,,$$

ed in virtù del teorema (1) di Gauss

$$=\int(\phi\Delta_2\psi'+\Delta_1\phi\psi)\,d\,S+\int F\phi\,\frac{d\,\frac{1}{r}}{dn}\,d\sigma-4\pi\,F_0\,\phi_0\,.$$

Conseguentemente la relazione (a) si può trasformare nella seguente:

$$4\pi\,F_0\phi_0=\int(\phi\Delta_2\,\psi'+\Delta_1\phi\psi)\,dS+\int\phi\,\frac{d\psi}{dn}\,d\sigma\,.$$

Ma la stessa relazione (a), nelle ipotesi ammesse, sussiste egualmente se vi si permutano fra loro le due funzioni ϕ ed F, con che essa si converte nella

$$\Sigma\int\frac{d}{dx}\left(\psi\,\frac{d\phi}{dx}\right)dS+\int\psi\,\frac{d\phi}{dn}\,d\sigma=0\,,$$

ed è subito riducibile alla forma:

$$0=\int(\psi\Delta_2\phi+\Delta_1\phi\psi)\,d\,S+\int\psi\,\frac{d\phi}{dn}\,d\sigma\,.$$

Sottraendo quest' ultima equazione dalla già ottenuta, si trova:

$$(2)\qquad 4\pi\,F_0\phi_0=\int(\phi\Delta_2\,\psi'-\psi\Delta_2\,\phi)\,d\,S+\int\left(\phi\,\frac{d\psi}{dn}-\psi\,\frac{d\phi}{dn}\right)d\sigma\,,$$

dove è bene rammentare che si è posto:

$$(2)_a\qquad \psi=\frac{F}{r}\,,\qquad \psi'=\frac{F-F_0}{r}\,,$$

e che si deve porre $F_0=0$ se il polo è esterno.

Quest' equazione (2) rappresenta quella lieve modificazione, o generalizzazione che dir si voglia, dell' ordinario teorema di Green, alla quale ho fatto più sopra allusione e che parmi degna di nota, anche indipendentemente dall' applicazione qui avuta in vista. Credo utile aggiungere, ancora in via generale, che l'integrale:

$$\int\phi\,\Delta_2\,\psi'\,d\,S\,,$$

per essere *proprio* (come ho già notato), differisce infinitamente poco (Morera, Nota citata) da quell'altro che se ne ricaverebbe togliendo al campo S un intorno evanescente del polo (ove questo fosse interno): il quale altro integrale, prescindendo dalla variazione evanescente del campo, non sarebbe poi altro che:

$$\int \phi \, \Delta_2 \psi \, dS .$$

Scrivendo, *con questo sottinteso*, ψ in luogo di ψ', la formola (2) assume un aspetto ancora più somigliante a quella data da Green [1]).

Dopo tutti questi preliminari, vengo alla dimostrazione della formola di Kirchhoff.

Le due funzioni ϕ e ψ dipendano non soltanto dalle tre coordinate x, y, z, ma altresì dal tempo t e soddisfacciano alle note equazioni differenziali:

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} = a^2 \Delta_2 \phi , \qquad \frac{d^2\psi}{dt^2} = a^2 \Delta_2 \psi ,$$

dove a è la velocità di propagazione del moto vibratorio che si considera. Tenendo conto della forma $(2)_a$ assegnata alla funzione ψ, si presenta naturalmente l'idea di prendere:

$$F = F(r + at),$$

non già invero perchè questa sia l'unica forma attribuibile ad F, ma perchè essa è indubbiamente la più semplice possibile. Bisogna porre, per conseguenza,

$$F_0 = F(at), \qquad \text{oppure } F_0 = 0,$$

secondo che il polo sia interno od esterno, e bisogna inoltre ammettere che F, considerata come funzione dell'unico argomento $r + at$, abbia la derivata seconda integrabile: e le stesse proprietà debbono presupporsi, rispetto alla nuova variabile t, per

1) La citata formola (8), art. 3 dell'*Essay* non sussiste che con questo sottinteso, ed altrettanto debbo dire delle formole $(7)_a$ ed $(8)_a$ della mia Memoria: *Sull'uso delle coordinate curvilinee nelle teorie del potenziale e dell'elasticità* (Bologna, 1885).

l'altro integrale ϕ dell' equazione differenziale, la forma del quale è lasciata, quanto al resto, indeterminata. In tali condizioni, l'equazione (2), ove si scriva ψ in luogo di ψ' col sottinteso già sopra espresso, si converte nella:

$$4\pi F_0\phi_0 = \int\left(\phi\frac{d\psi}{dn} - \psi\frac{d\phi}{dn}\right)d\sigma + \frac{d}{dt}\int\left(\phi\frac{d\psi}{dt} - \psi\frac{d\phi}{dt}\right)dS,$$

nell'ultimo termine della quale il sottinteso anzidetto diventa superfluo, giacchè l'integrale:

$$\int\phi\frac{d^2\psi}{dt^2}dS,$$

è proprio. Essendo poi:

$$\frac{d\psi}{dn} = F\frac{d\frac{1}{r}}{dn} + \frac{1}{ar}\frac{dF}{dt}\frac{dr}{dn},$$

e potendosi quindi scrivere:

$$\phi\frac{d\psi}{dn} = F\phi\frac{d\frac{1}{r}}{dn} + \frac{1}{ar}\frac{dr}{dn}\frac{d(F\phi)}{dt} - \frac{1}{ar}\frac{dr}{dn}F\frac{d\phi}{dt},$$

l'equazione testè stabilita può mettersi sotto la forma:

$$4\pi F_0\phi_0 = \int F(r+at)\,G(t)\,d\sigma + \frac{dH}{dt}, \tag{b}$$

dove per brevità si è posto:

$$G(t) = \phi\frac{d\frac{1}{r}}{dn} - \frac{1}{r}\frac{d\phi}{dn} - \frac{1}{ar}\frac{d\phi}{dt}\frac{dr}{dn}; \tag{3}$$

$$H = \int\left(\phi\frac{d\psi}{dt} - \psi\frac{d\phi}{dt}\right)dS + \frac{1}{a}\int F(r+at)\,\phi\frac{dr}{dn}\frac{d\sigma}{r},$$

lasciando in evidenza, nella prima di queste due espressioni, quella sola variabile, t, che giova nel seguito di considerare.

Suppongasi ora che la funzione ϕ non abbia valori se non da un determinato istante in poi, e sia, o possa considerarsi come

nulla, colle sue derivate, in ogni istante anteriore. Suppongasi, per converso, che la funzione F cessi d'aver valori da un certo valore del suo argomento in poi e sia, o possa considerarsi come nulla, colle sue derivate, per ogni valore superiore al predetto; il quale del resto si può e si deve prendere così grande, da superare quel qualunque valore finito del prodotto at che occorra di considerare. In tali condizioni, integrando (b) rispetto a t, da $t = -\infty$ a $t = \infty$, si ottiene:

$$4\pi \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{F}_0 \varphi_0 \, dt = \int d\sigma \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{F}(r + at) \, \mathrm{G}(t) \, dt,$$

ossia, introducendo nel secondo membro una nuova variabile s invece di t, col porre $r + at = as$,

$$4\pi \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{F}_0 \psi_0 \, dt = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{F}(as) \, ds \int \mathrm{G}\left(s - \frac{r}{a}\right) d\sigma,$$

e finalmente:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{F}(at) \left[(\sigma)_0 \varphi_0 - \int \mathrm{G}\left(t - \frac{r}{a}\right) \sigma \right] dt = 0.$$

Ora la funzione F è interamente arbitraria: la precedente eguaglianza non può dunque sussistere se non si abbia sempre:

$$(\sigma)_0 \varphi_0 = \int \mathrm{G}\left(t - \frac{r}{a}\right) d\sigma, \tag{4}$$

giacchè in ogni altra ipotesi si potrebbe disporre di F in guisa da rendere diverso da zero il primo membro dell'eguaglianza stessa.

L'equazione (4) è in sostanza, la formola di Kirchhoff. Per ridurla alla forma nota bisogna operare una piccola trasformazione sull'espressione (3), trasformazione che si può fare in due modi.

Indicando generalmente colle parentesi quadre il risultato della sostituzione, in quell'espressione che si trova in esse racchiusa, di $t - r/a$ al posto di t, si ha dapprima:

$$-\frac{1}{a}\frac{dr}{dn}\left[\frac{d\phi}{dt}\right]=\frac{\delta[\phi]}{\delta n},$$

dove la caratteristica δ si riferisce ad una derivazione eseguita con solo riguardo alla variabilità di r. Con tale convenzione si ha (3):

$$\text{(4)}_a \qquad G\left(t-\frac{r}{a}\right)=\frac{\delta}{\delta n}\frac{[\phi]}{r}-\frac{1}{r}\left[\frac{d\phi}{dn}\right],$$

e questa è l'espressione adoperata da Kirchhoff.

Ma si può anche scrivere:

$$\text{(4)}_b \qquad G\left(t-\frac{r}{a}\right)=-\frac{1}{r^2}\left[\frac{1}{a}\frac{dr}{dn}\frac{d(r\phi)}{dt}+\frac{d(r\phi)}{dn}\right],$$

dove le derivate normali sono le solite, cioè quelle che provengono dalla variabilità normale delle x, y, z contenute in $\phi(x, y, z, t)$ e da quella della r visibile. Questa seconda forma lascia meglio riconoscere la relazione che passa fra la formola generale di Kirchhoff e quella di Poisson. Quest'ultima si ottiene supponendo che la superficie σ sia sferica, col centro nel polo e col raggio $r=at$. In questo caso l'espressione (4)$_b$ diventa:

$$\text{(5)} \qquad G(0)=\frac{1}{r^2}\left[\frac{1}{a}\frac{d(r\phi)}{dt}+\frac{d(r\phi)}{dr}\right]_{t=0}.$$

ed è sostanzialmente quella che figura nella formola di Poisson:

$$\text{(5)}_a \qquad \phi_0=\frac{1}{4\pi}\int G(0)\,d\sigma, \qquad (r=at).$$

Giova notare che l'espressione:

$$\frac{1}{a}\frac{d(r\phi)}{dt}+\frac{d(r\phi)}{dr},$$

è quella stessa che, allorquando ϕ si riferisce ad un'onda sferica col centro nel polo, definisce, col suo annullarsi, il carattere *progressivo* dell'onda: carattere il quale risiede, come rettamente avvertiva Poisson (in un passo riportato dal sig. Poincarè, a pag. 80 della sua recente ed interessantissima *Théorie mathématique de la lumière*) in un certo "rapport déterminé qui sub-

siste entre les condensations et les vitesses propres des molécules „ [1]). Questa circostanza si presterebbe, come voglio accennare qui solo per incidenza, a dare un enunciato elegante all'equazione $(5)_a$ considerandola come rappresentativa d'un' azione a distanza che emanasse da ogni elemento della superficie σ e che giungesse al polo dopo un intervallo di tempo $t = r/a$.

Poichè ho testè ricordata l'importante pubblicazione del chiaro Poincarè, mi sia lecito approfittare delle formole precedenti per completare in ogni punto la giustificazione ivi data del principio di Huygens, nel caso delle onde sferiche (Art. 75 della citata *Théorie*).

Abbiasi, per $t = 0$,

$$\phi = \Phi, \qquad \frac{d\phi}{dt} = \Phi',$$

e sia ρ_0 la distanza del polo $(r = 0)$ dal centro dell'onda iniziale: sia inoltre ρ la distanza di questo centro da un punto qualunque della superficie sferica σ: Φ e Φ' sono funzioni date di ρ. Denotando con θ l'angolo che il raggio qualunque r $(= at)$ di σ fa col prolungamento di ρ_0, si ha:

$$\rho^2 = \rho_0^2 + r^2 + 2\rho_0 r \cos\theta,$$

e la formola di Poisson dà:

$$\phi_0 = \frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\left(\frac{r}{a}\Phi' + \Phi + r\frac{d\Phi}{dr}\right)\operatorname{sen}\theta\, d\theta.$$

Ma si ha:

$$\frac{d\Phi}{dr} = \frac{d\Phi}{d\rho}\,\frac{r + \rho_0\cos\theta}{\rho} = \frac{d\Phi}{d\rho}\,\frac{\rho^2 + r^2 - \rho_0^2}{2r\rho},$$

epperò, introducendo ρ come variabile d' integrazione, si ottiene:

$$\phi_0 = \frac{1}{2\rho_0}\int_{\rho'}^{\rho''}\left[\frac{\rho}{a}\Phi' + \frac{1}{2r}\frac{d}{d\rho}\left((\rho^2 + r^2 - \rho_0^2)\,\Phi\right)\right]d\rho,$$

1) Poisson pensava ad onde longitudinali.

o meglio:

$$\varphi_0 = \frac{1}{2\rho_0} \int_{\rho'}^{\rho''} \left[\frac{\rho}{a} \Phi' \pm \frac{d(\rho\Phi)}{d\rho} + \frac{1}{2r} \frac{d}{d\rho} \left((\overline{\rho \mp r}^2 - \rho_0^2) \Phi \right) \right] d\rho,$$

dove $\rho'' = \rho_0 + r$, $\rho' = | \rho_0 - r |$.

Considerando quindi separatamente i due casi dell'onda progressiva e dell'onda regressiva, caratterizzati dall' eguaglianza:

$$\frac{\rho}{a} \Phi' \pm \frac{d(\rho\Phi)}{d\rho} = 0,$$

col segno superiore nel primo caso e coll'inferiore nel secondo, si ha:

$$\varphi(\rho_0, t) = \frac{1}{4\rho_0 \, at} \Big[(\rho + \rho_0 \mp at)(\rho - \rho_0 \mp at) \Phi(\rho) \Big]_{\rho'}^{\rho''},$$

donde si trae:
prendendo il segno superiore

$$\begin{aligned} \varphi(\rho_0, t) &= \frac{(\rho_0 - at)\, \Phi(\rho_0 - at)}{\rho_0}, \quad \text{se } \rho_0 > at \\ &= 0 \qquad\qquad\qquad\qquad\quad \text{se } \rho_0 < at, \end{aligned}$$

e prendendo il segno inferiore (senza tener conto dell'onda progressiva che si forma dopo la riflessione sul centro):

$$\varphi(\rho_0, t) = \frac{(\rho_0 + at)\, \Phi(\rho_0 + at)}{\rho_0}, \text{ in ogni caso}.$$

Se si suppone che l'onda iniziale sia sottilissima e se si prende Φ sotto la forma:

$$\Phi(\rho) = \frac{f(\rho)}{\rho},$$

queste formole danno senz'altro la completa giustificazione del principio di Huygens nel caso delle onde sferiche, caso certamente assai semplice, ma altrettanto fondamentale per la chiara intelligenza del principio stesso.

SULLA INFLUENZA DELLE FORZE ELASTICHE NELLE VIBRAZIONI TRASVERSALI DELLE CORDE; MEMORIA DEL PROF. PIETRO CARDANI.

Riassunto scritto dall' A. di quattro note inserite nei *Rend. della R. Acc. dei Lincei.* 1).

Il numero N delle vibrazioni che una corda compie in un secondo, si ottiene dalla relazione

$$N = \sqrt{n^2 + n_1^2} \tag{1}$$

stabilita sperimentalmente dal Savart, nella quale n rappresenta il numero delle vibrazioni che la corda dovrebbe dare teoricamente e che sarebbe espresso dalla nota formola

$$n = \frac{V}{2L} \tag{2}$$

(V essendo la velocità teorica di propagazione del moto vibratorio ed L la lunghezza della corda), ed n_1 rappresenta il numero di vibrazioni che la corda dovrebbe dare per le sole forze elastiche e quindi per una tensione eguale a zero. Per una corda teoricamente perfetta dovrebbe n_1 esser eguale a zero e quindi $N = n$; il Savart trovò invece per n_1 valori notevolmente grandi, quindi grandissime differenze tra il numero delle vibrazioni che la corda avrebbe dovuto dare teoricamente e quello che dava realmente, differenze però che andavano continuamente diminuendo col crescer del peso tensore, crescendo con questo peso il valore di n mentre quello di n_1 rimaneva costante.

Se non che il Savart, forse per rendere l'influenza della rigidità delle corde la più grande possibile, pensò di adoperare corde molto corte, (appena 8 cm.); senza forse riflettere che in tali condizioni i fili metallici adoperati, piuttosto che comportarsi come corde elastiche, era più facile che si fossero comportati come verghe elastiche fisse alle due estremità. In un filo metallico dovrebbero sempre aversi due suoni di altezza molto di-

1) Vedi *Rendiconti dell'Accademia dei Lincei*, vol. IV, 1° semestre 1888, pag. 524, 532, 705, 714, 818, 823, e secondo semestre 105, 110.

versi, secondo che il moto vibratorio si propaga per l'elasticità del mezzo, o per la tensione alla quale il filo è sottoposto: e le leggi di vibrazione del filo sono anche molto diverse come si vede facilmente paragonando la formola delle verghe elastiche con quella delle corde elastiche: un filo metallico darà a preferenza il suono delle corde elastiche se lungo e sottile, darà a preferenza il suono delle verghe elastiche fisse alle due estremità se corto e grosso. Il Savart stesso, anche nei fili così corti da lui adoperati, osservò l'esistenza di questi due suoni, l'uno acuto che otteneva applicando il più leggermente possibile l'archetto sul filo, l'altro notevolmente più grave, ma credette che questo secondo suono fosse dovuto a cause disturbatrici che bisognava con ogni cura eliminare, e quindi non studiò che la variazione colla tensione del suono più acuto. In seguito a queste considerazioni l'A. si pone il seguente quesito: le grandi differenze trovate dal Savart tra il numero delle vibrazioni che dà una corda realmente e quello che dovrebbe dare teoricamente, esistono realmente, o non dipendono invece dal fatto che il Savart ha seguito nelle sue esperienze il suono più acuto dato dai fili, e che probabilmente era quello che essi davano comportandosi come verghe elastiche, mentre non tenne alcun conto del suono più grave che probabilmente era quello corrispondente ai fili medesimi vibranti come corde elastiche? In altre parole il Savart ha veramente studiata l'influenza della rigidità nelle corde vibranti con differenti tensioni, o l'influenza della tensione nelle verghe elastiche fisse alle estremità?

Il dubbio dell'A. che il Savart avesse risoluto il secondo problema e non il primo era avvalorato dal fatto che, avendo l'A. applicato ai fili adoperati dal Savart le formole delle verghe elastiche fisse alle due estremità, trovò valori molto concordanti con quelli trascritti nella memoria del Savart e corrispondenti ai fili vibranti con tensione eguale a zero.

Ad ogni modo per togliere qualunque dubbio sulla questione, l'A. ha creduto di eseguire nuove esperienze, ma con fili di lunghezza maggiore; in modo da esser sicuro che i fili non si comportassero come verghe elastiche fisse alle due estremità, e vedere se realmente tra la pratica e la teoria vi era quel disaccordo così grande come aveva trovato il Savart.

Per avere con molta precisione il numero delle vibrazioni della corda, l'A. adoperò il metodo stroboscopico. Un disco con otto fenditure equidistanti girava con moto sensibilmente uniforme davanti alla corda. Si regolava la velocità del disco in modo che davanti all'occhio passassero due fenditure nel tempo che la corda compiva $2K+1$ vibrazioni doppie: si vedevano allora formarsi come delle onde stazionarie, e la corda sembrava divisa in una serie di nodi e ventri. Conoscendo il numero delle fenditure che passavano in un secondo davanti all'occhio, nel prodotto di questo numero per $2K+1$, (numero dei ventri che si osservavano nell'intervallo di due fenditure), si aveva il numero delle vibrazioni semplici compiute dalla corda e quindi anche il numero delle vibrazioni doppie.

Il metodo è di una straordinaria precisione: per il più piccolo cambiamento nella velocità del disco, le onde si spostano rapidissimamente in un senso o in senso contrario. Bisognava avere con esattezza la velocità del disco per avere con eguale esattezza il numero delle vibrazioni della corda: per ciò il disco girante portava una punta di acciaio colla quale, passando nel mercurio, si chiudeva per un istante un circuito di una corrente di sei elementi Bunsen per ogni giro del disco: questa corrente circolava nel filo primario di un rocchetto di Ruhmkorff. I capi del filo indotto comunicavano l'uno con un elettro-diapason a punta scrivente di 100 v. d., l'altro con un cilindro girante ricoperto di carta affumicata.

La scintilla segnava nella traccia del diapason il momento in cui la punta del disco chiudeva il circuito; contando il numero delle vibrazioni del diapason tra due scintille consecutive si aveva la durata di un giro del disco colla precisione di 0,001 di secondo.

La corda elastica era tesa sopra un sonometro verticale, e con cuscinetti a vite si chiudeva, dopo averla caricata dei pezzi voluti.

Facendo vibrare la corda, si regolava a tentativi la velocità del disco, e quando le onde erano ben ferme, si segnava con un apposito interruttore tre o quattro scintille vicinissime, per avere la posizione del diapason sulla carta e quindi anche con sicu-

rezza la velocità del disco nel momento in cui si fece l'osservazione.

L'A. ha cominciato lo studio con corde di circa 41,99 cent. di lunghezza; ma essendo dall'esperienza rigorosamente verificata la legge che il numero delle vibrazioni varia in ragione inversa della lunghezza della corda, poteva render paragonabili i suoi risultati con quelli avuti dal Savart. Anche per il diametro i fili adoperati dall'A. erano più sottili: ma anche riguardo a questo l'A. poteva paragonare i risultati suoi a quelli che avrebbe dovuto avere, se fossero state vere le conseguenze a cui era pervenuto il Savart, tenendo conto che il numero di vibrazioni n'', che la corda doveva dare con tensione zero, doveva variare proporzionalmente al diametro dei fili.

Invece di paragonare i numeri di vibrazioni, l'A. ha trovato più conveniente paragonare le velocità di propagazione: la velocità pratica, sarebbe data da

$$V = 2NL$$

dove N rappresenta il numero di vibrazioni ottenute dall'esperienza, e la velocità teorica V' sarebbe data da

$$V' = \sqrt{\frac{Pg}{p}}$$

essendo P il peso tensore, g l'accelerazione dovuta alla gravità e p il peso di 1 metro del filo adoperato.

Fatti i calcoli, prendendo come punto di partenza le esperienze del Savart, l'A. trova, che se realmente il Savart avesse ottenuto lo scopo che si era prefisso, nelle condizioni sperimentali di tensione, di lunghezza di filo, e di diametro in cui l'A. sperimentava, avrebbero dovuto ottenersi i seguenti risultati:

per il filo di rame adoperato la differenza tra V e V' di metri 32,36 per una tensione zero, doveva ridursi a metri 3,06 per una tensione di grammi 3574,

per il filo di ottone la differenza tra V e V', di metri 37,99 per una tensione zero, doveva ridursi a metri 4,50 per una tensione di grammi 2858.

per il filo di ferro la differenza tra V e V' di metri 64,72

per una tensione zero, doveva ridursi a metri 11,60 per una tensione di grammi 5595,

per il filo di acciaio la differenza tra V e V' di metri 51,52 per una tensione zero, doveva ridursi a metri 7,25 per una tensione di grammi 3030.

L'A. invece ha trovato dalle sue esperienze risultati completamente differenti da questi: le differenze tra V e V' sono incomparabilmente più piccole, tanto piccole da poter considerare l'accordo tra i valori di V e di V' come completa: anche con tensioni molto piccole (colle quali era molto difficile aver misure esatte), la differenza tra V e V' non superò mai i quattro o cinque metri, Finalmente l'A. constatava che le piccole differenze tra V e V', erano le stesse per le differenti sostanze, mentre, secondo il Savart, tali differenze dovevano esser notevolmente diverse, come risulta dai numeri superiormente trascritti.

L'A. quindi passa a studiare l'influenza del diametro per fili di una stessa sostanza; secondo il Savart, per una tensione zero, il numero delle vibrazioni, che teoricamente dovrebbe esser zero, aveva un certo valore dipendente dalla natura chimica del filo adoperato, e cresceva proporzionalmente al diametro.

L'A. adoperò fili di diametri anche maggiori di quelli adoperati dal Savart, e calcolò i risultati che avrebbero dovuto aversi, deducendoli dalle esperienze stesse del Savart.

L'A. adoperò fili di ferro e di acciaio di tali diametri che le differenze tra V e V', per tensioni che facevano dare ai fili circa 100 v. d. al secondo, dovevano essere di oltre 75 metri: ebbene l'A. dalle sue esperienze trovò un accordo quasi completo tra i valori di V e di V' le differenze non furono mai superiori ai 3 metri.

L'A. quindi studia l'influenza dell'ampiezza di vibrazione: e, dal movimento che le onde acquistano col successivo diminuire dell'ampiezza, ne conclude che le vibrazioni più ampie sono anche più rapide, e che quindi la forza, colla quale i punti materiali costituenti la corda vengono portati verso la posizione di equilibrio, cresce più rapidamente dello spostamento. Sopra questo argomento l'A. ha fatte numerosissime misure, tanto più che su di esso nessuna esperienza era stata fatta, e solamente in qualche trattato si asseriva che l'influenza dell'ampiezza sul

numero delle vibrazioni doveva esser tanto più sensibile quanto più grossa e quanto corta era la corda adoperata.

Da tutte le esperienze fatte, l'A. non crede di poter stabilire alcuna legge determinata, ma poter assicurare: 1° che la differenza della durata della vibrazione per le diverse ampiezze, è approssimativamente proporzionale alla variazione dell'ampiezza medesima: 2° che le differenze che si osservano sono diverse per i varii metalli: 3° che per uno stesso metallo, tali differenze sono o indipendenti dal diametro del filo, o, se vi è qualche dipendenza, è in senso contrario a quella che si credeva, cioè esse sarebbero minori quanto più grande è il diametro del filo.

L'A. finalmente ha sperimentato anche su fili di sostanze differenti da quelle adoperate dal Savart, e cioè con fili di Platino di Alluminio e di Nikel, e trovò che, anche con questi fili, l'accordo tra la teoria e la pratica poteva ritenersi completa.

Il disaccordo tra i risultati ottenuti dall'A. e quelli ottenuti dal Savart è tale da non potersi spiegare altrimenti che ammettendo che il Savart abbia preso come suono fondamentale della corda elastica quella che essa dava come verga elastica: in questo modo, nel suo lavoro, il Savart, invece di risolvere il problema dell'influenza delle forze elastiche sulle vibrazioni delle corde, ha risoluto un problema non meno interessante cioè l'influenza della tensione sulle vibrazioni delle verghe elastiche fisse alle due estremità.

CENNO CIRCA AI PERFEZIONAMENTI RECENTEMENTE APPORTATI DALL'EDISON NEL SUO FONOGRAFO; DI A. PACINOTTI.

Già quasi da una diecina di anni fu acquistato dai gabinetti, venne mostrato nei corsi, e descritto nei manuali di Fisica, il primitivo modello del fonografo di Edison. In esso una membrana con una punta d'appoggio premeva leggermente sopra una stagnola che scorreva mentre il suono iniziale agitava la mem-

brana. Sotto la punta la stagnola si piegava un poco in un solco che attesi gli impulsi delle onde sonore sulla membrana prendeva profondità diverse corrispondenti assai alla curva di vibrazione. Questo solco tracciato dal suono iniziale suol dirsi il fonogramma; può esser serbato anche a lungo prima di adoperarlo alla riproduzione del suono. Quando si torna a fare scorrere come da prima la punta della membrana appoggiandola sul fonogramma al fondo del solco, la membrana è ricondotta a vibrare come aveva vibrato sotto gli impulsi del suono primitivo, e ne riproduce le note con qualche irregolare diminuzione di intensità e con l'aggiunta di un timbro nasale, ma pure in modo riconoscibile.

Anche prima dei recenti perfezionamenti, il fonografo dell'Edison era uno strumento pregevole per la semplicità con la quale riusciva a riprodurre in modo sufficentemente riconoscibile i suoni ai quali era stato esposto; ma i perfezionamenti recenti sebbene abbiano reso il fonografo di costruzione assai più complicata e di uso delicato, hanno tanto aggiunto nella precisione con la quale i suoni vengon da esso riprodotti che i suoi tubi acustici applicati agli orecchi non solo fanno riconoscere le parole ma anche fanno risentire la viva voce di chi dettò il fonogramma.

Il fonografo attuale è notevole anche per la precisione meccanica con la quale è costruito in tutte le sue parti. In questo l'Edison adopera come motore una macchinetta elettro-magnetica che munita di un interruttore manovrato da un regolatore a forza centrifuga si presta assai comodamente e precisamente a mantener costante la velocità di rotazione del cilindro fonografico; tal velocità di rotazione suol tenersi di 60 giri al minuto per le parole e di 100 giri al minuto per la musica. Ad ogni giro il passo dell'elica tracciata dal fonogramma sopra il cilindro fonografico è soltanto di un quarto di millimetro in modo che anche sopra un cilindro non molto lungo si traccia un fonogramma che dura alcuni minuti.

Alla stagnola del primitivo fonografo l'Edison ha sostituito un cilindro cavo fatto di cere opportunamente dosate con il quale è riuscito ad ottenere nella riproduzione del suono una sufficente intensità, e molto migliore esattezza nelle note e nei timbri. I

fonogrammi solcati sopra i cilindri di cera possono esser sostituiti l'uno all'altro sul medesimo fonografo, o spediti da un fonografo ad altro fonografo uguale.

Un altro perfezionamento notevole consiste nell'adoprare, in luogo di una sola e medesima membrana con graffiatore, due diaframmi diversi con differenti graffiatori nei due inversi usi del fonografo: cioè nella solcatura del fonogramma per l'azione della voce, e nella riproduzione della voce pel movimento del *fonogramma*. L'attuale *ricettore* dell'Edison ha per diaframma una laminetta di vetro e per graffiatore un piccolissimo scalpelletto d'acciaio portato dal centro del diaframma, che non è perfettamente libero perchè connesso ad una leva i cui movimenti son limitati da un appoggio elastico. Per l'azione della voce, lo scalpelletto del ricettore scava sulla cera del cilindro girante un solco di profondità corrispondenti alle più interessanti vibrazioni del suono motore; questo solco può proseguire per molti giri senza riaddossarsi sul cilindro girante perchè il ricettore col suo scalpelletto vien regolarmente trasportato lungo la generatrice del cilindro da una vite micrometrica.

I movimenti dello scalpelletto sebbene guidati, son molto facili, ma solamente fra limiti assai ristretti perchè la resistenza opposta a questi movimenti dall'appoggio elastico della leva cresce rapidamente con la penetrazione dello scalpelletto nella cera; per tal modo i toni fondamentali vengon registrati con intensità diminuita. Nell'antico fonografo, al contrario, la membrana vibrava più liberamente; ma le onde sonore di gran volume gli imprimevano vibrazioni anormali e sproporzionate; in modo che i toni fondamentali venivan tracciati con esagerazioni.

Quando poi nell'antico fonografo per la riproduzione del suono il fonogramma veniva ripercorso dalla stessa punta che lo aveva tracciato, questa fregando non solo sul fondo ma anche contro i lembi del solco aggiungeva al suono un timbro nasale oltre a quello del padiglione per le ascoltazioni in distanza.

L'attuale *parlatore* automatico dell'Edison ha il diaframma di seta che per la piccola sua massa si presta ad esagerare i toni deboli, e ad ottenere una riproduzione molto chiara delle voci perchè i legami di esse espressi nettamente si distinguono bene dall'inevitabile stridere dell'apparecchio. Il diaframma ri-

ceve il movimento vibratorio dal passaggio del fonogramma già solcato sulla cera, perchè tal diaframma nel centro è rilegato con un filo di gomma elastica ad una molletta che con la estremità piegata a gancio appoggia sul fondo del solco. La punta terminale della molletta del parlatore è più stretta dello scalpelletto del ricettore, in modo che può appoggiare sul fondo del solco senza sfregare contro le sponde di esso, ed ha l'estremità rotondata per non guastare quasi affatto le ondulazioni del fondo sul quale appoggia.

Così se adoprato con cura, uno stesso fonogramma può ripetere molte volte con chiarezza la sua parlata; in modo che i fonogrammi dettati con gli idiomi dei varii paesi potrebbero coadiuvare i maestri di lingue straniere nell'insegnamento delle pronunzie.

RIVISTA

Comptes rendus — 1889.

Fine del 1.° Semestre.

15. — M. Gouy. *Sulla energia utilizzabile ed il potenziale termodinamico.* — L'A. in risposta ad una osservazione fattagli dal Duhem, nel numero 13 dei *Comptes rendus*, fa osservare che nella espressione E (U — TS) + W della *energia utilizzabile*, la T non indica la temperatura del sistema, ma bensì la temperatura T_0 del mezzo ambiente, la qual cosa distingue quella espressione da quella del potenziale elettrodinamico, con la quale si confonde quando la temperatura è uniforme ed uguale a quella del mezzo ambiente.

Toulet e Chevalier. *Sul calorico specifico dell' acqua di mare a diversi gradi di diluizione e di concentrazione.* — Le misure furono eseguite alla temperatura di 17°,5.

Se a e b sono costanti calcolate secondo due esperienze, ed n il numero delle molecole di acqua nelle quali è sciolta una molecola di sale, la soluzione essendo ridotta ad un litro d'acqua, il calorico specifico γ della soluzione salina è, come è noto, espresso da $\gamma = (a + n) : (b + n)$. L'A. trova questa formula applicabile all'acqua del mare, se questa contiene tutto il suo sale allo stato di cloruro di sodio.

Prendendo per densità media dell'acqua del mare 1,0232, numero corrispondente ad un calorico specifico uguale a 0,939; e

prendendo per il calorico specifico dell' aria a pressione costante il numero 0,2374, si trova che abbassando la sua temperatura di un grado, un centimetro cubo di quell' acqua è capace di alzar di 1° la temperatura di 3129 centimetri cubi di aria. Ciò prova la grande influenza del mare sui climi.

E. MERCADIER. *Sulla intensità degli effetti telefonici.* — Recentemente l' A. presentò nei *Comptes rendus* la curva delle intensità degli effetti telefonici in un telefono d' Arsonval, a diafragmi in ferro, a grossezze diverse; ed ora egli presenta le curve ottenute usando diafragmi di metalli diamagnetici, e descrive le nuove esperienze fatte col metodo stesso delle prime. Conclude che: 1.° i telefoni a diafragmi di ferro sono molto più intensi degli altri, e che i loro effetti sono principalmente dovuti all' induzione magnetica; 2.° a diafragmi d' alluminio o di rame presentano, come i precedenti, dei massimi e dei minimi di intensità, e che devono i loro effetti principalmente all' induzione elettrodinamica.

G. CHAPERON. *Sull' avvolgimento dei rocchetti di resistenza destinati alle misure con le correnti alternanti.* — Coi rocchetti ordinarii di resistenza e col metodo delle correnti alternanti, non si posson far misure esatte col ponte di Wheatstone (vedi Bouty e Foussereau, *Journ. de Phy.* 1885). Se, per esempio, coi rocchetti ordinarii, si impiega il telefono per galvanoscopio, in luogo del silenzio si ha un minimo di rumori, e quando le resistenze sono maggiori di 20 000 Ohm, non si posson far misure. Il Cornu pensa che tali effetti sono men dovuti alla self-induzione che ad altri fenomeni mal definiti, come i residui, l' elettrolisi, e la elettrizzazione. L' A. ha cercato di sopprimere od attenuare quegli effetti, ed espone alcune considerazioni di diversi fisici e sue, in proposito; ma il calcolo essendo in questo caso troppo complicato, gli bisognò trattare la questione con semplici prove esperimentali, e pervenne ad alcuni buoni tipi di rocchetti, non maggiori di 25 000 in resistenza. Furon fatti di filo di argentana di $^4/_{100}$, e tutti gli strati della grossezza di un filo vi sono esattamente uguali ed avvolti in versi contrarii. Il ponte a telefono che servì alle esperienze è a filo dritto, analogo al ponte a filo in elica del Kohlrausch.

16. — J. JANSEN. *Sul fonografo di* Edison. — È la descrizione del fonografo, ultimo modello, dell' Edison, ora generalmente noto anche fra noi.

M. VASCHY. *Sulla polarizzazione rotatoria magnetica.* — Nei *Comptes rendus* di quest' anno, il Potier dimostrò che la ipotesi che la materia sia trasportata dall' etere, conduce a spiegare la polarizzazione rotatoria magnetica, ammettendo, in primo luogo,

che in ogni punto del mezzo, la materia ponderabile sia trasportata con una velocità proporzionale a quella dell'etere, proporzionale alla corrente elettrica; e che, in secondo luogo, la materia ponderabile sia composta di molecole che in un campo magnetico divengon magneti, e che la propagazione di un'onda luminosa (elettromagnetica) fa oscillare quei magneti, il di cui moto induce nel mezzo una forza elettromotrice.

Ciò posto, l'A. osserva che la seconda ipotesi è una applicazione dell'ipotesi di Ampère sul magnetismo. Ma essendo i fenomeni magnetici suscettibili di un modo diverso di interpretazione, è interessante il ricercare se si può far di meno di quella ipotesi. La prima ipotesi è, in realtà, sufficiente per la spiegazione di quella polarizzazione; perchè, se la materia ponderabile è trasportata dalle onde che si propagano nel campo magnetico già esistente, ne resulta, secondo una nota legge, una forza elettromotrice indotta, normale e proporzionale alla forza magnetica, ed alla velocità del trasporto.

Sia l'onda elettromagnetica paralella al piano xy, P, Q, R le componenti della forza elettromotrice in un punto, ed F, G, H quelle del potenziale vettore magnetico. Il mezzo essendo dieletrico, le componenti della corrente sono

$$u = \frac{K}{4\pi}\frac{dP}{dt}, \quad v = \frac{K}{4\pi}\frac{dQ}{dt}, \quad w = \frac{K}{4\pi}\frac{dR}{dt}.$$

Siccome queste quantità sono indipendenti da x ed y, si ha, come è noto,

$$K\mu\frac{dP}{dt} = -\frac{d^2F}{dz^2}, \quad K\mu\frac{dQ}{dt} = -\frac{d^2G}{dz^2}, \quad K\mu\frac{dR}{dt} = 0.$$

Se il mezzo è immobile, la forza elettromotrice (P, Q, R) si riduce alla derivata del potenziale vettore relativamente al tempo cangiata di segno $\left(P_0 = -\frac{dF}{dt}, \; Q_0 = -\frac{dG}{dt}, \; R_0 = -\frac{dH}{dt}\right)$ e le equazioni precedenti hanno il carattere ordinario della propagazione delle onde piane. Ma, se la materia ponderabile è trasportata con una velocità proporzionale alla corrente (u, v, w) ossia alla derivata della forza elettromotrice $\left(\frac{dP_0}{dt} = -\frac{d^2F}{dt^2}, \; \frac{dQ_0}{dt} = -\dots\right)$ la esistenza di un campo magnetico preesistente, di intensità M, dà una forza elettromotrice indotta perpendicolare ad M ed alla velocità. Questa forza si aggiunge a (P_0, Q_0, R_0) per dare la resultante (P, Q, R). Nel caso in cui il campo M è paralello alle z, si ha

$$P = -\frac{dF}{dt} - hM\frac{d^2G}{dt^2}, \quad Q = -\frac{dG}{dt} + hM\frac{d^2F}{dt^2}$$

h è il coefficiente di trasporto della materia ponderabile. Ponendo $K\mu = 1 : a^2$ le equazioni della propagazione sono:

$$\frac{d^2F}{dt^2} = a^2 \frac{d^2F}{dz^2} - h\,M\frac{d^3G}{dt^3}, \quad \frac{d^2G}{dt^2} = a^2 \frac{d^2G}{dz^2} + h\,M\frac{d^3F}{dt^3},$$

che equivalgono quelle del Potier, perchè i termini in h essendo praticamente piccolissimi, le seconde derivate di F e di G relative al tempo differiscono pochissimo dalle seconde derivate di F e di G per z, moltiplicate da a^2, e si può rimpiazzare

$$\frac{d^3F}{dt^3} \text{ e } \frac{d^3G}{dt^3} \quad \text{con} \quad a^2\frac{d^3F}{dz^2\,dt} \quad \text{ed} \quad a^2\frac{d^3G}{dz^2\,dt}.$$

Quando il campo M ha una direzione qualunque, il calcolo mostra che, trascurando le potenze di h, la M_z è la sola efficace, conforme all' esperienza.

17. G. Lippmann. *Sul modo di ottenere delle fotografie con valori esatti* (con esatte gradazioni di intensità) *per mezzo di vetri colorati.* — L' azzurro è il colore più cupo, e viene in bianco nella fotografia; e il rosso, il giallo e il verde risultano neri. Si cercò di modificare la sensibilità degli strati, per renderli più sensibili al giallo, al verde, al rosso, ma il problema non è ancor risoluto. Le lastre del Vogel, d' Obernetter, d' Attout-Tailfer, sono però più sensibili al rosso ed al verde delle antiche.

L' A. espone nella camera oscura una lastra Attout-Tailfer. Davanti vi pone un vetro azzurro, per un certo tempo necessario ai raggi azzurri; poi vi sostituisce un vetro verde, e continua per un altro piccol tempo. Il vetro verde è tale che non lascia passare alcun raggio azzurro. Poi adopra un vetro rosso, scelto in modo che non lascia passare nè verdi nè azzurri. Così la fotografia non ha macchie oscure, e il fogliame degli alberi, i fiori, tutti gli oggetti colorati danno immagini finamente ombreggiate.

H. Becquerel. *Sulle leggi dell' assorbimento della luce nei cristalli.* — Lo studio delle variazioni degli spettri di assorbimento con la direzione delle vibrazioni luminose, nei cristalli, conduce a rappresentare la radice quadrata della intensità della luce, osservata in diverse direzioni, attraverso una grossezza costante del cristallo, e per vibrazioni di determinata lunghezza d' onda, che escono paralelle alle vibrazioni incidenti, con la formula

$$\sqrt{i} = a\cos^2\alpha + b\cos^2\beta + c\cos^2\gamma.$$

α, β, γ sono gli angoli delle vibrazioni con gli assi principali di assorbimento corrispondenti, ed a^2, b^2, c^2 sono le intensità osser-

vate quando le vibrazioni coincidono successivamente con uno degli assi. Quella formula fu già data dall' A. (*Ann. de Chim. etc.* 6.ª serie t. XIV) ed ora l' A. fa vedere quanto essa soddisfa alle osservazioni esperimentali fatte con l' epidoto verde.

È noto che la intensità dell' assorbimento varia rapidamente con la grossezza della materia assorbente attraversata dalla luce; e le verificazioni esperimentali riferite dall' A. mostrano che quella variazione non ha luogo che su quei coefficienti a, b, c. Se si ammette, per rappresentare la variazione di a con la grossezza z, la espressione $a = \sqrt{i_0} \,.\, e^{-mz}$ giustificabile dalle esperienze fatte sino ad ora, la formula dell' assorbimento attraverso i cristalli, diventa

$$\sqrt{i} = \sqrt{i_0}\,(e^{-mz}.\cos^2\alpha + e^{-nz}.\cos^2\beta + e^{-pz}.\cos^2\gamma).$$

Indipendentemente da ogni teoria, questa formula è un nuovo dato esperimentale, per lo studio della propagazione della luce nei cristalli.

J. VIOLLE. *Sulla lega del chilogrammo.* — Per i prototipi nazionali del chilogrammo, si ha il platino a 10 per 100 di iridio. Questa lega fu preparata dal Matthey col più alto grado di perfezione chimica; nulladimeno l' A. trovò che la densità dei cilindri di quella lega, destinati a fare i prototipi, in alcuni casi era troppo piccola. Vi eran dunque dei vuoti nell' interno di quei cilindri; ed infatti vi si trovarono delle fenditure parallele all' asse. Per riempire quei vuoti, l' A. ed il Debray, sottomisero quei cilindri a fortissime pressioni; e poi furono ricotti di nuovo, e di nuovo sottoposti ai colpi di un grande bilanciere, fino a che più non variasse il valore dovuto della densità.

CH. ANTOINE. *Dilatazione e compressione dell' acido carbonico.* — L' A. in una Nota presentata nel 21 Gennaio ultimo, stabilì che la reciproca β del coefficiente di dilatazione a pressione costante era data da

$$\beta = \frac{pv_s}{\delta} - t_s.$$

δ è una costante, t_s e v_s la temperatura ed il volume a saturazione alla pressione p.

Dalla relazione $pv^n =$ costante, si deduce

$$\log pv_s = \text{cost}\,\frac{A'}{B + t_s}\,.$$

Si possono ottenere per pv_s, e per β, valori più semplici. Se si traccia una curva con le temperature per ascisse e pv_s per ordi-

nate, si trova che è prossimamente una iperbola con gli asintoti paralelli agli assi coordinati. Pel vapor d' acqua, per esempio, i valori di A pu calcolati dallo Zeuner, sono approssimativamente quelli dati dalla relazione

$$A pu = 120{,}20 - \frac{80000}{900 + t_s} .$$

Secondo le esperienze di Regnault sull' acido carbonico, dalla tensione 13007^{mm} a 76313^{mm}, si ha

$$\log p = 0{,}8118 \left(9{,}2615 - \frac{1000}{263 + t_s} \right) . \tag{1}$$

Le esperienze del Faraday (da 866 a 2926^{mm}) e quelle del Cailletet (da 760 a 9652^{mm}) sono coordinate dalla relazione

$$\log p = 6{,}2134 - \frac{300}{170 + t_s} . \tag{2}$$

Da questa si può, per il calcolo di β, dedurre pv_s dalla relazione pv_s^n = cost, ed avere

$$\log (\beta + t_s) = 2{,}3891 - \frac{10}{170 + t_s} ,$$

oppure, rappresentando pv_s con una iperbola, aver la relazione approssimata

$$\beta + t_s = 235 - \frac{5000}{190 + t_s} . \tag{3}$$

L' A. termina la Nota con l' applicazione numerica di quest' ultima relazione.

N. Piltschikoff. *Sulla polarizzazione elettrica pei metalli.* — Per spiegare il ritardo della elettrolisi, scoperto dal Lippmann in un sistema elettrolitico ove il lavoro chimico propriamente detto, è compensato, l' A. in una Nota precedente considerò il lavoro molecolare, ed espresse la forza elettromotrice ε, antagonista alla elettrolisi, in funzione delle energie molecolari Q_1 e Q_2 dell' anode e del catode, $\varepsilon = A (Q_1 - Q_2)$, A essendo l' equivalente chimico della elettricità. Pensò poi, che ogni modificazione dello stato fisico del catode deve avere influenza sull' aderenza del deposito elettrolitico e, per conseguenza sopra Q_2; ed infatti, esso verificò i cangiamenti di ε in virtù di tale influenza. Era interessante verificare se anche lo stato fisico dell' anode influiva su di ε.

Le esperienze mostrarono che ε varia conformemente a ciò che *a priori* è prevedibile. Si può altresì domandare, se la differenza di potenziale η applicata agli elettrodi, in un sistema con

lavoro chimico compensato, sarà più piccola della forza antagonista, che avverrà egli? Certamente avverrà la polarizzazione degli elettrodi, ma da che sarà essa prodotta? L' idrogeno solo polarizzerà il catode, o sibbene altresì il metallo dell' elettrolite.

« Le esperienze dell' A. mostrano che il metallo si accumula sulla superficie del catode ».

18. — A. Cornu. *Sulla polarizzazione elittica per riflessione vitrea e metallica. Estensione dei metodi di osservazione alle radiazioni ultraviolette. Continuità fra quei due generi di fenomeni.* — Questa pregevolissima Nota occupa circa sei pagine dei *Comptes rendus*, in gran parte a piccoli caratteri, ed ha una figura per la descrizione degli apparecchi. Perciò, per difetto di spazio, questo sunto riescirà relativamente molto limitato. È noto che un fascetto di luce polarizzata rettilineamente non si riflette, conservando una polarizzazione esattamente rettilinea, che nel caso in cui la vibrazione incidente è paralella o perpendicolare al piano d' incidenza. Generalmente, la vibrazione incidente essendo obliqua a quel piano, la vibrazione riflessa è elittica. Questo fenomeno, visibile sotto tutte le incidenze coi metalli, non è apprezzabile coi corpi vitrei che presso la incidenza di Brewster. Tutto procede come se la vibrazione rettilinea del fascio incidente si decomponesse in due, l' una paralella e l' altra normale al piano di incidenza, dando origine a fasci riflessi polarizzati rettilineamente. Questi penetrano in certo modo nella superficie riflettente a diverse profondità secondo la orientazione delle vibrazioni, la vibrazione paralella al piano d'incidenza spesso corrispondendo al maggior cammino percorso; e da ciò una differenza di cammino fra i due fasci, una differenza di fase fra le loro oscillazioni, e la produzione di una vibrazione elittica nel fascio reflesso risultando dalla loro sovrapposizione. Questa differenza di cammino, nulla per $i = 0$, cresce gradatamente, seguendo leggi diverse a seconda delle sostanze riflettenti, fino ad essere una mezza lunghezza d' onda quando $i = 90^\circ$, valore che è una conseguenza delle condizioni meccaniche della riflessione delle onde.

Lo scopo dell' A. è lo studio esperimentale della legge di variazione di quella differenza di fase a seconda dell' incidenza; studio che differisce da quelli analoghi di Senarmont, Jamin e di altri, per la considerabile estensione data ai limiti di refrangibilità fra i quali si fecero le osservazioni. Impiegando le radiazioni comprese dal rosso estremo ($\lambda = 700$) fino all' ultra violetto ($\lambda = 230$) l' A. fa nuove conclusioni capaci di modificare le attuali idee sulla teoria di questi fenomeni.

Gli apparecchi sono simili a quelli di Senarmont e di Jamin, ma vi sono modificati e perfezionati i modi di osservazione. Dif-

feriscono un poco fra loro a seconda che servono per le radiazioni visibili o per le ultra violette. Son goniometri del Babinet, muniti di collimatore e di un cannocchiale i di cui obiettivi sono semplici lenti molto sottili. Presso i fochi di queste lenti stanno il polarizzatore e l'analizzatore, e sul tragitto dei fasci sta un compensatore Bravais, o di Babinet, che serve alla misura delle fasi. Tali sono le disposizioni comuni ai due apparecchi; e dopo l'A. passa con l'aiuto di una figura a descrivere le particolarità che li distinguono.

L'apparecchio e il metodo descritti dall'A. realizzano, per le radiazioni invisibili e facilmente alterabili, delle determinazioni che eran già giudicate delicate e difficili per le radiazioni visibili. L'A. riassume i caratteri essenziali del fenomeno.

Sostanze vitree. La legge che caratterizza la variazione di fase con la incidenza fu espressa dal Cauchy analiticamente e verificata dal Jamin e da altri. Lo studio esperimentale condusse l'A. ad una legge semplicissima, geometricamente interpetrabile, e che rappresenta le osservazioni così esattamente come le formule di quell'illustre geometra. Quella legge fu comunicata nei *Comptes rendus* dell'anno 1878. Nuove osperienze mostrano che essa si estende alle radiazioni ultra violette, con certe restrizioni che diremo, ed è stata scoperta costruendo la curva che ha per ascisse le incidenze e per ordinate le differenze di cammino. Questa curva ha un punto di inflessione ove la incidenza o la differenza di fase δ arriva ad un quarto di lunghezza d'onda, e coincide in prossimità di quel punto (che corrisponde sensibilmente con l'incidenza principale o brusteriana) con la linea

$$x = \mathrm{H} \tang \frac{2\pi}{\lambda} \left(\delta - \frac{\lambda}{4}\right),$$

molto raddrizzata quando la elitticità non è apprezzabile che in stretti limiti di incidenza; e si allunga quando quei limiti si estendono. La inclinazione della tangente al punto d'inflessione caratterizza dunque la grandezza del campo di elitticità della sostanza, ed il coefficiente H proporzionale al coefficiente angolare di questa tangente ne è la misura. Cauchy aveva rappresentata questa proprietà col *coefficiente ε di elitticità* adottato dai fisici. Per identificare la equazione di quella curva con le formule del Cauchy in prossimità dell'incidenza principale J, l'A. trova la formula

$$\mathrm{H} = \varepsilon \operatorname{sen}^3 \mathrm{J},$$

che determina ε per mezzo di H.

Sostanze metalliche. Questo secondo caso, e analiticamente secondo le formule del Cauchy ed esperimentalmente, è più complicato del precedente. L' A. ha costruito la curva anche per questo caso, curva che differisce totalmente dalla precedente. È convessa verso le x, tangente all' origine ($i = 0$) e senza punto d' inflessione presso $y = \frac{1}{4}\lambda$.

Conclusione. I principi sopra i quali il Cauchy stabilì la teoria di quei fenomeni, e le leggi che ne dedusse sono tali che quasi tutti i fisici considerano quelle due specie di fenomeni come di natura distinta fra loro. Ma invece, l' A. è condotto dalle sue esperienze a concludere che quei due generi di fenomeni non sono essenzialmente diversi, e che una stessa sostanza può presentare il passaggio dall' uno all' altro genere in modo continuo, secondo la natura della radiazione reflessa. Ciò però non implica che quei due generi sian dovuti ad una sola ed unica causa, agente in gradi diversi; ma solo che nel meccanismo della riflessione delle onde, o nella costituzione delle superfici riflettenti, vi hanno delle particolarità comuni a tutti i casi, e che non appariscono nelle teorie menzionate, ma che la osservazione pone in rilievo, mostrando quella continuità inattesa fra quei due generi, ossia fra la reflessione vitrea e la metallica.

19. — M. PIONCHON. *Sullo studio della dilatazione lineare dei solidi ad alte temperature.* — L' A. fece uso di un forno a gas, impiegando delle masse di solidi piccolissime, e le temperature erano contemporaneamente misurate con pirometri elettrici di diverse forme. Al di sopra, in uno specchio piano, fatto di una lamina di quarzo grossa tre millimetri, sta una lente piano-convessa di quarzo, con la faccia piana rivolta e paralella allo specchio. La lente è sostenuta dal corpo stesso a studiarsi, il quale ha la forma di un anello cilindrico largo circa due centimetri. La luce, monocromatica, incide normalmente sulla lente, e l' occhio, convenevolmente collocato nel fascio riflesso, vede una serie di frange nel campo circolare lasciato libero dall' anello. Il diametro della lente è di 2,5 centimetri. Specchio, anello e lente, sovrapposti formano un' altezza di un centimetro e mezzo.

Variando la temperatura varia l' altezza dell' anello, quindi la distanza fra la lente e lo specchio, e le frange si spostano. Da questo spostamento si deduce la variazione di grossezza della lamina di aria ove si producono le frange ossia la dilatazione dell' anello, con la formula

$$n\Delta e + e\Delta n = f\lambda/2 .$$

e è la grossezza iniziale, n l' indice di refrazione dell' aria, f il numero delle frange spostate, λ la lunghezza d' onda della luce

impiegata. Studiato che sia un anello, per studiare un' altra sostanza, basta tagliare in questa un disco a faccia superiore riflettente e di un' altezza un poco inferiore a quella dell' anello, che continua a regger la lente. Si pone quel disco entro l' anello, ed allora le frange si producono fra la lente ed il disco, e l' effetto osservato è dovuto alla differenza fra le dilatazioni dell' anello e del disco.

L' A. ha cominciato ad applicar il suo metodo a casi già studiati dal Fizeau e da altri; ebbe buonissimi risultati, e continuerà il suo studio.

A. Potier. *Sulla misura del ritardo che ha luogo nella riflessione delle onde luminose.* — La luce riflessa da una lamina trasparente sottile di grossezza e, dà uno spettro con striscie nere o cannellature, che corrispondono alle radiazioni distrutte dalla interferenza dei due raggi riflessi dalla lamina. Il numero di quelle cannellature fra due strie determinate, di lunghezze d' onde λ_a, λ_a', è dato da

$$N = 2e\left(\frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_a'}\right).$$

La stessa regola non è applicabile se una delle faccie della lamina è argentata, oppure ricoperta da una sostanza di gran potere assorbente, come la fuchsina. Se infatti la faccia posteriore della lamina è in parte ricoperta di fuchsina, e si fa in modo che la fenditura dello spettroscopio riceva nella sua parte superiore la luce riflessa per l' aria, e nella parte inferiore la luce riflessa dalla faccia ricoperta dalla fuchsina, lo spettro appar diviso in due parti, inegualmente brillanti, e separate da una linea orizzontale, e le cannellature non sono nel prolungamento dell' una o nell' altra nelle due parti del campo. Nella regione violetta le cannellature corrispondono, nei due spettri, alle stesse radiazioni; e così nell' ultra violetto. Nello spettro visibile, le cannellature, nella parte che corrisponde alla fuchsina, sono in ritardo su quelle dell' altro spettro, e la differenza cresce dal violetto al rosso ove arriva alla metà della distanza fra due cannellature, le quali sono tutte spostate verso il violetto. Dunque i raggi riflessi dalla faccia ricoperta di fuchsina sono tutti in ritardo su quelli riflessi per l' aria; e questo ritardo varia, da zero per i raggi violetti a mezzo periodo per i raggi rossi. L' A. presenta per questi ritardi alcuni resultati numerici. L' A. seguita con altre opportune considerazioni; e conclude che questo modo di esperimentare, è applicabile a tutte le sostanze suscettibili di formare sopra una lamina sottile uno strato aderente, e dà la misura del ritardo prodotto dalla riflessione delle onde.

Em. Marchand. *Necessità di una correzione per la umidità in certi locali per magnetometri.* — L'A. verificò che la umidità dell'aria aveva una notevole influenza sulle indicazioni del bifilare registratore; e in prova presenta un quadro numerico di osservazioni. Questa influenza è un effetto della umidità sulla seta che tien sospesa la sbarra magnetica; e l'A. descrive il modo a seguirsi per fare esattamente quella correzione.

P. Chroustchoff. *Sullo studio della conducibilità elettrica delle soluzioni saline, applicato ai problemi di meccanica chimica.* — Il Bouty descrisse un metodo elettrometrico per la misura della conducibilità dei liquidi, metodo di estrema sensibilità, e molto adatto per lo studio di problemi di statica chimica. L'A. presenta un ampio quadro di misure di conducibilità elettrica delle dissoluzioni acquose, contenenti un solo sale; per dissoluzioni ad uno, ad un mezzo, ad un quarto di equivalente, un equivalente corrispondendo ad un litro. Poi l'A. ripete le misure per miscugli di sali con gli acidi corrispondenti; e dopo alcune considerazioni conclude che combinando i dati elettrici coi dati termici, si arriva ad un metodo semplice per seguire il modo di decomposizione del sale acido in dissoluzione, formandoci un'idea esatta dello stato del corpo in dissoluzione.

20. — J. Jansen. *Sulla origine tellurica delle strie dell'ossigeno nello spettro solare.* — Per le esperienze servì la torre Eiffel col suo apparecchio luminoso. Fu posta una potente luce a spettro continuo ad una tal distanza dall'analizzatore, che la grossezza atmosferica attraversata rappresentasse l'azione dell'atmosfera terrestre sui raggi solari presso al zenit; cosa che si potè fare in virtù delle posizioni respettive di quella torre e dell'osservatorio di Meudon. Una lente collettrice era davanti alla fenditura, per ridurre lo spettro ad una intensità esattamente confrontabile a quella dello spettro solare nello stesso istrumento. Niuna stria dell'ossigeno si mostrò nello spettro visibile. Con queste esperienze, che saranno dall'A. continuate, s'intende di ricercare se quelle strie sono semplicemente telluriche, oppure telluriche-solari.

P. Duhem. *Sulla impossibilità dei corpi diamagnetici.* — J. Parker (*Phil. Mag.* t. XXVII, p. 403, maggio 1889) dimostra che la esistenza dei corpi diamagnetici è in contradizione con l'assioma sul quale Clausius fonda il principio di Carnot. Le formule sulla magnetizzazione per influenza possono condurre alla stessa conseguenza. L'equilibrio magnetico è stabilito in un corpo privo di forza coercitiva quando il potenziale termodinamico interno del sistema ha il valor minimo. Così si è condotti ad uguagliare a zero la derivata prima del potenziale, la qual cosa dà le equazioni

del Kirchhoff; ma bisogna saper il segno della derivata seconda. L' A. nella sua Memoria *Sopra la magnetizzazione per influenza* diede la espressione di quella derivata seconda, dalla quale egli ricava la conclusione seguente.

Per un corpo diamagnetico il di cui coefficiente di magnetizzazione avrebbe un valore assoluto sempre piccolissimo, costante, o crescendo debolmente, o decrescendo al crescere della magnetizzazione, la variazione seconda sarebbe sempre negativa. Dunque per un simil corpo non vi ha equilibrio magnetico; e questo deve esser vero quando il coefficiente di magnetizzazione non è piccolissimo in valore assoluto; e si conclude che la esistenza del diamagnetismo è incompatibile coi principi della termodinamica, e si deve riprendere la nota ipotesi di Edm. Becquerel.

J. MACÉ DE LEPINAY ed A. PÉROT. *Sopra una riproduzione artificiale del miraggio, e delle frange d' interferenza che possono accompagnare quel fenomeno.* — Non possiamo che indicare questa Nota, perchè sarebbe troppo difficile un sunto.

H. LE CHATELIER. *Sulla dilatazione del quarzo.* — L' A. nelle sue esperienze sulle paste ceramiche vide che moltissime fra loro non si dilatan più regolarmente, a temperature superiori a 600°. Tale anomalia dovendo appartenere all' argilla od al quarzo, che compongono quelle paste, intraprese delle esperienze sul quarzo col metodo fotografico, da lui descritte nei *Comp. rend.* del 26 novembre 1888. Enumera le difficoltà delle esperienze, e poi presenta un quadro numerico di resultati ottenuti, con prismi rettangolari di cinque millimetri di lato e 110 di lunghezza, tagliati in cristalli di quarzo, paralellamente e normalmente all' asse od in roccie silicee, quarzite e calcedonia. Queste esperienze dimostrano un aumento considerevole della dilatazione fra 480 e 570°. Al di sopra di 570°, il quarzo si contrae leggermente.

Il cangiamento brusco di volume del quarzo a 570°, sembra la causa principale delle fenditure che vi si formano, e che si attribuivano alla cattiva conducibilità. Un fenomeno simile si osserva nelle trasformazioni dimorfiche del solfato di potassa e del silicato dicalcico, che perciò si disgregano maggiormente.

Tutto ciò sembra indicare una trasformazione brusca delle proprietà del quarzo.

21. — H. LE CHATELIER. *Sulla dilatazione dei metalli ad alte temperature.* — I metalli non hanno ad una data temperatura, come dimostrò il Benoit (*Mem. del Bureau international des Poids et Mesures* t. VI) dimensioni indipendenti dalle loro condizioni anteriori. L' A. trovò che una bacchetta metallica, stirata o battuta o fusa, acquista sempre nelle prime prove una contrazione permanente, che si sovrappone poi in modo irregolare alla dilatazione,

e non è distrutta da una rapida rincottura. Di più ancora, un metallo che ha già acquistata tutta la sua contrazione permanente, non arriva subito, riscaldandolo, alla sua dilatazione normale. Questi fenomeni sono trascurabili nel platino, e importanti nel ferro e nel bronzo.

L' A. presenta un quadro numerico pel coefficiente di dilatazione di un certo numero di metalli rincotti, coefficiente che aumenta con la temperatura. Il ferro puro, ad 830°, punto di trasformazione molecolare scoperto da Ormond, presenta una diminuzione brusca di circa due decimi; e l' acciaio presenta un fatto simile.

22. — M. Chauvin. *Ricerche sulla polarizzazione magnetica rotatoria nello spato d' Islanda.* — Dalle esperienze dell'A. resulta che lo spato d' Islanda ha un potere rotatorio magnetico, secondo l' asse e in direzioni inclinate all' asse. Secondo l' asse l' azione magnetica è una semplice rotazione della vibrazione incidente; e secondo direzioni inclinate all' asse, l' azione del campo produce generalmente una rotazione, ed una trasformazione della vibrazione rettilinea incidente in vibrazione elittica. La rotazione muta periodicamente di senso, e diviene nulla per una serie di direzioni particolari. La elisse prodotta dal campo magnetico diviene alternativamente nulla e massima nei punti successivi ove la rotazione è nulla.

Questi fatti, come quelli identici del quarzo, possono spiegarsi con la ipotesi di Airy. Allorquando il raggio incidente nel campo magnetico entra nel cristallo, si decompone in due elittici reciproci inversi che si propagano senza alterarsi, ma con velocità diverse, e si ricombinano all' uscita. Dai valori della rotazione e dalla grandezza dell' elisse, per ogni incidenza si deduce il valore K del rapporto fra gli assi, e la differenza δ di cammino di quei due elittici interni. L' A. presenta un relativo quadro di misure.

Il Gouy (*Journ. de Phy.* 2e serie, t. IV) applicando il principio della indipendenza degli effetti simultanei ai fenomeni prodotti in un mezzo, dall' azione combinata del potere rotatorio e della doppia refrazione, mostrò che quel principio conduce all' ipotesi dell' Airy, ed alle relazioni seguenti, ove ω è la rotazione che si sovrappone alla doppia refrazione ϕ per ogni incidenza.

$$\frac{\omega}{\pi} = \phi \frac{2K}{1-K^2}, \quad \frac{\omega}{\pi} = \delta \frac{2K}{1+K^2}.$$

Coi dati delle sue esperienze l' A. calcola per ogni incidenza, i valori di $\frac{\omega}{\pi}$ che trova essere sensibilmente costanti.

P. Chroutschoff. *Sulla conducibilità elettrica delle soluzioni saline e spostamento reciproco degli acidi.* — È una continuazione

della Nota dell' A. contenuta nel numero 19 dei *Comptes rendus*. L' A. presenta un ampio quadro numerico dei resultati ottenuti, relativi alle reazioni fra i sali disciolti e gli acidi, diversi dagli acidi che entrano nella composizione del sale esaminato. L'A. espone molte considerazioni che riguardano specialmente la chimica.

EDM. VAN AUBEL. *Ricerche sulla resistenza elettrica del bismuto.* — Fu studiata la influenza della temperatura sulla resistenza del bismuto fuso e raffreddato lentamente, oppure raffreddato rapidamente. L' analisi spettrale dimostrò all' A. che con la elettrolisi si può avere il bismuto puro, ma non si può aver puro coi metodi chimici di precipitazione; perchè vi rimarranno sempre traccie di piombo. Il bismuto puro temprato o lentamente raffreddato ha sensibilmente le stesse proprietà. La tempera e la compressione hanno grande influenza sulle proprietà elettriche del bismuto impuro. Pel bismuto lentamente raffreddato, così puro che impuro, il coefficiente di variazione della resistenza con la temperatura, è positivo.

Nei bismuti impuri il piombo aumenta il valore di quella resistenza, e diminuisce quel coefficiente. Pel bismuto ottenuto con l' elettrolisi, quel coefficiente è sensibilmente costante fra zero e 100°. La resistenza a 0° in unità C. G. S. pel bismuto puro e raffreddato lentamente è $10^3 \times 107{,}99$, e pel metallo temperato è $10^3 \times 108{,}69$. Il coefficiente medio di variazione della resistenza fra 0° e 100°, è pel bismuto puro non temprato, 0,00429, e se è temprato, 0,00422. Se W è la resistenza elettrica fuori del campo, e Δ W la sua variazione nel campo magnetico, la quantità $100 \frac{\Delta W}{W}$ è uguale a 2,9 a 0°, ed è 0,415 a 99°,7 pel bismuto puro non temprato. Dunque la influenza del magnetismo diminuisce quando la temperatura aumenta.

22. — B. C. DAMIEN. *Apparecchio per determinare il punto di fusione nelle condizioni ordinarie ed a pressioni variabili.* — Una cassetta lunga sei centimetri, e larga ed alta circa quattro, è divisa in due compartimenti, e chiusa da un coperchio di ottone dorato. Sotto ed a contatto del coperchio stanno due termometri che indicano le temperature dei due compartimenti. Il corpo grasso, a studiarsi, è steso in strato sottile, sul coperchio. Si fa passare per la cassetta una corrente di acqua calda che fonde quello strato; e poi si fa passare in uno solo dei compartimenti. Allora, in un dato momento, il corpo grasso si solidifica da un lato e resta liquido dall' altro. La media delle indicazioni dei due termometri è la temperatura cercata di fusione. L' A. asserisce che l'errore probabile, per una sola osservazione, è inferiore ad un decimo

di grado; e l'apparecchio gli servì per determinare i punti di fusione di varii miscugli.

Si può operare a pressioni variabili, sostituendo a quei due compartimenti due cilindri concentrici. La parte superiore dei due cilindri concentrici si incastra in una camera a pareti molto resistenti, presentando due finestre munite di lastre di vetro grosse che lasciano vedere il coperchio dorato dei due cilindri. Questa camera comunica da una parte con una pompa a compressione, e dall'altra parte con un manometro. La temperatura dei due cilindri è determinata con termometri molto sensibili, o con delle pinzette termo-elettriche. L'A. ha potuto così riconoscere la influenza della pressione sul punto di fusione della paraffina, del bianco di balena e della cera. La pressione non sorpassò mai 30 atmosfere. Facendo uso dell'apparecchio del Vincent, potè fare la stessa esperienza pel ghiaccio.

P. Chroustchoff. *Sullo studio della conducibilità elettrica delle dissoluzioni saline, applicato ai problemi di meccanica chimica - Doppie decomposizioni.* — È un seguito delle già menzionate Note dell'A. sullo stesso soggetto. L'A. presenta un quadro delle misure della conducibilità elettrica, dei miscugli di sali neutri, capaci di subire una reazione di doppio scambio; e fa seguire quel quadro da alcune considerazioni e conclusioni che interessano la chimica, o la fisica-chimica.

P. Chroustchoff e V. Pachkoff. *Sulla conducibilità elettrica delle dissoluzioni saline, contenenti miscugli di sali neutri.* — Anche questa Nota contiene un ampio quadro di misure, seguito da considerazioni dello stesso genere, che nelle Note precedenti del P. Chroustchoff. L'oggetto principale di questa Nota era di arrivare ad una prova esperimentale in appoggio all'ipotesi, che una formazione parziale dei sali doppi, nel seno delle dissoluzioni è un fenomeno molto frequente, e che quindi può complicare la reazione del doppio scambio di sali neutri, come già fu indicato da uno degli Autori.

23. — E. H. Amagat. *Ricerche sulla elasticità dei solidi.* — L'A. applicò a molti metalli il metodo descritto nella sua Nota del 15 ottobre 1888, relativa al cristallo; ed ha altresì applicato a quei metalli il metodo del Wertheim. L'apparecchio è quello stesso che servì pel vetro e pei cristalli; vi fu aggiunto soltanto un pezzo per misurare l'allungamento dei cilindri direttamente con viti micrometriche.

I calcoli pei due metodi si fanno con le note equazioni, fornite dalla teoria della elasticità. Furono esperimentati il vetro, il cristallo, l'acciaio, il rame, l'ottone, il metallo Delta e il piombo. I cilindri di acciaio, di rame, e di ottone, furono fatti lavorando

al tornio dei prismi espressamente fusi e ricotti. Il piombo non potè lavorarsi esattamente in quel modo, e l' A. dovè contentarsi di un tubo di piombo il più regolare possibile. L' A. presenta un quadro numerico, ove per ogni corpo esperimentato son dati i valori del coefficiente μ del Poisson, col primo e col secondo metodo la media dei due metodi, il coefficiente di compressibilità cubica, i coefficienti di elasticità $\frac{1}{\alpha}$, col primo e col secondo metodo, e la media fra i due valori. I due metodi dieder valori molto concordi fra loro; e la differenza maggiore fu pel piombo, com' era da attendersi. Pel vetro ed il cristallo, Cornu, Cantone e l' A. trovarono μ poco differente da 0,25. Wertheim trovò lo stesso valore anche pel cautchouc, ma l' A. non esita a dichiarare inaccettabili le conclusioni di quel fisico; e rammenta aver già egli dimostrato che il solo fatto che una sfera di caoutchouc, compressa contemporaneamente per l' interno e per l' esterno, non subisce che una deformazione interna, dell' ordine di quella dei metalli, implica per μ un valore vicino a 0,50. Il Röntgen arrivò alla stessa conclusione. Nel quadro presentato dall'A. i valori di μ sono diversi per i diversi corpi, e sembra difficile di attribuir ciò a dei difetti soltanto di isotropia; ne resulta forse che non si possa dire che il valore 0,25 sia caratteristico dei solidi isotropi? La questione, dice l' A. è di sapere ciò che si intende sia un corpo solido; p. es. il piombo è realmsnte un solido?

Ci si può domandare se, per ogni solido, il valore di μ tende verso un limite teorico, nello stesso tempo in cui le deformazioni temporarie corrispondenti tendono verso un limite tanto più vicino a zero, quanto più il corpo è molle o si approssima allo stato fluido; ma questa ipotesi, dice l' A., non parrebbe confermata dai fatti. Altre considerazioni sono esposte dall'A. il quale conclude che il valore di μ, teoricamente uguale a 0,50 per i liquidi, si approssima a 0,25 a misura che i corpi divengono via via più refrattari alle deformazioni permanenti, ossia più esattamente elastici. Nessun corpo realizza tali condizioni, ma pel vetro che se ne approssima più degli altri corpi, μ ha sensibilmente raggiunto quel limite; poi vengono l' acciaio il rame, il piombo, e per ultimo il caoutchouc. Il solido perfetto perfettamente isotropo ed elastico, avrebbe $\mu = 0,25$.

24. A. Cornu. *Risultati numerici ottenuti nello studio della riflessione vitrea e metallica, delle radiazioni visibili ed ultraviolette.* — Questa Nota è un seguito di quella del numero 18, precedente, ed eccone i resultati.

1.° » Il coefficiente di elitticità (ε del Cauchy) delle sostanze vitree cresce con la refrangibilità delle radiazioni reflesse ». Questo resultato contraddice alla teoria del Cauchy, ove ε vi fi-

gura come costante specifica, ed è d' accordo con la teoria del Potier (*Comptes Rendus* t. LXXV e CVIII).

2.° « Per certi corpi vitrei il di cui coefficiente di elitticità, relativo alle radiazioni visibili, è già elevato, la legge della variazione di fase con l' incidenza si deforma nell' ultra violetto, passando gradatamente dalla legge caratterizzante la riflessione vetrosa a quella che caratterizza la riflessione metallica; e questo passaggio si mostra quando il potere assorbente diventa considerevole ».

3.° « Inversamente, le sostanze che hanno i caratteri della riflessione metallica per le radiazioni che esse assorbono energicamente, tendono ad acquistar quelli della riflessione vitrea, per le radiazioni corrispondenti ad un minimo di assorbimento ».

Questi resultati prendono il carattere di una legge generale, quando si estendono le osservazioni dall' estremo rosso all' ultra violetto. Seguono delle avvertenze dell' A. per evitare nelle osservazioni gli effetti delle minime alterazioni fisiche o chimiche delle superfici riflettenti, e di un deposito quasi invisibile di materie estranee.

L' A. presenta diversi quadri di misure, però soltanto valide a mostrare il corso generale dei fenomeni, e si riferiscono al selenio, al solfuro rosso di arsenico, alla senarmonite incolora, alla blenda, al diamante, alla fluorina incolora della Svizzera ed all' argento deposto chimicamente sul vetro.

Un sunto dettagliato e completo, di questo lavoro non sarebbe possibile; converrebbe avere letteralmente tradotta la prima Nota, e tradurre pur la seconda.

M. Gouy. *Sull' allargamento delle strie spettrali nei metalli.* — È noto, che gli spettri dei vapori metallici incandescenti son fatti di strie che, quando la quantità di vapore è piccola, e la dispersione mediocre, sembrano non aver larghezza sensibile. Queste strie sono la quasi totalità dello spettro solare.

Se si aumenta la quantità di vapore e la potenza dello spettroscopio, quelle strie si allargano sensibilmente senza risolversi. È un fenomeno noto. Il più spesso quell' allargamento è uguale da un lato e dall' altro della stria fina primitiva; ma alcune strie del sodio e del potassio fanno eccezione.

Pel sodio, oltre la D vi ha un certo numero di strie aggruppate due a due, tanto più intense quanto più alta è la temperatura, e nello spettro solare si mostrano rovesciate allo stato di fine strie. Nell' arco elettrico son fine, ma, con una quantità notevole del vapore metallico, si allargano e diventano striscie (*bandes*) terminate nette dalla parte del violetto e sfumate verso il rosso. La loro larghezza può arrivare alla metà dell' intervallo fra le strie D.

Alcune di esse soffrono un rovesciamento parziale, ed allora la linea fina nera primitiva è vicina al bordo verso il violetto. Tale struttura dissimetrica è ben marcata nei gruppi 616, 569, 498, 475, 466. Le strie D si allargano simmetricamente.

Pel potassio, i gruppi 581, 534, 510, 495, 483 specialmente presentano lo stesso fatto, e le altre strie si allargano simmetricamente. Quasi tutte le strie metalliche si allargano simmetricamente, quelle sole del sodio e del potassio facendo eccezione.

H. Pellat. *Sul limite fra la polarizzazione e la elettrolisi.* — Sia M la forza elettromotrice che si deve metter nel circuito dell' elettrometro Lippmann per rendere massima la costante capillare del piccolo mercurio. Nel caso in cui il liquido dell' elettrometro è un acido, l' A. vidde che la elettrolisi dell' acido avveniva quando la forza elettromotrice E intercalata nel circuito era superiore ad M. Infatti, l' idrogeno non appariva mai quando $E < M$, mentre poteva apparire, con convenienti precauzioni, se $E > M$. Sovente si può oltrepassare la M senza che una bolla di idrogeno si formi; ma la elettrolisi nulladimeno avveniva; che se l' idrogeno non appariva in forma gassosa, era perchè un gas non può essere visibile in un liquido che quando esiste una bolla gassosa il di cui diametro sia superiore ad un certo limite; ed allora probabilmente si ha una dissoluzione sopra satura di idrogeno. Si evita questa soprasaturazione creando una bolla di idrogeno con una forza elettromotrice superiore ad M; e si riconduce in seguito rapidamente la forza elettromotrice ad un valore più debole E. Allora si trova che, se $E < M$, la bolla non ingrossa, ma ingrossa se $E > M$. A questo processo otticó per verificare la elettrolisi l' A. sostituì un processo galvanometrico, più preciso e di una applicazione generale. Secondo l' Helmholtz, nel momento in cui la costante capillare è massima, il doppio strato elettrico, nel contatto dell' elettrolite e del mercurio, è nullo; perciò la legge anzidetta si può enunciare come segue.

« La elettrolisi comincia a partire dal momento in cui il doppio strato elettrico è annullato dalla polarizzazione ».

È probabile che questa legge sia applicabile a qualunque elettrolite. L' A. continua con diverse considerazioni, ed esempi, che fanno intravedere un metodo generale e facile, per determinare la differenza del potenziale vero fra un metallo qualunque ed il mercurio; ma quì noi siamo costretti a contentarci di aver fatto conoscere il fatto principale di cui tratta la Nota.

A. Stoletow. *Sui fenomeni actinoelettrici.* — Grazie ad alcuni perfezionamenti nelle sue esperienze [1]), l' A. ha potuto stu-

1) *Comptes Rendus*, t, CVI, 1888.

diare più completamente le leggi delle correnti actinoelettriche. Davanti al condensatore principale, nel quale si può variare la distanza fra le armature e la forza elettromotrice, l' A. ne pone un secondo in forma di croce, che si trova nello stesso fascio luminoso ed in condizioni costanti. Due galvanometri dello stesso periodo sono uniti a quei due condensatori, e, aprendo lo sportello della lanterna, due osservatori notano le elongazioni simultanee nei due circuiti.

Le due elongazioni restano proporzionali, quando varia soltanto l' arco elettrico, purchè la esperienza duri poco. Poco a poco il condensatore più vicino all' arco si stanca più dell' altro, e varia il rapporto delle sensibilità. È rimarcabile tal proporzionalità di effetti nei due apparecchi differenti; e si vede, che in parità di condizioni « la corrente actinoelettrica è proporzionale alla intensità dei raggi attivi ». Per altro modo di verifica di tal conclusione, un gran disco di cartone fu tagliato in sedici settori uguali, alternativamente vuoti e pieni, posto verticalmente fra la lanterna ed il condensatore principale, e fatto ruotare con varie velocità. La corrente fu sempre la metà di quella che si aveva senza il disco.

Studiando esperimentalmente la influenza della distanza l fra le armature e quella della forza elettromotrice E, l' A. trovò che la corrente dipendeva soltanto dal rapporto di E ad l. In seguito, egli pose un commutatore sull' asse dell'anzidetto disco di cartone, ed allora, quando il disco ruotava intorno al suo asse, il circuito era alternativamente chiuso, ora dal galvanometro ora da una resistenza ausiliaria, ad intervalli uguali di tempo; 16 volte ogni giro. In queste condizioni, il galvanometro accusa una certa frazione più o meno grande della corrente totale, a seconda che si sposta il commutatore; ma se l' azione actinoelettrica impiegasse del tempo a stabilirsi, si dovrebbero ottenere delle correnti sempre più deboli aumentando la velocità di rotazione, ma invece, per ogni posizione del commutatore quella corrente rimane costante, cioè indipendente da quella velocità.

Un condensatore in platino posto in un bagno d' aria fu scaldato a 200°, ma, contrariamente ai resultati dell' Hoor, l' effetto actinoelettrico non è soppresso, diviene più energico; però il corso del fenomeno è più complicato, ed ha massimi e minimi.

Un disco di metallo, rimase ventiquattro ore compresso, sotto un cristallo masticato ai suoi bordi, ma la sua sensibilità actinoelettrica non diminuì, quando il metallo e la lastra di cristallo eran ben puliti e secchi. Pur questo contraddice ai resultati dell' Hoor (*Sitz. d. Wiener. Akad.* 1888).

A. Witz. *Sulle inversioni delle polarità nelle macchine seriedinamo.* — La utilità di queste macchine viene dalla facilità delle

inversioni dei poli. Quando, ad es., una di queste generatrici alimenta un certo numero di pile secondarie, la corrente fornita da questi apparecchi, incompletamente scarichi, basta in generale per determinare la polarità degl' induttori, e il senso nel quale l' armatura deve esser posta in moto, è il senso stesso nel quale essa girerebbe sotto l' azione della carica residua se fosse mobile. La operazione procede regolarmente, fino a che la forza contro-elettromotrice abbia raggiunto un certo valore; ed allora basta la più piccola variazione di regime per invertire i poli della generatrice e la corrente. Si evita questo con disgiuntori speciali o, meglio, eccitando le dinamo in derivazione. Questi fatti son noti; ma L' A. li rammenta per confrontarli a fenomeni analoghi osservati dall'A. stesso. L' A. fa uso di due piccole dinamo Edison, che differiscono fra loro soltanto pel modo di eccitazione: la generatrice essendo una serie-dinamo e la ricettrice a eccitazione separata.

Le macchine avendo preso il loro andamento, la differenza delle forze elettro-motrici $E - e$ rimane costante, la coppia resistente essendo pure costante. Diminuiamo lo sforzo da vincere: la ricettrice accelera il suo moto, e, ad uguaglianza di campi induttori, essa tende ad avere la stessa velocità della generatrice, e nello stesso tempo la forza contro-elettromotrice e aumenta e la intensità della corrente decresce. Allora basta una minima variazione di velocità per invertire i poli della generatrice, e la ricettrice assume un moto periodico alternativo, e seguendo alcuni giri a destra, poi a sinistra, regolarmente. Si può evitare questa alternazione riducendo il campo, in modo da impedire ogni aumento di velocità della ricettrice. Si ottiene lo stesso risultato facendo uso di una magnete per ricettrice. Ma ecco il carattere singolare di tal periodicità: dopo che la ricettrice ha prodotto l' inversione dei poli della generatrice, essa consuma dapprima la energia del suo volano, e poi cangia di segno la sua velocità, fino a che questa arrivi a riprodurre il fenomeno. Ma questa velocità è relativamente piccola, e minore di quella che sarebbe necessaria per far diventare la forza controelettromotrice uguale a quella della generatrice. L' A. l' ha misurata, e presenta alcune misure; e dà la spiegazione seguente, applicabile agli accumulatori, e che noi riproduciamo letteralmente.

Costrutta la caratteristica esterna della generatrice, conduciamo per l' origine una retta OA che fa con le x l' angolo α, tale che la sua tangente è eguale alla resistenza totale R del circuito. Poi tracciamo una tangente alla caratteristica, parallela ad OA, che taglia l' asse y nel punto B. Il punto di contatto della tangente alla caratteristica determina il valore di E nell' istante dell' inversione, e la OB indica la forza contro-elettromotrice e ca-

pace di produrre quella inversione. e sarà tanto più debole quanto più R sarà grande; e, d'altra parte, si vede che ogni diminuzione di velocità della generatrice abbasserà la caratteristica ed affretterà il momento dell'inversione, come infatti si osserva. Un aumento di velocità della ricettrice aumenta la resistenza apparente e per conseguenza la resistenza totale R. Se prolunghiamo la tangente alla caratteristica fino all'incontro con la branca simmetrica della curva, la ordinata del punto di intersezione dà il valore della forza elettro-motrice sviluppata istantaneamente dopo l'inversione della rotazione e dei poli. Così noi ritroviamo l'insieme dei fatti osservati, e l'accordo fra i valori ottenuti e le esperienze, giustificano quella spiegazione.

E. L. TOUVELOT. *Studio sulla durata del lampo.* — L'A. nell'anno scorso (*La Lum. élect.*) affermò che il lampo non ha la istantaneità che generalmente gli si attribuisce; ma diversi fisici lo contraddissero. Egli ha diretto il suo apparecchio fotografico verso una parte del cielo ove apparivano lampi vivaci, imprimendo a quell'apparecchio un leggiero movimento, ed allora lo sviluppo rivelò immagini multipli, e non una sola; il che dimostrò la verità di quella prima affermazione.

J. L. SORET ed EDUARDO SARASIN. *Sull' indice di refrazione dell' acqua di mare.* — Fu col metodo ordinario del prisma vuoto e del goniometro. L'acqua fu presa nel Mediterraneo, a 4 chilometri dinanzi Nizza, nella corrente cupa azzurra e limpida che vien dal largo. Per controllo si è fatta la misura anche con l'acqua distillata. Gli autori presentano un quadro di resultati per le sette principali strie dello spettro. Per la D, a 20°, l'indice dell'acqua distillata è 1,33305, e per quella del mare è 1,34011. La differenza 0,00081, è sensibilmente costante dalla stria A alla H.

P. BARBIER ed L. ROUZ. *Ricerche sulla dispersione nei composti organici.* — Furono esaminati i derivati monosostituiti della benzina, ed adottata la formula del Cauchy

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

ridotta a due termini. Per calcolare A e B furon determinati gli indici dei principali derivati della benzina, relativamente a due strie, prese nello spettro dello stagno una nel rosso e l'altra nell'azzurro, di cui le respettive lunghezze d'onda sono $\lambda_r = 645{,}2$ e $\lambda_{az} = 452{,}4$. Oltre la benzina, furono esaminati il toluene, l'etilebenzina, l'isopropilbenzina, l'isobutilbenzina e l'isoamilbenzina. La nota ha un quadro dei valori di n, di A e di B per quelle

sei sostanze. Per la benzina $n_r = 1,4974$ ed $n_{32} = 1,5221$, $A = 1,4735$, $B = 0,9967.10^{-14}$. A è la stessa per quelle sostanze, ed i valori di B diminuiscono quando aumenta il peso molecolare. Se y è il poter dispersivo ed x il peso molecolare, ed $\alpha = 1340,5$, $\beta = -5,21$, $\gamma = 0,0103$, si ha la formula empirica

$$y = \alpha + \beta x + \gamma x^2.$$

Gli Autori hanno trovato che in quella serie di idrocarburi monosostituiti derivanti della benzina, i valori del poter dispersivo sono inversamente proporzionali alle radici cubiche dei volumi molecolari. In altre esperienze gli Autori si occuparono di altri derivati della benzina.

25. L. Cailletet ed E. Colardeau. *Sullo stato della materia in vicinanza del punto critico.* — Delle esperienze di uno degli Autori avevan mostrato che il sodio si dissolve nell'acido carbonico liquido e lo colora. Per vaporizzazione, si è fatto deporre una piccola quantità di iodio nella parte interna superiore di un tubo a compressione. Un leggiero strato di acido solforico posto sul mercurio impediva la formazione del ioduro. Appena il gas liquefatto arriva a quell'iodio, esso si colora in rosa-violetto. Scáldando al disopra di 31° sparisce il menisco, ma la colorazione persiste in tutta la regione occupata dal liquido, e non si distribuisce in tutta la massa. Solamente indebolisce gradatamente per alcuni millimetri senza arrivare alla regione superiore che rimane incolora. Ciò indica che la sola superficie limite scompare, ma che il liquido continua ad esistere nel fondo del tubo. Si aggiunga, che la parte superiore della massa resta incolora, benchè a contatto dell'iodio solido aderente al tubo.

Lo spettroscopio, al disopra del punto critico, continua a dare lo spettro dell'iodio sciolto in un liquido, spettro assolutamente differente da quello dei vapori di iodio.

Gli autori trovarono altre esperienze, di un ordine diverso dalle anzidette e che li condussero alle seguenti conclusioni.

1.° La temperatura critica di un gas liquefatto non è quella ove il liquido si vaporizza totalmente, in modo brusco, nello spazio che lo contiene.

2.° Non è la temperatura nella quale un liquido e il suo vapor saturo hanno la stessa densità.

3.° È la temperatura nella quale un liquido e l'atmosfera gassosa che lo sormonta divengono suscettibili di sciogliersi reciprocamente in ogni proporzione, formando un miscuglio omogeneo.

A. Soret. *Sulla occlusione dei gas nella elettrolisi del solfato di rame.* — In una Nota del 5 Novembre 1888, l'A. indicò la esistenza di certe relazioni, fra la quantità di gas occluso nel rame

elettrolitico e la temperatura ed acidità dell' elettrolite. Le sue nuove ricerche esperimentali, riferite nella Nota, ebbero i resultati seguenti. Il rame elettrolitico non rinchiude che due gas, dei quali l' uno, l' idrogeno è in più forte proporzione dell' altro quando l' elettrolite è acido; e la fragilità dei depositi è correlativa all' eccesso di acido carbonico. X.

SUNTI di A. STEFANINI.

Annalen der Phys. und Chem. von G. Wiedemann.
Vol. XXXIV. (Continuazione) 1888.

C. PULFRICH. *Ricerche sull' indice di refrazione del ghiaccio e dell' acqua soprafusa.* — Contrariamente a ciò che aveva trovato il Damien col metodo dello spettrometro, l' A. ha potuto riconoscere, usando il suo refrattometro a riflessione totale (*N. Cim.* XXIV, 80) opportunamente modificato per poter servire anche pei liquidi, che l' acqua possiede un massimo per l' indice di refrazione, situato fra — 1 e — 2^0 c., e che al di sotto di questa temperatura l' indice di refrazione diminuisce più rapidamente che per le temperature corrispondenti al disopra di 0^0. Questa dissimmetria nella refrazione corrisponde a quella che il Rossetti trovò nella densità dell' acqua.

L' A. ha determinato anche gl' indici di refrazione del raggio ordinario e di quello straordinario pel ghiaccio per diverse lunghezze di onda fra A e F, e ha trovato che essi sono rappresentati da curve che hanno un andamento parallelo fra loro e alla curva che rappresenta l' indice di refrazione dell' acqua; perciò la dispersione deve esser sensibilmente la stessa per l' acqua e pel ghiaccio.

R. HILDEBRAND. *Ricerche sull' influenza dell' umidità sulla lunghezza dei legni e dell' avorio.* — Di queste estese ricerche, fatte su molte varietà di legno, tagliato in piccoli prismi delle dimensioni ($0,5 \times 0,5 \times 22$ cm.) nel senso delle fibre, e per le quali furon determinate accuratamente le variazioni di lunghezza provocate dall' assorbimento di acqua, non riferirò che i resultati più generali, perchè le determinazioni quantitative non possono aver valore assoluto, essendo caratteristiche delle varietà del legno adoperato, e variando moltissimo da un esemplare all' altro della stessa specie, anche se tratto da una medesima porzione della stessa pianta.

Il minimo della lunghezza è raggiunto dai legni quando sono affatto privi d' acqua. I legni secchi sono molto igroscopici.

Le verniciature ordinarie non preservano del tutto i legni dall' influenza dell' umidità: la miglior vernice è quella alla lacca.

Le variazioni di lunghezza che si osservano nell' avorio, sono massime per l'assorbimento dell' umidità, nel senso della lunghezza del dente da cui l' avorio è tratto.

Se dunque si vuol adoprare del legno per far dei campioni di misure lineari, bisogna aver molta cura nella scelta del legno e procurare di sottrarlo all' influenza dell' umidità. Il noce, il mogogano e la quercia non si prestano punto per questo scopo; le migliori qualità sono l' acero, il faggio selvatico, il pino e il tiglio; che si dovranno tuttavia verniciare colla lacca.

Nemmeno l' avorio si presta bene per farne dei campioni di misura lineare.

R. Bornstein. *Nuova forma di elettrodinamometro.* — Il rocchetto mobile dell' elettrodinamometro è posto nella direzione della forza magnetica terrestre, e così quel rocchetto è sottratto all' azione della terra. L' asse di rotazione è rappresentato da un' asticella di ferro, che porta presso la sua estremità inferiore il rocchetto mobile, e che al disopra si prolunga traversando il rocchetto fisso. L' estremità inferiore, acuminata, dell' asse, è girevole in una scodellina di ferro, che è nell' interno del rocchetto fisso, da cui è isolato, e che serve a condurre la corrente al rocchetto mobile, che esce dall' altra estremità dell' asse, che è isolata, naturalmente, dalla prima, per mezzo di ebanite. La posizione di equilibrio è determinata da un piccolo peso Q, attaccato per mezzo di un filo a una leva curva portata dall' asse di rotazione. La disposizione è tale, che quando l' asse ruota di un angolo α, il peso Q si solleva, e il segmento di perpendicolare compreso fra l' asse e la parte rettilinea del filo che porta il peso è proporzionale a sen α tang α. Questa perpendicolare rappresenta il braccio del peso Q; quindi se una corrente i fa inalzare il peso Q in modo che l' asse ruoti di un angolo α, si avrà per l' equilibrio

$$ci^2 \cos \alpha = Q \operatorname{sen} \alpha \operatorname{tang} \alpha$$

e quindi

$$i = \sqrt{\frac{Q}{c}} \operatorname{tang} \alpha,$$

essende c la costante dell' apparecchio.

Si ha così il vantaggio di misurare l' intensità colla tangente dell' angolo di deviazione; e variando Q si può variare a piacere la sensibilità dell' apparecchio.

E. Wiedemann. *Sulla fluorescenza e la fosforescenza.* I. Memoria. — I resultati ottenuti dalle esperienze che l' A. ha eseguito su questo soggetto sono già stati pubblicati in questo giornale (XXI, pag. 258); in questa Memoria l' A. descrive il fosforoscopio

adoprato, che quanto al principio è quello stesso di Becquerel, ma che ha su di quello il vantaggio di esser messo in moto dalla caduta di un peso; e di più propone una terminologia per i fenomeni luminosi. Egli chiama *normale* la produzione di luce, se i movimenti molecolari cui è dovuta la luce sono stati provocati da un continuo e graduale aumento della temperatura. Negli altri casi si ha *luminescenza*, e i corpi che la presentano si posson dire luminescenti. La luminescenza sarà poi una *fotoluminescenza*, se il corpo diventa luminoso per l'esposizione alla luce: e a seconda che la durata del fenomeno sarà più o meno lunga, si avrà la *fluorescenza* e la *fosforescenza*. Se sono le scariche elettriche che provocano i fenomeni luminosi, si avrà *elettroluminescenza*, come si potrà avere *termoluminescenza*, *triboluminescenza* e *cristalloluminescenza* e *lumiscenza chimica*, quando la luce sia dovuta a un debole riscaldamento, all'attrito, alle azioni molecolari della cristallizzazione, o ad azioni chimiche.

E. Wiedemann e I. B. Messerschmitt. *Sulla fluorescenza e la fosforescenza.* II. Memoria. *Validità della legge di* Talbot. — In molte ricerche ottiche, come in quelle sulla fosforescenza, si ha che fare con fenomeni nei quali l'intensità luminosa è variabile. Così nel fosforoscopio il corpo luminoso è osservato soltanto a intervalli di tempo, e durante il tempo che è visibile l'intensità della luce emessa va continuamente decrescendo; e si potrebbe ricercare quale sarebbe l'intensità della luce percepita, se la durata della visibilità e dell'invisibilità fossero divenute piccolissime.

Dalle osservazioni fatte con dischi girevoli fu in generale riconosciuta vera la legge di Talbot, che cioè se su una porzione della retina agisce la luce, periodicamente, e variando di intensità sempre nello stesso senso, e se il periodo è abbastanza piccolo, si ha una sensazione continua che è uguale a quella che si avrebbe se la luce che arriva durante ciascun periodo fosse distribuita uniformemente per tutta la durata del periodo.

Brücke e Fick non trovarono completamente vera quella legge; gli A. invece, facendo due serie di esperienze: una alternando la luce d'intensità determinata e costante con oscurità completa, e l'altra facendo variare la luce da una nota intensità a zero, facendola restar nulla per un certo tempo, e facendole riprender poi l'intensità massima e così via, oppure facendola salire da zero al massimo d'intensità e ritornandola d'un tratto a zero molte volte in un secondo, trovarono vera la legge stessa.

Per eseguire le esperienze si servirono del fosforoscopio usato dal Wiedemann nelle ricerche precedenti.

C. L. Weber. *Sulle variazioni di resistenza che subiscono le leghe metalliche nella liquefazione.* — Le leghe sono state studiate

durante il ricaldamento, per evitare i fenomeni, dipendenti dalla soprafusione, che si posson presentare durante il raffreddamento, e sono le leghe che forma lo stagno col piombo e col bismuto.

L' andamento della fusione è per esse ben conosciuto per le esperienze di Rudberg, E. Wiedemann, ec., e per quelle più recenti di Spring e di Mazzotto. Fra i fenomeni termici e quelli presentati dalla resistenza elettrica si notano decise analogie.

Per le leghe di Sn e Pb si ha un rapido aumento della resistenza specifica fra le temperature di 180 e 225°, a seconda delle proporzioni di Pb; l' andamento generale è simile a quello dello stagno puro. L' intera variazione della resistenza si può dividere in due parti; in un aumento rapido, che si presenta per tutte le leghe insieme alla temperatura così detta di prima fusione, che è circa di 180°; e in un continuo accrescimento che dura per tutto il processo della fusione.

Per le leghe di Bi Sn l' andamento generale è più complicato, a motivo delle proprietà del bismuto; le leghe studiate presentano dei massimi e dei minimi di resistenza specifica. Per piccole proporzioni di Bi (dal 9,5 al 12,5 %) la lega si comporta quasi come lo stagno; per proporzioni dal 25 al 50 % la resistenza della lega diminuisce bruscamente a 140°, e poi aumenta fino a fusione completa. Le leghe ancora più ricche in Bi diminuiscono invece di resistenza da 140° fino a fusione completa.

W. Kohlrausch. *Gli accumulatori e il loro uso nei laboratori.* — Gli accumulatori studiati son di quelli fatti con piombo reticolato, con le cavità ripiene di una pasta di litargirio e H_2SO_4, fortemente compressa. La carica si fa con una corrente di 0,5 a 0,7 ampère, per dm^2 e l' A. ha trovato che il maggior vantaggio si ha se si caricano gli accumulatori fino a una tensione di circa 2^v,15, e se si scaricano fino a una tensione di 1^v,75; in queste condizioni, se l' intervallo fra la carica e la scarica non supera un giorno o due, il rendimento in watts è dell' 80 %.

Se gli accumulatori devon restar inattivi molto tempo, è utile ricaricarli di quando in quando, per impedire i depositi di solfato di Pb che si formano durante il riposo, e che aumentano la resistenza interna degli accumulatori. Non bisogna mai lasciar le lastre fuori del liquido, perchè altrimenti le lastre negative si ossiderebbero.

Per la carica, meglio di ogni altro si presta una dinamo in derivazione, perchè allora non si hanno a temere inversioni nei poli, anche se, per diminuita velocità della macchina, la tensione degli accumulatori superasse quella della dinamo. Anche le macchine a avvolgimento composto possono adoprarsi, purchè contengano molto ferro e poche spire nel circuito principale.

A. Schleiermacher. *Conduttività termica dei gas.* — Con l'apparecchio che gli servì per le ricerche sulla legge di Stefan (*N. Cim.* 20, p. 153) l'A. ha determinato la conduttività termica dell'aria secca, dell'idrogeno e dell'anidride carbonica. Tenendo costante la temperatura della parete esterna del tubo in cui è contenuto il filo di platino, dopo poco tempo resta stazionaria anche la temperatura del filo; e conoscendo l'intensità della corrente che serve a riscaldare il filo e la resistenza del filo, tenendo conto del calore perduto per irraggiamento si può calcolare quello perduto per conduzione, e così si può determinare la conduttività del gas adoperato, senza bisogno di conoscerne il calorico specifico.

È noto che le differenze fra i valori trovati per la conduttività di alcuni gas da diversi sperimentatori superano gli errori probabili d'osservazione, e ancor più notevoli sono le differenze fra i valori trovati e quelli dedotti dalla teoria.

L'A. ha ottenuto i seguenti valori per la conduttività termica a 0° in unità C. G. S:

	Aria	idrogeno	anidride carbonica
$K_0 =$	0,000 056 2	0,000 410	0,000 032 7

i quali, per l'aumento di 1° nella temperatura variano respettivamente di

$$\gamma = 0{,}00281 \qquad 0{,}00275 \qquad 0{,}00548\,.$$

I valori di K_0 sono molto maggiori di quelli ottenuti da altri, specialmente per l'idrogeno, come resulta dallo specchietto seguente

	Winkelmann	Grätz	Schleiermacher
Aria $K_0 =$	0,000 051 4	0,000 048 44	0,000 056 2
H $K_0 =$	325 6	308 6	410
Co_2 $K_0 =$	030 5	031 35	032 7

L'A. ritiene che le divergenze sieno dovute ai metodi sperimentali usati prima di lui, nei quali non si poteva con sicurezza determinare la temperatura della superficie del recipiente.

La teoria cinetica dei gas dimostra che per quei gas il cui calore specifico non dipende dalla temperatura, la variazione della conduttività termica colla temperatura deve esser la stessa di quella del coefficiente d'attrito. Questo è confermato dalle esperienze dell'A., perchè i coefficienti γ per l'aria e per l'idrogeno sono quasi identici ai coefficienti d'attrito determinati da v. Obermayer.

I resultati ottenuti dall' A. non confermano invece la teoria di O. E. Meyer, e nemmeno ulteriori ricerche fatte col vapore di Hg l' hanno confermata. Con queste ultime (*Wied. Ann.* 36, pag. 346) il valore di γ pel vapor di Hg è stato trovato $= 0{,}0074$, mentre è per esso $k = 0{,}00001846$ a 203° c.

Tutto ciò vale soltanto se la conduttività non è influenzata dall' irraggiamento interno.

A. Wüllner. *Sull' influenza dello spessore e dell' intensità luminosa dello strato irraggiante sul carattere dello spettro.* — Secondo Ebert (*N. Cim.* XXIII, 78) sarebbe l' intensità della luce emessa e non il diverso spessore del gas come stabilì il Wüllner, che fa cambiare uno spettro cannellato in uno spettro a righe nei tubi contenenti gas rarefatti attraversati da scariche elettriche. Ora il Wüllner fa osservare che parlando degli spettri d' emissione egli ha sempre detto che è la quantità della luce emessa dal gas, e quindi la sua intensità, che aumenta collo spessore dello strato irraggiante, come si deduce dall' applicazione del teorema di Kirchhoff.

Il Wüllner passa poi ad enumerare le condizioni in cui un gas può divenire luminoso, specialmente per le azioni elettriche. Egli osserva che mentre un solido o un liquido non divengono luminosi che a una determinata temperatura, i gas posson divenir luminosi a basse temperature, perchè soltanto poche molecole della loro massa raggiungono, per gli urti o per altre azioni cui sieno soggette, la temperatura dell' incandescenza, e la temperatura dell' intera massa del gas può quindi essere assai bassa. Il fosforo per es. diventa luminoso perchè alcune sue molecole, combinandosi coll' ossigeno raggiungono la temperatura dell' incandescenza; ma il miscuglio di esse con le molecole di vapore di fosforo e d' aria ha una temperatura molto bassa. Così nelle scariche elettriche nei gas rarefatti, soltanto poche molecole acquistano la velocità corrispondente all' incandescenza, e la temperatura di tutta la massa non si eleva sensibilmente. Con questo concetto è facile rendersi conto della maggior luminosità che presentano i tubi capillari in confronto di quelli molto ampii, quando i gas rarefatti che contengono sono attraversati dalla scarica elettrica.

H. Lorberg. *Alcune osservazioni sulla teoria delle correnti termoelettriche.* — In questo lavoro, che non può riassumersi brevemente, l' A. mostra come possano conciliarsi i lavori recenti di Duhem e di Lorentz colla teoria di Thomson.

F. Kolàcek. *Contribuzione alla teoria elettromagnetica della luce.* — Contiene un' interessantissima esposizione della teoria di Maxwell; ma non si presta per un breve riassunto.

F. Narr. *Sull' azione della luce sulle cariche elettriche.*

W. HALLWACHS. *Sull' elettrizzazione di lastre metalliche illuminate colla luce elettrica.* — Queste due Note si riferiscono al fatto, già preveduto come probabile da Hallwachs e asserito come sicuro dal Righi, che un metallo scarico si elettrizza positivamente quando è illuminato (cfr. *N. Cim.* XXV, 16).

H. v. HELMHOLTZ. *Nuove ricerche relative all' elettrolisi dell' acqua.* — Fin dal 1883 l' A. aveva trovato che la scomposizione elettrolitica dell' acqua può esser prodotta da f. e. m. tanto più piccole, quanto minori sono le quantità di H e di O che si trovano disciolte in vicinanza degli elettrodi, e che perciò il limite inferiore della f. e. m. necessaria a scomporre l' acqua assolutamente priva di gas sarebbe lo zero. Bisogna peraltro notare che la quantità di gas tonante che si ottiene per f. e. m. minori di $1^v,5$ sono così piccole, che non possono avvertirsi altro che per mezzo della corrente residua che producono.

L' A. ha intrapreso una lunga serie di esperienze per determinare sperimentalmente i limiti per la f. e. m. che, per ogni data pressione che il gas tonante esercitava sopra il liquido, eran capaci di fare sviluppar nuovo gas; e quantunque tali ricerche non sieno del tutto compiute, egli indica i metodi usati per mettere in evidenza quella variabilità della f. e. m.

Si prenda un tubo barometrico a sifone, col ramo corto provvisto di chiavetta di vetro, e con un filo di platino saldato nella parte superiore, e si riempia con mercurio e con acqua acidulata con H_2SO_4; si lasci salire l' acqua nella parte superiore del ramo lungo, che si pone poi verticale, e si apra la chiavetta: allora nella parte superiore si forma il vuoto, e la quantità eccedente di Hg esce dalla chiavetta, che subito si richiude. Capovolgendo il tubo, si fa sì che il vuoto venga a formarsi nel ramo corto, ove si raccoglie tutta l' aria che era aderente al tubo, e poi si fa tornare l' acqua nella parte più lunga del tubo, facendo restare nel ramo corto l' aria, che si manda poi via riaprendo la chiavetta quando il ramo corto occupa il posto più alto. Capovolgendo allora il tubo si riforma in alto il vuoto, e ripetendo più volte quest' operazione, e verso la fine scaldando anche tutto il tubo fino a 40°, lo spazio vuoto diviene piccolissimo e si riduce a esser formato da una bollicina del diametro di circa 0,2 mm., occupata dalla poca aria che è rimasta nel tubo. Ciò ottenuto si tiene il tubo quasi verticale con la chiavetta aperta, e dopo che è ben raffreddato la bollicina d' aria è riassorbita. Allora si può disporre cautamente il tubo in posizione verticale, senza che il mercurio e l' acqua si stacchino dalla parte superiore del barometro. Il mercurio è allora ritenuto dall' adesione dell' acqua contro la parete superiore della canna barometrica, dalla coesione

dell'acqua, dall'adesione fra acqua e mercurio e della coesione del mercurio; e la pressione negativa arriva a circa 8 o 10 cm. di Hg. Questo fenomeno è noto da molto tempo; ma l'Helmholtz ha osservato che il mercurio non cade nemmeno se al di sopra del ramo corto, che si unisce con un tubo di cautciù ad una macchina pneumatica, si fa il vuoto. In questo stato si può far passare una corrente elettrica attraverso l'acqua sospesa nel tubo, dal platino al mercurio, e aumentando gradatamente la f. e. m. si arriva al punto in cui la colonna liquida si spezza.

Con questa disposizione l'A. sperava di poter determinare i limiti della scomposizione dell'acqua; ma in vece ottenne resultati assai strani, perchè le f. e. m. necessarie a romper la colonna liquida furon trovate irregolarmente grandi e piccole, e giunsero fino a 2 volta, mentre in altri casi egli potè ottener la scomposizione dell'acqua anche con f. e. m. molto minori. Tuttavia questo metodo si presta molto per mostrare in un corso quanto può divenir grande la resistenza alla formazione della prima bolla di gas, analogamente a ciò che si osserva nei fenomeni dell'ebollizione.

Come disposizione definitiva l'A. adoprò un recipiente pieno di acqua comunicante con una camera barometrica, nella quale il vuoto si faceva con una disposizione simile a quella della pompa di Sprengel. La rarefazione può così ottenersi, nonostante il vapor acqueo, se il tubo pel quale effluisce il mercurio è capillare. Con tale disposizione l'Helmholtz trovò che i limiti per lo sviluppo del gas tonante sono di 1,61 a 1,63 vòlta se la pressione del gas sull'acqua è di 10 mm. di acqua. Se la pressione del gas è quella dell'atmosfera, quel limite è di $1^v,775$ circa; valore che concorda con quello che si deduce dalle formule teoriche che furono stabilite nel 1883 dall'A. stesso. Se quelle formule valessero per qualunque valore della pressione, si troverebbe che per una pressione di 1000 atm. occorrerebbe una f. e. m. di $1^v,95$; ma non si può giungere a pressioni così elevate, perchè, come osservò W. Siemens, per pressioni un po' forti il gas tonante esplode spontaneamente.

Tutto ciò spiega perchè la polarizzazione diminuisce allontanando dagli elettrodi, anche meccanicamente, i gas che si svolgono; e ammettendo che l'idrogeno si liberi più facilmente dal platino che dai metalli più positivi, si spiega anche il fatto, che appariva paradossale, che la f. e. m. di una coppia Zn-Pt nell'acido solforico si mantiene più elevata della f. e. m. della coppia Zn-Cu nello stesso liquido.

F. Streintz. *Sulla forza controelettromotrice del voltametro a alluminio.* — Mentre la corrente di 3 daniell è in generale suf-

ficiente a render massima la polarizzazione di un voltametro ordinario, con il voltametro a lamine di alluminio nell' acido solforico diluito si presenta il fatto eccezionale, che fino al valore di 17^v la polarizzazione si mantiene prossimamente proporzionale alla f. e. m. polarizzante, e si annulla rapidamente all' aprire del circuito.

L' A. ritiene che ciò sia dovuto ad una specie di condensazione dell' elettricità fornita dalla pila, perchè il sottossido d'alluminio, che si forma all' anodo, essendo quasi coibente, si può ritenere che si formi un condensatore con quel sottossido per coibente e coll' alluminio e l' elettrolita per armature. A conferma di ciò l' A. osserva che se dopo di aver polarizzato il voltametro, si riunisce l' anodo colla terra per mezzo di un galvanometro, si ha una prima deviazione brusca, corrispondente a quella che si ha dalla scarica dei condensatori, e poi una deviazione residua che diminuisce poco a poco, e che corrisponde alla polarizzazione elettrolitica.

È probabile che anche negli altri voltametri si formi all' anodo una specie di condensatore: in essi lo strato coibente potrebbe esser dovuto al gas che aderisce all' anodo.

FIN DEL VOLUME XXVI. SERIE TERZA.

INDICE

Di alcune proprietà fisiche dei sali idrati e della loro costituzione — Nota di Stefano Pagliani . . . . . . *pag.* 5
Su l'energia cinetica dei sistemi che ammettono una funzione potenziale e si conservano in moto stabile — Nota del Prof. P. Donnini . . „ 30
Azione di una vibrazione elettrica rettilinea su un circuito ad essa vicino. — Fenomeni d'induzione provocati nei coibenti dai processi elettrici. — Sulla velocità di propagazione delle azioni elettrodinamiche — Sulle onde elettrodinamiche nell'aria e sulla loro riflessione. — Le forze che si presentano nelle vibrazioni elettriche, trattate secondo la teoria di Maxwell — H. Hertz „ 37
Sulla caloricità specifica delle soluzioni acquose dell'acido solforico — Nota del Dott. Prof. Carlo Cattaneo . . . . . „ 50
Lettera del Prof. A. Stoletow alla Direzione del giornale *Il Nuovo Cimento* „ 58
Osservazioni alla precedente lettera — A. Righi . . . . „ 59
Sulla diversa resistenza elettrica opposta da alcuni circuiti metallici alla scarica dei condensatori ed alla corrente della pila — Ricerche del Prof. Emilio Villari. *(Continuazione)* . . . . „ 90
Galvanometro dei seni a telaio fisso — Nota del Prof. A. Stefanini . „ 97
Sulla propagazione delle onde elettriche nei fili — H. Hertz. . „ 128
Sulle relazioni fra le esperienze di Hertz e alcuni problemi ottici — W. König „ 131
Sui fenomeni elettrici provocati dalle radiazioni — III. Memoria del Prof. A. Righi „ 135
Sulla diversa resistenza elettrica opposta da alcuni circuiti metallici alla scarica dei condensatori ed alla corrente della pila — Ricerche del Prof. E. Villari *(Continuazione e fine)* . . . . „ 149
Sulla legge di oscillazione dei diapason e sulla misura dell'intensità del suono — Prof. A. Stefanini . . . . . . „ 157
Sulla legge di oscillazione dei diapason e sulla misura dell'intensità del suono — Prof. A. Stefanini *(Continuazione)*. . . . . . „ 193
Sui fenomeni elettrici provocati dalle radiazioni — III. Memoria del Prof. A. Righi *(Continuazione)* . . . . . . „ 217
Sul principio di Huygens — Nota del Prof. E. Beltrami . . „ 233
Sulla influenza delle forze elastiche nelle vibrazioni trasversali delle corde — Memoria del Prof. P. Cardani . . . . . „ 244
Cenno circa ai perfezionamenti recentemente apportati dall'Edison nel suo fonografo — A. Pacinotti . . . . . . „ 249

RIVISTA

M. Mascart. Sopra il principio di Huyghens e la teoria dell'arc celeste „ 60
G. Berson. Influenza dell'urto sulla magnetizzazione permanente del nichel 62
H. Resal. Sopra un punto della questione delle lamine elastiche omogenee ivi

A. Crova ed Houdaille. Osservazioni fatte in cima al monte Ventoux sopra la intensità calorifica della radiazione solare . . . „ 63
A. Crova. Sulla distribuzione del vapor d'acqua nell'atmosfera . „ 64
Louis Perrot. Verificazione esperimentale del metodo di C. Soret, per la misura degl'indici di refrazione dei cristalli a due assi. . . „ 65
Lucien Poincaré. Sulla conducibilità elettrica dei sali fusi . . „ ivi
Ch. Antoine. Dilatazione e compressione dell'aria atmosferica. . „ 66
A. Etard. Relazione fra le solubilità ed il punto di fusione . . „ ivi
E. H. Amagat. Compressibilità del mercurio ed elasticità del vetro . „ 67
James Moser. Sull'elettrometro capillare e gli elettrodi a goccie di mercurio „ ivi
H. Becquerel. Sugli spettri di assorbimento dell'epidoto . . „ 68
Violle e Chassagny. Sulla elettrolisi . . . . . „ ivi
R. Savelief. Sopra le osservazioni actinometriche fatte a Kief. . „ 69
M. Gouy. Sopra una legge generale relativa agli effetti delle trasformazioni reversibili . . , ... „ ivi
E. Mercadier. Studi esperimentali sulla elasticità dinamica e statica dei fili metallici „ 70
E. L. Trouvelot. Studio dei fenomeni d'induzione per mezzo della fotografia „ ivi
Ch. E. Guye. Sul potere rotatorio del clorato di soda cristallizzato . „ ivi
E. Bouty. Osservazioni sulla conducibilità e il modo di elettrolisi delle soluzioni concentrate di acido solforico . . . . . „ 71
A. Potier. Sulla misura elettrochimica della intensità delle correnti . „ 72
Paolo Janet. Sulla influenza reciproca di due magnetizzazioni rettangolari nel ferro „ 73
W. Ostwald. Su gli elettrodi a mercurio . . . . „ ivi
C. Barus. Sulla teoria di Maxwell della vischiosità dei solidi, e sulla sua verificazione fisica . . . . „ 73
O. J. Lodge. Sulla teoria dei conduttori dei parafulmini . . „ 74
Lord Rayleigh. Sulla riflessione della luce su un piano di sfaldatura . „ 76
Detto. Su un fenomeno notevole di riflessione cristallina, descritto dal prof. Stokes „ ivi
J. Joly. Di una bilancia idrostatica . . . . . „ ivi
J. Borgmann. Influenza della luce sulla scarica elettrica . . „ ivi
J. A. Ewing e W. Low. Influenza di una sezione piana trasversale sulla permeabilità magnetica delle sbarre di ferro . . . „ 77
Proff. Livenig e Dewar. Spettro di assorbimento, luminoso e ultravioletto, di grandi masse di ossigeno . . . . . . „ ivi
E. H. Cook. Sull'esistenza di un movimento ondulatorio accompagnante le scintille elettriche . . . . „ 78
W. Sutherland. Nuovo calcolo di alcuni calorici specifici ad alta temperatura, e sul calore specifico dell'acqua . . . . „ ivi
J. Trowbridge e W. C. Sabine. Assorbimento selettivo dei metalli per i raggi ultravioletti . . . . „ 79
J. Kerr. Esperimenti sul poter rifrangente del vetro compresso . „ ivi
J. Trowbridge e W. C. Sabine. Lunghezze d'onda negli spettri ultraviol. dei metalli „ ivi
J. Parker. Sui fenomeni termoelettrici . . . . . „ 80
E. Wilson. La legge della dispersione . . . . . „ ivi
A. Tanakadaté. Sull'intensità media di magnetizzazione delle sbarre di ferro dolce „ ivi
B. Kolbe. Elettroscopio da lezione . . . . . „ 81
S. P. Thompson. Sulla condizione di autoeccitazione di una dinamo . „ ivi
S. P. Langley. Lo spettro solare e lunare invisibile . . „ 82
R. T. Glazebrook. Sull'applicazione della teoria di Sir W. Thompson, di un etere contrattile, alla doppia refrazione, alla dispersione, alla riflessione metallica e ad altri fenomeni ottici . . . . „ 83
F. Himstedt. Su una nuova determinazione della quantità " v " . „ 84
E. Cohn e L. Arons. Misura del potere specifico induttivo dei liquidi conduttori „ 85
F. Tomaszewski. Contribuzione alla cognizione del potere induttore specifico dei liquidi „ ivi

W. Kohlrausch. Su una dipendenza fra la magnetizzazione e la conduttività elettrica di varie specie di ferro e di nichel . . . . „ 85
C. Fromme. Sul massimo della polarizzazione galvanica degli elettrodi di platino nell'acido solforico . . . . . . „ 86
A. v. Ettingshausen. Dell'influenza delle forze magnetizzanti sulla conduttività termica del bismuto . . . . . . „ 87
F. Kurlbaum. Determinazione delle lunghezze d'onda delle linee di Fraunhofer „ ivi
C. Pulfrich. Su un fenomeno di riflessione totale, simile all'arcobaleno. „ ivi
K. Angström. Le variazioni di volume e di densità dei liquidi per l'assorbimento dei gas. . . . . „ ivi
C. Fromme. Sulla questione della magnetizzazione anormale . . „ 88
W. v. Uljanin. Osservaz. su un punto della Memoria di Exner sulla teoria del contatto „ ivi
G. Meyer. Sulla variabilità termica della pila Daniell e degli accumulatori „ ivi
A. Berliner. Sulla distruzione dei metalli incandescenti . . „ 89
F. Narr. Sulla conduzione dell'elettricità nei gas . . . „ ivi
M. Gouy. Sulle trasformazioni e sull'equilibrio in termodinamica . „ 169
A. Potier. Relazione fra il potere rotatorio magnetico e il trasporto delle onde luminose per la materia ponderabile . . . . . „ ivi
H. Poincaré. Sui tentativi per una spiegaz. meccanica dei principi della termodinam. „ 170
M. Mascart. Sull' acromatismo delle interferenze . . . „ 171
A. Potier. Sulla polarizzazione elittica per riflessione vitrea . . „ 172
Marcel Deprez. Sulla regolarizzazione della velocità di una dinamo-elettrica, che serve da ricettrice in una trasmissione di forza per la elettricità . „ ivi
P. Duhem. Sulla trasformazione e l'equilibrio nella termodinamica . „ ivi
H. Pellat. Sulla differenza di potenziale al contatto di un metallo e di un sale dello stesso metallo . . . . . . „ 173
E. Mercadier. Sulla telefonografia . . . . . „ 174
F. Beaulard. Sulla doppia refrazione del quarzo . . . „ ivi
E. H. Amagat. Determinazione diretta, ossia senza far uso di formule della compressibilità del vetro, del cristallo e dei metalli . . „ 175
A. Potier. Sulla differenza di potenziale dei metalli a contatto. . „ 176
J. Borgman. Sui fenomeni actinoelettrici . . . . . „ ivi
E. Mercadier. Sulla intensità degli effetti telefonici. . . „ 177
F. Stenger. Sulla misura assoluta dei campi magnetici . . „ ivi
G. Tammann. Sul metodo dinamico per la determinazione della tensione dei vapori „ 178
Ketteler. Ricerche sperimentali sul potere rifrangente dei liquidi entro limiti molto estesi di temperatura. . . . . . „ ivi
H. J. Oesting. Due metodi per ottenere le curve di vibrazione di Lissajous „ 180
C. Dieterici. Su una determinazione dell'equivalente dinamico del calore, e sul calorico specifico dell'acqua. . . . . . „ 181
A. Winkelmann. Dipendenza fra l'evaporazione e la pressione esterna . „ ivi
K. R. Koch. Sulla dispersione dell'elettricità da un corpo incandescente „ 182
A. v. Ettingshausen e W. Nernst. Sul contegno termico e galvanico di alcune leghe di stagno e bismuto in un campo magnetico . . „ ivi
A. Foeppl. Sulla conduttività del vuoto . . . . . „ 183
G. H. v. Wyss. Su un nuovo metodo per determinare il poter rotatorio delle sostanze attive, e su un caso di dispersione anormale . . „ 184
K. Olszewski. Spettro d'assorbimento dell'ossigeno e dell'aria allo stato liquido „ ivi
J. Puluj. Apparecchio per la caduta dei gravi . . . „ 185
F. Stenger. Sullo spettro d'assorbimento di un corpo . . „ ivi
A. v. Ottingen e A. v. Gernet. Sulla esplosione del miscuglio detonante „ ivi
E. Lecher. Sulla forza controelettromotrice nei fenomeni luminosi galvanici „ 186
W. C. Röntgen e J. Schneider. Sulla compressibilità dell'acqua . „ ivi
C. Lüdeking. Densità anormale del bismuto fuso . . . „ ivi

L. Graetz. Sull'attrito dei fluidi . . . . . „ 186
H. Ebert. Metodo delle interferenze di ordine superiore, e sua applicazione all'analisi spettrale quantitativa . . . . . „ 187
L. Zehnder. Influenza della pressione sull'indice di refrazione dell'acqua per la luce del sodio . . . . . . „ ivi
S. Sheldon. Correnti alternanti e elettroliti . . . „ 188
F. Auerbach. Sulla produzione delle correnti nelle macchine dinamoelettriche „ ivi
S. Henrichsen. Sul magnetismo dei composti organici . . „ ivi
A. Foeppl. Ricerche su una teoria matematica della scarica elettrica nei gas „ 189
W. v. Uljanin. Sulla f. e. m. del selenio illuminato . . „ ivi
A. Voller. Misura di alti potenziali con l'elettrometro a quadranti . „ 191
Studio delle correnti alternate per mezzo delle corde vibranti . . „ 192
M. Gouy. Sulla energia utilizzabile ed il potenziale termodinamico . „ 252
Toulet e Chevalier. Sul calorico specifico dell'acqua di mare a diversi gradi di diluizione e di concentrazione . . . . „ ivi
E. Mercadier. Sulla intensità degli effetti telefonici. . . „ 253
G. Chaperon. Sull'avvolgimento dei rocchetti di resistenza destinati alle misure con le correnti alternanti . . . . . „ ivi
J. Jansen. Sul fonografo di Edison . . . . „ ivi
M. Vaschy. Sulla polarizzazione rotatoria magnetica. . . „ ivi
G. Lippmann. Sul modo di ottenere delle fotografie con valori esatti (con esatte gradazioni di intensità) per mezzo di vetri colorati . . „ 255
H. Becquerel. Sulle leggi dell'assorbimento della luce nei cristalli . „ ivi
J. Violle. Sulla lega del chilogrammo . . . . „ 256
Ch. Antoine. Dilatazione e compressione dell'acido carbonico . „ ivi
N. Piltschikoff. Sulla polarizzazione elettrica nei metalli . . „ 257
A. Cornu. Sulla polarizzazione elittica per riflessione vitrea e metallica. Estensione dei metodi di osservazione alle radiazioni ultraviolette. Continuità fra quei due generi di fenomeni . . . . „ 258
M. Pionchon. Sullo studio della dilatazione lineare dei solidi ad alte temperature „ 260
A. Potier. Sulla misura del ritardo che ha luogo nella riflessione delle onde luminose . . . . „ 261
Em. Marchand. Necessità di una correzione per la umidità in certi locali per magnetometri . . . . „ 262
P. Chroustchoff. Sullo studio della conducibilità elettrica delle soluzioni saline, applicato ai problemi di meccanica chimica . . . „ ivi
J. Jansen. Sulla origine tellurica delle strie dell'ossigeno nello spettro solare „ ivi
P. Duhem. Sulla impossibilità dei corpi diamagnetici . . „ ivi
J. Macè de Lepinay ed A. Pèrot. Sopra una riproduzione artificiale del miraggio e delle frange d'interferenza che possono accompagnare quel fenomeno „ 263
H. Le Chatelier. Sulla dilatazione del quarzo . . . „ ivi
H. Le Chatelier. Sulla dilatazione dei metalli ad alte temperature . „ ivi
M. Chauvin. Ricerche sulla polarizzazione magnetica rotatoria nello spato d'Islanda „ 264
P. Chroutschoff. Sulla conducibilità elettrica delle soluzioni saline e spostamento reciproco degli acidi . . . . . „ ivi
Edm. van Aubel. Ricerche sulla resistenza elettrica del bismuto . . „ 265
B. C. Damien. Apparecchio per determinare il punto di fusione nelle condizioni ordinarie ed a pressioni variabili . . . . „ ivi
P. Chroustchoff. Sullo studio della conducibilità elettrica delle dissoluzioni saline, applicato ai problemi di meccanica chimica - Doppie decomposizioni „ 266
P. Chroustchoff e V. Pachkoff. Sulla conducibilità elettrica delle dissoluzioni saline, contenenti miscugli di sali neutri . . . „ ivi
E. H. Amagat. Ricerche sulla elasticità dei solidi . . . „ ivi

A. CORNU. Risultati numerici ottenuti nello studio della riflessione vitrea e metallica, delle radiazioni visibili ed ultraviolette . . . „ 267
M. GOUY. Sull'allargamento delle strie spettrali nei metalli . . „ 268
H. PELLAT. Sul limite fra la polarizzazione e la elettrolisi . . „ 269
A. STOLETOW. Sui fenomeni actinoelettrici . . . „ ivi
A. WITZ. Sulle inversioni delle polarità nelle macchine serie-dinamo . „ 270
E. L. TOUVELOT. Studio sulla durata del lampo . . . „ 272
J. L. SORET ed EDUARDO SARASIN. Sull'indice di refrazione dell'acqua di mare „ ivi
P. BARBIER ed L. ROUX. Ricerche sulla dispersione nei composti organici „ ivi
L. CAILLETET ed E. COLARDEAU. Sullo stato della materia in vicinanza del punto critico . . . . „ 273
A. SORET. Sulla occlusione dei gas nella elettrolisi del solfato di rame . „ ivi
C. PULFRICH. Ricerche sull'indice di refrazione del ghiaccio e dell'acqua soprafusa „ 274
R. HILDEBRAND. Ricerche sull'influenza dell'umidità sulla lunghezza dei legni e dell'avorio . . . . „ ivi
R. BORNSTEIN. Nuova forma di elettrodinamometro . . . „ 275
E. WIEDEMANN. Sulla fluorescenza e la fosforescenza. I. Memoria . „ ivi
E. WIEDEMANN e I. B. MESSERSCHMITT. Sulla fluorescenza e la fosforescenza. II. Memoria. — Validità della legge di Talbot . . . „ 276
C. L. WEBER. Sulle variazioni di resistenza che subiscono le leghe metalliche nella liquefazione . . . . „ ivi
W. KOHLRAUSCH. Gli accumulatori e il loro uso nei laboratori. . „ 277
A. SCHLEIERMACHER. Conduttività termica dei gas . . . „ 278
A. WÜLLNER. Sull'influenza dello spessore e dell'intensità luminosa dello strato irraggiante sul carattere dello spettro . . . „ 279
H. LORBERG. Alcune osservazioni sulla teoria delle correnti termoelettriche „ ivi
F. KOLACECK. Contribuzione alla teoria elettromagnetica della luce . „ ivi
F. NARR. Sull'azione della luce sulle cariche elettriche . . „ ivi
W. HALLWACHS. Sull'elettrizzaz. di lastre metalliche illuminate colla luce elettrica „ 280
H. v. HELMHOLTZ. Nuove ricerche relative all'elettrolisi dell'acqua . „ ivi
F. STREINTZ. Sulla forza controelettromotrice del voltametro a alluminio. „ 181

J. Macè de Lepinay ed A. Pèrot. Sopra una riproduzione artificiale del miraggio e delle frange d'interferenza che possono accompagnare quel fenomeno „ 263
H. Le Chatelier. Sulla dilatazione del quarzo . . . „ ivi
H. Le Chatelier. Sulla dilatazione dei metalli ad alte temperature . „ ivi
M. Chauvin. Ricerche sulla polarizzazione magnetica rotatoria nello spato d'Islanda „ 264
P. Chroutschoff. Sulla conducibilità elettrica delle soluzioni saline e spostamento reciproco degli acidi . . . . . „ ivi
Edm. van Aubel. Ricerche sulla resistenza elettrica del bismuto . „ 265
B. C. Damien. Apparecchio per determinare il punto di fusione nelle condizioni ordinarie ed a pressioni variabili . . . . „ ivi
P. Chroustchoff. Sullo studio della conducibilità elettrica delle dissoluzioni saline, applicato ai problemi di meccanica chimica - Doppie decomposizioni „ 266
P. Chroustchoff e V. Pachkoff. Sulla conducibilità elettrica delle dissoluzioni saline, contenenti miscugli di sali neutri . . . „ ivi
E. H. Amagat. Ricerche sulla elasticità dei solidi . . . „ ivi
A. Cornu. Risultati numerici ottenuti nello studio della riflessione vitrea e metallica, delle radiazioni visibili ed ultravioletto . . . „ 267
M. Gouy. Sull'allargamento delle strie spettrali nei metalli . . „ 268
H. Pellat. Sul limite fra la polarizzazione e la elettrolisi . . „ 269
A. Stoletow. Sui fenomeni actinoelettrici . . . „ ivi
A. Witz. Sulle inversioni delle polarità nelle macchine serie-dinamo . „ 270
E. L. Touvelot. Studio sulla durata del lampo . . . „ 272
J. L. Soret ed Eduardo Sarasin. Sull'indice di refrazione dell'acqua di mare „ ivi
P. Barbier ed L. Rouz. Ricerche sulla dispersione nei composti organici „ ivi
L. Cailletet ed E. Colardeau. Sullo stato della materia in vicinanza del punto critico . . . . „ 273
A. Soret. Sulla occlusione dei gas nella elettrolisi del solfato di rame — *X.* „ ivi
SUNTI di A. Stefanini. — **Ann. der Phys. und Chem. von G. Wied. Vol.** XXXIV, 1888.
C. Pulfrich. Ricerche sull'indice di refrazione del ghiaccio e dell'acqua soprafusa „ 274
R. Hildebrand. Ricerche sull'influenza dell'umidità sulla lunghezza dei legni e dell'avorio . . . . „ ivi
R. Börnstein. Nuova forma di elettrodinamometro . . . „ 275
E. Wiedemann. Sulla fluorescenza e la fosforescenza. I. Memoria . „ ivi
E. Wiedemann e I. B. Messerschmitt. Sulla fluorescenza e la fosforescenza. II. Memoria. — Validità della legge di Talbot . . . „ 276
C. L. Weber. Sulle variazioni di resistenza che subiscono le leghe metalliche nella liquefazione . . . . . . „ ivi
W. Kohlrausch. Gli accumulatori e il loro uso nei laboratori. . „ 277
A. Schleiermacher. Conduttività termica dei gas . . . „ 278
A. Wüllner. Sull'influenza dello spessore e dell'intensità luminosa dello strato irraggiante sul carattere dello spettro . . . „ 279
H. Lorberg. Alcune osservazioni sulla teoria delle correnti termoelettriche „ ivi
F. Kolaceck. Contribuzione alla teoria elettromagnetica della luce . „ ivi
F. Narr. Sull'azione della luce sulle cariche elettriche . . „ ivi
W. Hallwachs. Sull'elettrizzaz. di lastre metalliche illuminate colla luce elettrica „ 280
H. v. Helmholtz. Nuove ricerche relative all'elettrolisi dell'acqua . „ ivi
F. Streintz. Sulla forza controelettromotrice del voltametro a alluminio. „ 181

PATTI D' ASSOCIAZIONE

Del Nuovo Cimento si pubblica ogni mese un fascicolo di tre fogli di stampa.

Le associazioni sono obbligatorie per un anno, e gli Associati che per la fine di Dicembre non avranno disdetta l' associazione, s' intendono obbligati per l' anno successivo.

Il prezzo d'associazione per l' intiero anno è fissato come segue:
Per il Regno Italiano, franco al destino it. L. 10. 50
Per l' Estero, come sopra . . . . » 12. —

Le lettere relative a dimande di associazioni, a pagamenti ed a tutto ciò che riguarda l' amministrazione del Giornale, devono essere dirette, franche di Posta, a Pisa, al Gerente *P. Salvioni — Tipografia Pieraccini.*

Ciò che riguarda la Direzione scientifica del Giornale potrà esser diretto a Pisa al prof. *E. Betti* o al Prof. *R. Felici.*